

数式処理と学習管理システム — 静的評価の再評価 —

神戸大学 長坂 耕作 (Kosaku Nagasaka)¹
Kobe University

概要

近年、数式処理ソフトウェアを活用して、学習管理システムを用いた教育の効果を高めるとする研究報告が増えている。本報告では、学習管理システム上で問題やフィードバックを自動生成する方法ではなく、あらかじめ多肢選択問題を数式処理ソフトウェアを用いて生成する方法（原理的には、学習管理システムを問わない）について着目し、その新しい枠組みと現在進行中の検証結果（速報）について取り上げる。

1 はじめに

本報告では、Moodleなどの学習管理システムを用いた教育における数式処理ソフトウェアの効果的な利用についての仮説とその現在進行中の検証実験の経過について述べる。以下、本報告では「静的評価」と「動的評価」という用語を次のように定義する。

定義 1 (静的評価)

学習管理システムにおける小テストなどの評価を行う枠組みにおいて、選択肢があらかじめ固定されていたり、受験者の選択に対するフィードバックの文言が固定されていたりなど、通常が多肢選択問題のように、あらかじめ問題が用意されている評価手法のことを、「静的評価」とよぶ。◀

定義 2 (動的評価)

学習管理システムにおける小テストなどの評価を行う枠組みにおいて、選択肢が学習管理システム内において自動生成されたり、受験者の選択に対するフィードバックの文言が（何らかの仕組みにより）適応的に自動生成されるなど、MoodleにおけるSTACKを利用した場合のポテンシャル・レスポンス・ツリーのように問題やフィードバックが逐次自動生成される評価手法のことを、「動的評価」とよぶ。◀

1.1 本研究の背景と仮説

近年、学習管理システムと数式処理ソフトウェアの効果的な利用方法について模索する取り組みが多く報告されているが、その多くは動的評価に関するものであり、静的評

¹nagasaka@main.h.kobe-u.ac.jp

価について取り扱っているものが少ない。しかしながら、学習管理システムと数式処理ソフトウェアを用いる場合においても、動的評価がすべてにおいて静的評価よりも勝っているわけではなく、特に、数式処理ソフトウェアを活用する場合には、静的評価にもより効果的な発展が見込まれる。そこで、本報告では、静的評価の枠組みで数式処理ソフトウェアの効果的な利用方法を検討したい。

静的評価の枠組みで数式処理ソフトウェアが活用しうる部分は、問題の自動生成（動的ではなく、あらかじめ全体を自動生成）といえる。実際、大島 [1] では、数式処理ソフトウェア Risa/Asir を用いて、小テストの自動生成（ $\text{\TeX}$ と組み合わせて組版までを自動生成）しており、かつ、人間による採点を援用するための模範解答までを自動生成している。我々の取り組みでは、人間による採点を前提とする小テスト（小レポート）を対象とせず、学習管理システム上で行われる小テストを対象とし、数式処理ソフトウェアを活用可能な枠組みの実現を目指している。

そもそも多くの研究が動的評価に着目している理由は、大きく分けると2つあると考えられる。1つは、正答評価の実現であり、もう1つは、適応的なフィードバックの実現である。数学分野における多くの設問においてその解は1つに限定されるが、解の数式表現は一意に定まらない。回答を入力させる自然な評価方法を選択すると、どうしても入力された数式が正解であるかを、何らかの数式処理ソフトウェアを利用してチェックする必要性が生じてしまう。また、入力が自由であるため、受験者からすると、自らが入力した回答がどのように間違っているかのフィードバックを欲することが自然であり、結果として、入力に適應するフィードバックの自動生成が求められる。

我々の取り組みでは、このような動的評価の必然性を受け入れつつ、(学習管理システム上で評価を行う暗黙的な仮定として、受験毎や受験者毎に異なる設問提示が可能であるという前提のもと) 対面式授業を併用する場合の学習管理システムでの静的評価の有用性を肯定する仮説をたて、実践的な取り組みの中で検証を行っている。

仮説 1 (対面式授業における多肢選択問題型の静的評価に関する仮説)

