

Message Passing の理論

米澤 明憲 (東工大・理)

序

ACTOR 理論や SMALLTALK 言語の基礎となる, “メ
ッセージのやりとり” (以下, message passing と略す) に基づく
計算モデルを, λ -算法 (λ -calculus) に類似する形式的体
系を用いて理論的に展開しようとする研究が, MIT の S.A.
Ward, R.H. Halstead Jr. 等 によって試みられている。本報
告は, 彼等の研究を文献 [1] に沿って概略するものである。

message passing に基づく計算モデルの重要性は, 次の
2 点に要約される。

- (1) プログラム言語の意味モデルとして従来用いられてきた
作用型計算モデル, すなわち関数とその適用に基づくモ
デルと比較して, より基本的で一般性が高い。
- (2) 並列計算, 分散処理系に対する極めて自然なモデルを提
供する。

作用型計算モデルでは、関数(演算子)のその引数(被演算子)への適用(application)操作および、適用結果(すなわち式の評価結果)としての値の返却操作(return)という二種類の操作が、常に"対"として現われる。これに対して、message passing に基づく計算モデルでは、メッセージの伝送という唯一の操作に基礎を置いたため、作用型モデルのような『二項性』あるいは双方向性がなく、より単純であると同時に、関数の適用操作および値の返却操作のどちらもメッセージ伝送として表現できるので、より一般性があると言える。(ごく乱っぽい言い方をすれば、関数の適用は、引数を関数へのメッセージとして伝送すること、値の返却は、関数の合成における、より外側の関数へより内側の関数の適用結果をメッセージとして伝送することと見做すことができる。)

message passing はまた、メッセージ伝送の標的(target)とよぶモジュールの活性化(activation, invocation)という制御(control)の側面と、その活性化に対するパラメタの伝送という通信(communication)の側面をもち、制御の流れ(control flow)とデータの流(データフロー)(data flow)の統一と観ることもできる。一方、作用型モデルは、その本質的な二項性のため、制御、通信の両側面とも二項性に伴う強い制限を余儀なくされる。(しかし、この二項性は、

従来のプログラム言語において、ブロック構造やスコープ方式を採用することによって、名前の有効範囲や記憶管理に対して効率より手法を可能にしているが

作用型モデルの基礎となる形式体系は λ -算法であるが、以下に紹介する純 μ -算法 (pure μ -calculus) は、大雑把に言うと λ -算法に継続 (continuation) および、事象 (event) という概念を系統的に導入することによって得られたもので、message passing に基づく副作用 (side effects) のない計算のモデルのための形式体系である。



また本報告の終りの部分で触れる μ -算法 (μ -calculus) は、純 μ -算法に、『conduit』(水路) という並列に進行する計算の間の通信を表現するための構成子を付加した形式的体系で、この体系によって作用型モデルのもつ決定性と簡潔さを保持しながら、多重処理の基礎づけを行うことができる。

純 μ -算法

• この体系に現れる領域は、事象(event), 対象(object) および 事象間の"因果"関係(causality)である。

[定義1] 対象とは,

(i) あらかじめ決められた定数の集合 $\mathcal{C}$ (たとえば"自然数") の要素か,

(ii) 変数の集合 $\mathcal{V}$ の要素 (小文字で表記する) か,

(iii) 原始演算 (たとえば"加算, 比較") の有限集合 $\mathcal{P}$ の要素 あるいは,

(iv) $(\mu x_1 x_2 \dots x_n, E_1 E_2 \dots E_m)$ の形をした μ -式 (但し、各 x_i は変数、各 E_j は事象) のどれかである。

[定義2]

事象とは 対象の列 $(A_1 A_2 \dots A_n)$ である。(但し $n > 1$)

• 事象 E が 直接 事象 E' を引き起すならば $E \rightarrow E'$ と表わすことにする。 $\rightarrow$ は半順序であることに注意。

[公理1] (μ -簡約)

事象 E が $(\mu x_1 x_2 \dots x_n, E_1 E_2 \dots E_m) A_1 A_2 \dots A_n$ のとき、
全ての E'_j に対して $E \rightarrow E'_j$ が成立する。(但し、 E'_j は E_j の中の $x_1, \dots, x_n$ の自由な出現に対して $A_1, \dots, A_n$ をそれぞれ代入して得られた形 $S[A_1, A_2, \dots, A_n; x_1, x_2, \dots, x_n; E_j]$.)

