

氏 名	井 上 太 郎
学位(専攻分野)	博 士 (理 学)
学 位 記 番 号	理 博 第 2285 号
学位授与の日付	平成 13 年 3 月 23 日
学位授与の要件	学 位 規 則 第 4 条 第 1 項 該 当
研究科・専攻	理 学 研 究 科 物 理 学 ・ 宇 宙 物 理 学 専 攻
学位論文題目	Exploring Topology of the Universe in the Cosmic Microwave Background (宇宙背景輻射による宇宙のトポロジーの探究)
論文調査委員	(主 査) 教 授 富 田 憲 二 教 授 九 後 太 一 教 授 小 玉 英 雄 教 授 中 村 卓 史 助 教 授 田 中 貴 浩

論 文 内 容 の 要 旨

井上氏の学位論文の内容の要旨を述べる前に、まず、論文の動機、必然性について触れておこう。

時間、空間の構造と物質の分布・運動を記述するための一般相対性理論は、それらの局所的振舞いに対する場の方程式(アインシュタイン方程式)から成り立っているが、トポロジーに対する規定を含まない。そのため、トポロジーを指定した上で、場の方程式を解くことにより、宇宙モデルやブラックホール解が導かれる。宇宙モデルについては、従来、ナイーブに仮定される単連結的トポロジーのもとに導かれ研究されてきた。このトポロジーでは、一様等方的宇宙モデル(フリードマン・ルメートル・モデル)は、閉じた(曲率正)の空間、平坦な(曲率ゼロ)の空間、開いた(曲率負)の空間からなり、後の2つの空間は無限の広さを持つ。これに対し、多重連結の宇宙モデルの空間は複雑なトポロジーをもつ。最も簡単な場合は、平坦な(曲率ゼロ)の場合で、宇宙は基本的な3次元立方体(M)からなる周期的構造をしている。宇宙はこれらの立方体で埋めつくされていて、いずれの立方体も同じであるから、宇宙は無限に広がっているようでも、実は、有限であって、Mの中の1点から、ある方向に発射された光は、Mの1つの面から出ると他方の相対する面から入ってくる。したがって、1方から発射された光は、他方から戻ってくることになる。

曲率が、正、負の場合には、基本的な3次元立方体(M)が多面体となるので、光の出入りが複雑で、多くの多面体を通過すると、光の方向が、元とは非常に異なってくる。これらの基本的3次元立方体(M)の構造は、これまで数学者によって研究されてきて、かなりのことが分っている。例えば、平坦な場合には、Mのサイズに数学的な制限はないが、曲率が正、負の場合には、それぞれ、上限、下限がある。また、曲率正、負の場合、サイズ(波長)は非連続的であって、原子の順位のように並んでいる。

現実の宇宙のトポロジーが単連結か、多重連結かは、自明ではなく、観測的手段によって確かめられなくてはならない。確かめる方法としては、次の2通りが考えられている。

(1)天体の虚像の探査 宇宙が多重連結的であるならば、観測される銀河、銀河団等の天体のあるものは、Mの中のものであるが、他の立方体に属する虚像も含まれている。Mに属するものも、虚像も本来同じものであるから、探査のよって、同等性が見つけられるはずである。銀河団等の天文学的カタログにもとづいて調べられたが、これまで、虚像は見つかっていない。

(2)宇宙背景輻射の非等方性的特徴的振舞い 宇宙背景輻射(CMB)は極めて高い精度で等方的な、黒体輻射のスペクトルを持つことが知られている。微小な(温度揺らぎとしての)非等方性は宇宙初期の最終散乱面、および、伝搬途中のいろいろな波長の密度揺らぎによってもたらされる。宇宙のトポロジーが単連結ならば、あらゆる大きさの波長の密度揺らぎが寄与するが、多重連結の場合には、Mのサイズより小さい波長の揺らぎしか寄与しないので、上記の温度揺らぎの角度スペクトルは、単連結と多重連結とは異なってくる。また、基本的立方体は面と隅がらなり、等方的でないので、これによる

違い（新たな非等方性）があらわれてくる。

井上氏は、この2つの探査のうち、(2)の方法によって、宇宙の多重連結性を観測的に見つけることを考え、双曲的（曲率負）の空間をもつ宇宙について、その方法の基礎的研究を次の順序で行った。