数学分野における解表現は一意ではないが、十分な数の選択肢が提示されれば、自らの計算結果と選択肢との表現の差異を考慮し正答を選択することは、それ自体が学習であると考えることができる。また、対面式授業を前提とすれば、適応的なフィードバックを学習管理システム上で提供しなくても、質疑応答という形式で提供することもできる。結果として、対面式授業における多肢選択問題型の静的評価にも、一定の有用性が認められる。

◀

2 数式処理ソフトウェアによる多肢選択問題の自動生成

我々の仮説における条件「十分な数の選択肢を提示」と、暗黙的な前提条件の「受験毎や受験者毎の問題提示」を満たすためには、一定の条件を満たす多数の問題を自動生成する必要がある。本報告では、学習管理システムとして Moodle (version 3.1.x) を、数式処理ソフトウェアとして Mathematica (version 9,10,11) を想定し、これらの条件を満たす多肢選択問題の自動生成の枠組みを提案する。

2.1 Moodle XML Questions Generator

Moodleの評価を行うモジュール「Quiz Activity」では、GUIを用いて問題を作成することが可能（数式については、MathJaxによる $\text{T}_\text{E}\text{X}$ 表現が利用可能）であるが、多数の問題を作成することは難しい。今回は、Moodleの問題バンクに取り込むことが可能なファイル形式である「Moodle XML Format」²を活用し、Mathematica内で問題の自動生成、問題のMoodle XML形式への出力を行い、結果のファイルをMoodleに取り込むことで多数の問題生成を実現する。我々は、この枠組みを実現するMathematicaパッケージとして「Moodle XML Questions Generator」を作成したので、以下で、本パッケージの仕組みについて概説する。

2.1.1 パッケージの関数

本パッケージのトップレベル関数はGenerateQuestionSetのみである。この関数は次のように自動生成する問題セットに関する引数を取り、指定された問題生成関数を呼び出すことで問題を生成し、一連の結果をMoodle XML形式に変換する。結果を、Exportに渡すことで、Moodleが取り込み可能なXMLファイルに出力できる。

```
Export["your XML filename",
  GenerateQuestionSet[
    {
      {ratio, {"question group name_1",
        QuestionText_1, QuestionGenerate_1,
        AnswerText_1, InCorrectGenerate_1, arguments list_1}},
      ...
      {ratio, {"question group name_n",
        QuestionText_n, QuestionGenerate_n,
        AnswerText_n, InCorrectGenerate_n, arguments list_n}}
    },
    number of quizzes, "question set name"]]
```

動作の仕組み 1（GenerateQuestionSetによる問題生成過程）

入力: QuestionText, QuestionGenerate, AnswerText, InCorrectGenerate などの指定

出力: Moodle XML形式互換のXML形式での問題リスト

- 1: QuestionGenerate を呼び出し、設問と正答の生成
 - 2: QuestionText を呼び出し、設問に対する問題文の生成
 - 3: InCorrectGenerate を呼び出し、設問に対する誤答の生成
 - 4: AnswerText を呼び出し、設問に対する選択肢の文の生成
 - 5: XML形式に変換
-

²https://docs.moodle.org/33/en/Moodle_XML_format

動作に必要な `QuestionText`, `QuestionGenerate`, `AnswerText`, `InCorrectGenerate` については、設問毎に利用者が作成する必要がある。これらの仕様は次の通りである。

- `QuestionGenerate[arguments_]`

引数 `arguments` の取扱いは任意で、呼び出し毎に、次の形式で具体的な設問を返すことが期待される。100 という部分は、正答に対応するフィードバックの点数で、今回のパッケージでは基本的に正答 (100) と誤答 (0) にしか対応していない。

{設問毎の独自のデータ形式による具体的な設問データ, {100, 正答データ}}

- `QuestionText[arguments_, question_]`

上記の設問データを第二引数にとり、それに応じたテキスト（必要があれば MathJax を埋め込んだテキスト）形式に変換を行い、結果のテキストを返すことが期待される。

- `InCorrectGenerate[arguments_, question_]`

前述の設問データを第二引数にとり、それに応じて、次の形式で複数の誤答を生成し返すことが期待される。なお、今回のパッケージでは、0 の部分を 100 とすれば、それは複数ある正答の 1 つとして取り扱われる。