[公理2] (原始演算)

事象 E が $(p, c_1, c_2, \dots, c_n, A)$ のとき, $E \rightarrow (A, \hat{p}[c_1, \dots, c_n])$ が成立する. 但し, $p \in \mathbb{P}$, $c_i \in \mathbb{C}$, $\hat{p}$ は p が表わす n 変数の関数である.

純 μ -算法の事象 (すなわち対象の列) $A_1 A_2 \dots A_n$ は, $A_2 \dots A_n$ という対象の $n-1$ 個の列の, 対象 A_1 に対する 伝送 と解釈される. ($A_1 \leftarrow [A_2 \dots A_n]$ ^{伝送}) 対象はデータ, 定数は数やその他のデータを表わすと解釈される.

公理1は, μ -式 $(\mu x_1, x_2, \dots, x_n, E_1, E_2, \dots, E_m)$ が "メッセージ" $A_1 A_2 \dots A_n$ を受け取ると, m 個の新しい事象が引き起こされる. たとえば

$((\mu x c, + x x c) 3 R)$ は $(+ 3 3 R)$ を引き起こす.

$((\mu c, (+ 3 3 c)(c 4)) R)$ は $(+ 3 3 R)$ と $(R 4)$ とを

互に並列に引き起こす.

$((\mu x c,) 7 R)$ は 何も事象を引き起こさない.

公理2はあらかじめ指定された記号を特定の関数として解釈することとをいう. たとえば, ϕ を後者関数, $+$ を加算, $>$ を通常の大小関係と考えれば.

$$(\phi SC) \rightarrow (C S + 1)$$

$$(+ S T C) \rightarrow (C S + T)$$

$$(>STC) \rightarrow (C_{\mu abc.ca}) \quad \text{if } S > T$$

$$(>STC) \rightarrow (C_{\mu abc.cb}) \quad \text{if } S \leq T$$

この公理で重要なところ1つのは、原始関数 γ の適用結果 $\hat{\gamma}[c_1, c_2, \dots, c_n]$ が必ず A_1 に送られることである。すなわち A は $(p, c_1, c_2, \dots, c_n, A)$ の事象に対する継続である。(上の例では C が継続を表わしている。) 上の例の如く、 T を具体的な自然数とあてはめると、その結果は継続 C に伝送されることになる。

$$(\circ 8R) \rightarrow (R9)$$

$$(+34R) \rightarrow (R7)$$

$$(>67R) \rightarrow (R(\mu abc.cb))$$

$$(>52(\mu x.x10R)) \rightarrow ((\mu x.x10R)(\mu abc.ca))$$

message passing による計算モデルでは引き起される事象によって意味が記述されるどころか、結果の作用型モデルにおける値による意味記述と大きく異なる点である。このため作用型モデルでは $P(f(z))$ と表わされる式は、事象 $(f \triangleright p)$ という形になる。この場合、 f は z に対する値を計算して、継続である p にその値を送ることになる。作用型モデルでは、 $f(z)$ という値は $f(z)$ が現れる文脈に非明示的に指定されるのに対して、message passing による

計算モデルでは、システム p が f に送られる x , セーゾウ中に含まれていることに注意。文献[1]には、 λ -算法に基づく作用式 (applicative expression) を純 μ -算の μ -式に翻訳するための規則が与えられ、これらの規則が標準的解釈のもとで正しい、漏れがないことが証明されている。

μ -算法

純 μ -算法は、公理 1 において、1つの事象から複数の事象が並列的に引き起こされることを許すが、逆に、幾つかの独立した事象によって1つの事象が引き起こされるような現象を許していない。このような現象は、少し複雑な並列計算を行う場合、並列に走りつづける方向の通信、同期という形で必ず現われるものである。そこで純 μ -算法に conduit (水路) という概念を導入拡張して、より一般的 π message passing のモデルを、形式的体系 μ -算法として構成する。

conduit は UNIX の pipe の概念に近いもので次のように定義される。

[定義 3] conduit とは次のような集合の要素をいう。

$$K = \{ (\pi_x, w_x) \mid x \text{ は } \mu\text{-算法の対象} \}$$

ここで W_x は新しいガラスの対象で、任意の conduit $\langle W_x, W_x \rangle$ に対して W_x は この conduit の読み側、 W_x は書き側と呼ぶ。このような conduit を特徴づける公理を次に述べる。このために新しい因果関係 $\Rightarrow$ の導入が必要となる。既に導入した因果関係 $\rightarrow$ は、“直接的”な因果関係であるのに対して $\Rightarrow$ は“遠隔的”な因果関係である。

