

非線型非平衡統計力学研究会報告

以下は去る 12 月 9, 10, 11 の 3 日間基研で開かれた上記題の研究会報告で現在 (4 月 19 日) までに原稿がとどいた分を掲載する。

1/f ゆらぎ

東工大・工 武者 利 光

抵抗体に直流電流を流したとき、その両端にあらわれる電位差変動のパワー・スペクトルは、低周波では ω^{-1} に比例する。抵抗体としては、半導体、金属、電解質溶液のいずれについても観測結果は同じで、 ω^{-1} からはずれる低周波限界はいまだに観測されていない。このような、いわゆる「1/f ゆらぎ」はつぎのような量の変動にもあらわれている——百年以上の長期にわたる気温、宇宙線の強度、水晶およびセシウム周波数標準発振器の発振周波数、高速道路上の自動車の流量など。1925 年に Johnson が初めて 1/f 雑音を発見して以来 50 年間に数多くのデータが集積されているにもかかわらず、このゆらぎの正体はいまだに明らかにされていない。

この現象を解明する一つの手がかりとして、以下に示す解析結果について論じた。中性粒子からなるガスが、x 軸に平行な筒状の空間に閉じ込められており、その内部にある熱浴と接触している。(筒状の空間のかわりに異方性媒質でもよい)。注目する粒子と熱浴との相互作用は、粒子流ゆらぎの緩和時間 τ と温度 T とで与えられるものとする。yz 面内で平均した粒子数の線密度を $n(x, t)$ とし、yz 面を通過する粒子流のゆらぎを $\Gamma(x, t)$ とすると、これらの量の変動のパワー・スペクトルの間には、つぎの関係がある。

$$\langle |n_{\omega}|^2 \rangle = \frac{\{1 + (\omega\tau)^2\}^{1/2}}{D\omega} \langle |\Gamma_{\omega}|^2 \rangle$$

武者利光

D は拡散係数である。揺動散逸定理を用いて $\langle |\Gamma_\omega|^2 \rangle$ を消去すると

$$\langle |n_\omega|^2 \rangle = \frac{4n_0}{\pi} \frac{1}{\omega \{1 + (\omega\tau)^2\}^{1/2}}$$

という簡単な結果がえられる。 n_0 は n の平均値をあらわす。 $\omega\tau \ll 1$ では n のゆらぎは ω^{-1} に比例する。 ω^{-1} 法則の低周波限界は基本方程式の線形近似限界から得られる。

$$\omega_{\text{低}} \sim \frac{1}{\tau} \exp(-n_0)$$

$1/f$ 法則の成立する相関長 l_c は

$$l_c \sim \left(\frac{2D}{\omega}\right)^{1/2}$$

で、これより長い空間をとると、その中の粒子数は $1/f$ 則にしたがわない。

フォノン・ガスに対してそのまゝ上記の結果を当てはめると、1 次元的局所温度ゆらぎのスペクトルが $1/f$ 則にしたがうことになる。水晶発振器の周波数ゆらぎは、水晶内部の局部的温度ゆらぎに関係しているのではないかと思われる。

$1/f$ ゆらぎのように低周波成分の強いゆらぎは、変動成分を「統計ゆらぎ」そのものとみなすべきか、または平均値がパラメータの変動によってゆっくり変化し、それに「統計的ゆらぎ」が重なったものとみなすべきかによって、この問題に対するアプローチの仕方が異なるであろう。

パワー・スペクトルにあらわれる ω の奇数乗の項は、非平衡状態に固有なもので、detailed balance の状態では ω の偶数乗の項のみが残るのではないかという議論もあった。