{{0, 誤答データ}, { 0, 誤答データ}, ..., { 0, 誤答データ}}

- `AnswerText[arguments_, answer_]`

前述までに現れた正答データや誤答データの 1 つ（下記参照, `fraction` は 0 か 100）を第二引数にとり、それに応じて、多肢選択問題の選択肢のテキストを生成し返すことが期待される。`QuestionText` と同様に、必要に応じて、MathJax を埋め込んだテキストとなっていることが期待される。

{`fraction`, 正答または誤答データ}

3 実践とその評価

前述のパッケージによる自動生成問題により仮説を検証するため、講演者の実施する神戸大学の講義において実践した結果について報告する。実践した講義は次の 2 つである。

線形代数 1 1 年次対象, 第 1 クォーター（講義 7.5+試験 0.5 コマ）, 履修者 32 名

- 概要：一般の行列とベクトルを演算とともに導入し、平面の 1 次変換や一般次元空間上の 1 次変換を経て、連立 1 次方程式の掃き出し法による解法まで

線形代数 2 1 年次対象, 第 2 クォーター（講義 7.5+試験 0.5 コマ）, 履修者 23 名

- 概要：逆行列の導入とその掃き出し法による計算，行列式の導入とその計算，様々な行列式，行列式による連立1次方程式の解法や逆行列の計算など

なお，どちらの講義においても，Moodleの小テスト（今回のパッケージによる実践部分）による平常点（1割）と，その平均が満点の4割を越えた履修者に対する定期試験（9割）により成績を評価し，Moodleの小テストは繰り返し受験可能で，最高点が評価に用いられるとした。Moodleの小テストは，各10問（ランダムに問題セットから組み合わせられる）から構成されるものを，線形代数1で7回，線形代数2で6回実施した。

3.1 実践に使用した問題

今回の実践にあたり作成した問題の種類は次の通りで，それぞれ100問から200問を自動生成した関係で，線形代数1についても線形代数2についても，Moodleの問題バンク上は，数千の問題が登録されている状態となっている。参考までに，実際のMoodle上での設問の表示例として，図1，図2，図3を掲載しておく。

次の行列の第1行を選択せよ。

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 7 \\ 11 & 13 \\ 17 & 19 \\ 23 & 29 \end{pmatrix}$$

1つ選択してください:

☐ 13

☐ 19

☐ (11 13)

☐ $\begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 11 \\ 17 \\ 23 \end{pmatrix}$

☐ (2 3)

☐ (5 7)

☐ (23 29)

☐ (17 19)

線形方程式に対応する拡大係数行列を簡約したところ，次の行列となった。
元の線形方程式の解を構成せよ。

$$\begin{pmatrix} 1 & 5 & 5 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

1つ選択してください:

☐ $c_1 \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \end{pmatrix}, c_1 \in \mathbb{R}$

☐ $c_1 \begin{pmatrix} -5 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -5 \\ 0 \end{pmatrix}, c_1 \in \mathbb{R}$

☐ $c_1 \begin{pmatrix} -5 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \end{pmatrix}, c_1 \in \mathbb{R}$

☐ $c_1 \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -5 \\ 0 \end{pmatrix}, c_1 \in \mathbb{R}$

☐ 解なし

☐ $c_1 \begin{pmatrix} 1 \\ -5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \end{pmatrix}, c_1 \in \mathbb{R}$

図 1: 実際の Moodle 上での小テストの提示例

次の行列の主成分を全て答えよ。

$$\begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 0 & 2 \\ -4 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$$

1つ選択してください:

- ☐ (1,1)要素, (2,2)要素, (3,1)要素, (4,1)要素
- ☐ (4,1)要素
- ☐ (2,2)要素
- ☐ (3,1)要素
- ☐ (1,2)要素, (2,2)要素, (3,1)要素, (4,1)要素
- ☐ (1,2)要素, (2,1)要素, (3,1)要素, (4,1)要素
- ☐ (1,2)要素

次の行列が正則となる条件を求めよ。

$$\begin{pmatrix} 2 & -5 & -1 & \alpha \\ -1 & -2 & 5 & 5 \\ 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -5 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