[公理3] (conduit)

- (1) $E \rightarrow E'$ ならば $E \Rightarrow E'$
- (2) $E \Rightarrow E'$ および $E' \rightarrow E''$ ならば $E \Rightarrow E''$
- (3) $E \Rightarrow (W_x A)$ および $E \Rightarrow (W_x B)$ 但し $\langle W_x, W_x \rangle \in K$ ならば、 $E \Rightarrow (AB)$
- (4) $E \Rightarrow E'$ は (1)~(3) の規則の有限回の適用だけから得られるものである。

[公理4] (conduitの創生)

創生作用素とは次のような性質をもつ。

$$\{ C \rightarrow (C \cap W_C) \quad \text{但し } C \text{ は } \mu\text{-算法の対象.}$$

C は作用素の働きによって新しく作り出される conduit と受け取る継続の役割をもつと同時に、その読み側と

書き側の対応(対)関係と指定する 名前の後をもはたす。

公理3と4の働きと例を使ってみてみよう。新しい condition の受け取り手として次のような対象 X を考える。

$$X \equiv (\mu r w. (r(\mu x. + x x R)))$$

$(r R)$
 $(w 3)$
 $(w 4)$
 $(w 5)$

事象 (ΣX) は公理4によって $(X \Vdash_x W_x)$ を引き起す。
 この事象は μ -簡約の公理1によって 次の5つの事象を
 並列的に引き起すことになる。

$$\begin{array}{l}
 (\Vdash_x \mu x. + x x R) \\
 (\Vdash_x R) \\
 (W_x 3) \\
 (W_x 4) \\
 (W_x 5)
 \end{array}
 \left. \vphantom{\begin{array}{l} (\Vdash_x \mu x. + x x R) \\ (\Vdash_x R) \\ (W_x 3) \\ (W_x 4) \\ (W_x 5) \end{array}} \right\}
 \begin{array}{l}
 X \text{ 中の } r \text{ に } \Vdash_x \text{ を} \\
 w \text{ に } W_x \text{ を} \\
 \text{代入。}
 \end{array}$$

さらに 公理3の(3)によって、"3のうち" 次の6つの
 事象が引き起される。(これらの事象がどのような順序で
 起きかは規定されていない。)

$$\begin{array}{ll}
 ((\mu x. + x x R) 3) & (R 3) \\
 ((\mu x. + x x R) 4) & (R 4) \\
 ((\mu x. + x x R) 5) & (R 5)
 \end{array}$$

すなわち、書き側に送られた対象 $(3, 4, 5)$ は、"そのうちに" 必ず、読み側に送られた対象 $(\mu x. + xxR, R)$ に送られることになる。

以下、詳説はしませんが、このような conduit を用いることにより、

- (i) 作用式の引数の並列評価
- (ii) μ -算法の対象の並列評価
- (iii) リスト構造の表現
- (iv) 自己参照とモーフ構造
- (v) 再帰表現

などが、統一的な枠組の中できっちりと表現できることには、これらの点の詳細は文献[1]を参照されたい。conduit は "cell" という記憶状態に対応する概念を導入せずに、上の (i) ~ (v) などで表現可能にする構成子で、作用的構造と命令的構造 (imperative structure) の間に位置する中間的かつ興味深い算法構造をつくり出すものであることは、注目し値する。

λ -算法、ACTOR 理論の初等形などの、および、作用的構造と命令的構造に関する議論については、文献[2]を参照されたい。

文献

- [1] Ward, S.A., Halstead, R.H., "A Syntactic Theory of Message Passing", JACM. Vol. 27 No.2. (1980).
- [2] 木村泉, 米澤明憲, 「算法表現論」, 岩波講座情報科学 12. (1982).