1つ選択してください:

- ☐ $\alpha + 1 \neq 0$
- ☐ $\alpha - 1 \neq 0$
- ☐ $\alpha = -\frac{1}{3}$
- ☐ $\alpha = -\frac{5}{6}$
- ☐ $4\alpha + 1 \neq 0$
- ☐ $\alpha - 3 \neq 0$
- ☐ $4\alpha + 1 \neq 0$

図 2: 実際の Moodle 上での小テストの提示例

線形代数 1 (18 種類) $\mathbb{R}^{2 \times 2}$ におけるベクトルを含む行列演算, $\mathbb{R}^{2 \times 2}$ におけるベクトルを含む行列演算の複数の組み合わせ, $\mathbb{R}^{2 \times 2}$ における線型変換による像, $\mathbb{R}^{n \times m}$ における行列の表記, $\mathbb{R}^{n \times m}$ における行列演算, $\mathbb{R}^{n \times m}$ における行列演算の複数の組み合わせ, 線形方程式と拡大係数行列間の変換, 1 度の行の基本変形によって到達可能な行列の選択, 0 次元の線形方程式の解を求める, 行列の主成分を回答, 行簡約な行列の選択, 行列の行簡約を求める, 階段行列の選択, 指定階数を持つ行列の選択, 行列の階数の計算, 行簡約な拡大係数行列に対応する線形方程式の解の自由度の選択, 行簡約な拡大係数行列に対応する線形方程式の解の選択, 一般の線形方程式の解を求める

線形代数 2 (18 種類) 行列が正則であるかの判定, 行列が正則となる条件 (パラメータの条件), 掃き出し法による逆行列の計算, 置換の合成写像の選択, 置換の逆写像の選択, 与えられた置換と同じ写像の選択, 与えられた置換の巡回置換表現と符号の選択, サラスの方法で計算可能な行列式の計算, 行変形でサラスの方法に帰着可能な行列式の計算, 非零要素が 1 つでサラスの方法に帰着可能な行列式の計算, 同じ行列式を持つ行列の選択 (1 度の行変形で帰着可能), 行変形による一般の行列式の計算, 同じ行列式を持つ行列の選択 (1 度の行または列変形で帰着可能), 正しい余因子展開の選択, 一般の行列式の計算, 一般の余因子行列の計算, 余因子行列による逆行列の計算, クラメルによる線形方程式の解の計算

次の行列式を余因子展開した式を、1つ選べ。

$$\begin{vmatrix} 4 & 4 & 2 & -2 \\ 0 & -1 & -3 & -3 \\ -2 & 0 & 3 & -2 \\ -3 & 0 & -5 & 4 \end{vmatrix}$$

1つ選択してください:

☐ $-2 \times \begin{vmatrix} 4 & 2 & -2 \\ -1 & -3 & -3 \\ 0 & -5 & 4 \end{vmatrix} + 3 \times \begin{vmatrix} 4 & 2 & -2 \\ 0 & -3 & -3 \\ -3 & -5 & 4 \end{vmatrix} + 3 \times \begin{vmatrix} 4 & 4 & -2 \\ 0 & -1 & -3 \\ -3 & 0 & 4 \end{vmatrix} + 2 \times \begin{vmatrix} 4 & 4 & 2 \\ 0 & -1 & -3 \\ -3 & 0 & -5 \end{vmatrix}$

☐ $+4 \times \begin{vmatrix} -1 & -3 & -3 \\ 0 & 3 & -2 \\ 0 & -5 & 4 \end{vmatrix} -4 \times \begin{vmatrix} 4 & 2 & -2 \\ 0 & 3 & -2 \\ 0 & -5 & 4 \end{vmatrix} -2 \times \begin{vmatrix} 4 & 2 & -2 \\ -1 & -3 & -3 \\ 0 & -5 & 4 \end{vmatrix} + 2 \times \begin{vmatrix} 4 & 2 & -2 \\ -1 & -3 & -3 \\ 0 & 3 & -2 \end{vmatrix}$

☐ $+0 \times \begin{vmatrix} 4 & 2 & -2 \\ 0 & 3 & -2 \\ 0 & -5 & 4 \end{vmatrix} -1 \times \begin{vmatrix} 4 & 2 & -2 \\ -2 & 3 & -2 \\ -3 & -5 & 4 \end{vmatrix} + 3 \times \begin{vmatrix} 4 & 4 & -2 \\ -2 & 0 & -2 \\ -3 & 0 & 4 \end{vmatrix} -3 \times \begin{vmatrix} 4 & 4 & 2 \\ -2 & 0 & 3 \\ -3 & 0 & -5 \end{vmatrix}$

☐ $-2 \times \begin{vmatrix} 4 & 2 & -2 \\ -1 & -3 & -3 \\ 0 & -5 & 4 \end{vmatrix} + 0 \times \begin{vmatrix} 4 & 2 & -2 \\ 0 & -3 & -3 \\ -3 & -5 & 4 \end{vmatrix} -3 \times \begin{vmatrix} 4 & 4 & -2 \\ 0 & -1 & -3 \\ -3 & 0 & 4 \end{vmatrix} + 2 \times \begin{vmatrix} 4 & 4 & 2 \\ 0 & -1 & -3 \\ -3 & 0 & -5 \end{vmatrix}$

☐ $-4 \times \begin{vmatrix} 0 & -3 & -3 \\ -2 & 3 & -2 \\ -3 & -5 & 4 \end{vmatrix} -1 \times \begin{vmatrix} 4 & 2 & -2 \\ -2 & 3 & -2 \\ -3 & -5 & 4 \end{vmatrix} + 3 \times \begin{vmatrix} 4 & 2 & -2 \\ 0 & -3 & -3 \\ -3 & -5 & 4 \end{vmatrix} + 0 \times \begin{vmatrix} 4 & 2 & -2 \\ 0 & -3 & -3 \\ -2 & 3 & -2 \end{vmatrix}$

図 3: 実際の Moodle 上での小テストの提示例

3.2 アンケート結果

神戸大学の全授業科目を対象として実施している「授業振り返りアンケート」において、本取り組み（静的評価の実践的な評価）の効果を確認するために、いくつかの質問を設け、静的評価で行われた学習管理システム上での小テストの評価を履修者にしてもらった。その結果の本実践の中身に関連する部分をまとめたものが、表 1、表 2、表 3、表 4、表 5 である（回答率は、線形代数 1 (LA1) が 87.5% で、線形代数 2 (LA2) が 52.2% であった）。

選択肢	LA1	LA2
小テストを実施した環境を教えてください（複数選択可能）		
学内設置の教育用端末	4	5
学内から個人のパソコン	4	2
学外から個人のパソコン	11	4
スマートフォン	21	8
タブレット（スマートフォン除く）	0	0
その他	0	0

表 1: 授業振り返りアンケートの結果集計 Q1

表1の結果を見る限り、神戸大学ではノートパソコンなどの必携化を行っていないが、多くの学生が大学設置の端末ではなく、個人所有のパソコンやスマートフォンから小テストにアクセスしていたことが分かる。

選択肢	LA1	LA2
小テストを実施するにあたり不便に感じたことを教えてください（複数選択可能）		
特になし	10	11
教科書等に比べ問題が見辛かった	6	1
手計算を行う場所の確保が難しかった	8	1
その他	6	1
小テストの問題の「量（毎週10問）」について感じたことを教えてください		
多すぎる	2	0
やや多すぎる	4	2
ちょうど良い	21	9
やや少なすぎる	1	1
少なすぎる	0	0
その他	0	0
小テストの問題の「質（クオリティ）」について感じたことを教えてください		
特になし	18	6
教科書等の問題よりも理解に役立った	3	2
教科書等の問題と比べ遜色なかった	5	4
教科書等の問題に比べ、改善が必要	2	0

表 2: 授業振り返りアンケートの結果集計 Q2-Q4

表2は問題の量や質に関するアンケート結果であり、MathJaxによる数式表現が可能となっているためか、対面式授業におけるオンラインでの小テストではあったが、その形態が大きな問題（取り組む上での障害）となっていないようである。ただ、一方で、いくつかの改善要望は届いており、PDCAを意識した継続した改善が必要であることが読み取れる。

本報告での静的評価の仮説に密接に関連するアンケート項目が表3である。静的評価では多肢選択問題が基本となり、数学分野の講義ではあるが、自ら計算した結果を直接入力する小テストとはなっていない。この弊害としては、選択肢からの検算による選択が第一にあげられるが、アンケート結果からは実行したものは少数派であったようだ（誤答となる選択肢も数多く提示していたことがうまく機能していると考えている）。一方、今回の実践では、あえて正答となる選択肢が複数存在する問題を許容していたが、受け入れられなかったようだ。これについては、何らかの方法でその教育効果を測る必要があると思われる。また、フィードバックの要望は強く、今後の課題と言える。

全体的な評価として行ったアンケート結果が、表4と表5である。結果的には、動的評価ではない静的評価の枠組みでのオンラインにおける小テストではあったが、概ねの効果はあったと考えられる。

選択肢	LA1	LA2
小テストの回答選択について感じたことを教えてください（複数選択可能）		
特になし	11	9
記述式での回答にして欲しい	4	1
正解となる選択肢が複数含まれる問題は避けて欲しい	10	2
自らの計算結果は正しいのに、選択肢にないことがあり困った	5	1
選択肢からの検算等で回答を選んだことがあった	4	1
その他	0	0
小テストの採点について感じたことを教えてください（複数選択可能）		
特になし	5	7
正誤だけの表示で特に問題ない	4	0
正解が複数含まれる問題でも正答表示が1つなのは問題だと思う	8	4
何をどう間違ったのか指導助言が表示されるべきだと思う	16	3
その他	1	0

表 3: 授業振り返りアンケートの結果集計 Q5-Q6

4 今後の課題

本報告で仮説の実証ができたとは言えないが、静的評価による対面式授業の援用は十分可能であることがアンケート結果から読み取れる。本形式での実践授業は、今後も継続するため、アンケート結果に基づき、次の課題を順次解決していきたい。

- 表示形式の改善や問題数の調整
- 通学途中の復習に特化した、計算用紙が不要となる問題への切り替え
- 適応的ではないものの、ある程度のフィードバックへの対応

なお、本報告で用いた自作パッケージや問題セットについては、公開準備が整い次第、講演者のウェブサイト³にて公開する予定である。

参考文献

- [1] 大島利雄: 「大学の数学教育における数式処理と $\text{\LaTeX}$ の活用」, 研究集会 数学ソフトウェアとその効果的教育利用に関する研究, 数理解析研究所講究録, Vol. 1978, pp.1-11, 2015.

³<http://wwwmain.h.kobe-u.ac.jp/~nagasaka/>

選択肢	LA1	LA2
総合的に判断して、Moodleの小テストは授業内容の理解に役立ちましたか		
役に立った	13	6
やや役に立った	12	3
どちらとも言えない	2	2
あまり役に立たなかった	1	1
まったく役に立たなかった	0	0
その他	0	0
履修時に選択が可能な場合、どれを選びたいですか（他の条件はすべて同一と仮定）		
Moodleの小テスト（成績に加味）が実施されるクラス	21	9
Moodleの小テスト（成績には影響なし）が実施されるクラス	3	0
紙の小テスト（成績に加味）が実施されるクラス	4	3
紙の小テスト（成績には影響なし）が実施されるクラス	0	0
その他	0	0

表 4: 授業振り返りアンケートの結果集計 Q7-Q8

小テストについて忌憚のない意見を記述してください
何度も違う問題を受けられるところがよかった（補注：多数）
どこでどう間違ったかの指導や問題の解説が十分に欲しかった（補注：多数）
結局定期テストは紙でやるので、練習も紙でしたい
10 間に無理やり合わせようとしている小テストが多かった気がする
毎週復習することになるのでありがたかった（補注：多数）
1 ページに 2 問表示ではなくて、すべての問題を 1 ページにおさめてほしい
通学中に気さくに復習出来て良かった
答えを探すのに時間がかかる。答えから辿らないと解けない問題がある

表 5: 授業振り返りアンケートの結果集計（自由記述の要約抜粋）