(1)閉じた双曲的宇宙での固有モード

立方体の空間 M が有限で、宇宙が周期的であるため、密度揺らぎの波長は不連続である。この空間でのゆらぎを表現するため、固有モード（固有関数と固有値）を求めておく必要がある。閉じた双曲的空間での固有モードは、これまで、ほとんど研究されていなかった。井上氏は、この導出にあたり、有限境界値問題の形に定式化し、数値的方法により、固有モードを求めた。

(2)閉じた双曲的宇宙における温度相関

観測される宇宙背景輻射（CMB）の温度揺らぎは、最終散乱面での密度揺らぎ、および、最終散乱面から観測者までの密度揺らぎの積分による寄与からなる。この2つの寄与は、区別して、それぞれ、通常ザックス・ボルフェ効果、積分ザックス・ボルフェ効果と呼ばれる。宇宙定数がゼロの平坦宇宙モデルでは、通常ザックス・ボルフェ効果のみが寄与するため、温度揺らぎの相関は、空間のサイズに対応する角度 θ_c で振舞いが決る。つまり、角度 $\theta > \theta_c$ では、相関は小さくなる。このことによって、平坦で宇宙定数がゼロの多重連結のモデルは、観測から強い制約を受ける。

宇宙定数がゼロでない平坦モデルおよび、双曲的モデルでは、積分ザックス・ボルフェ効果が寄与する。この積分の中には、現在に近い時期の密度揺らぎが効いてくるが、距離的に近いことから、その角度は、比較的大きく、 $\theta > \theta_c$ での相関の減少を補う。このため、上記の多重連結的モデルは観測的に強い制限を受けないことになる。

(3)輻射（CMB）のガウス性

基本的立方体（ M ）が等方的でないため、 M 内の観測者が見る CMB に、 M の非等方性から、わずかな非等方性がもたらされる。双極的多重連結的モデルでは、多くの立方体の中を通過するとき、方向が、ランダムに変ることによって、方向が平均化され、等方的になる。しかし、この時、元々の CMB のゆらぎがガウ斯的であったものが、ガウ斯的でなくなる。この「非ガウス化」は、多重連結のモデルの特徴の1つである。このようにしてもたらされた「非ガウ斯的」性質を見つけることによって、多重連結性の探査ができる可能性がある。

以上の3項目について、3つの発表論文によって研究され、申請論文によって系統的に説明され、さらに、参考論文において、より分りやすく解説された。

論文審査の結果の要旨

井上氏の学位論文は、申請論文（1編）と発表論文（3編）、および、参考論文（1編）からなる。申請論文は、国際学術雑誌に掲載された発表論文の内容を解説しつつ、系統的にまとめたものであり、学術的に主要な部分は、発表論文にある。以下において、個々の発表論文で行ったことの意義、独創性等、申請論文のレビューとしての意義について評価することにする。

(1)発表論文1（Computation of eigenmodes on a compact hyperbolic 3-space）

双曲型（曲率負）の多重連結的宇宙モデルにおける宇宙背景輻射（CMB）の非等方性（温度揺らぎ）の角度相関 $\tau(\theta)$ を求め、角度 θ に対する観測と比較することによって、この宇宙モデルの妥当性を調べようとしている。 $\tau(\theta)$ には、最終散乱面の密度揺らぎ、および、この面と観測者の間にある密度揺らぎの積分が寄与するが、それぞれの寄与を、通常ザックス・ボルフェ効果、積分ザックス・ボルフェ効果と呼んでいる。これらの密度揺らぎは、多重連結的空間では有限の広がりをもつ基本立方体の中に閉じ込められるので、その周期条件を満たす固有方程式（ヘルムホルツ方程式）の固有関数で展開され、固有値は不連続な値をもつ。この固有モード（固有関数、固有値）を求めるのが、論文の目的である。井上氏は、新しい「直接境界要素法」の方法を開発して、数値的に固有モードを計算することに成功した。双曲的多重連結的空間には、サイズに下限があるが、最も小さい空間（ウィークス空間）、および、次に小さい空間（サーストン空間）に注目して固有モードを導いた。

小さい空間を特に選んだ理由は、小さいほど、多重連結性が観測と矛盾する可能性が高いため、どのように制限を受ける

かを見るために選んだと言うことである。彼の方法（直接境界要素法）は、それまでの他の面のより精度良く計算することができ、独特な性質をもっている。

(2) 発表論文 2 (Temperature correlations in a compact hyperbolic universe)

宇宙背景輻射 (CMB) の温度揺らぎの理論的角度依存性 $\tau(\theta)$ と観測のものとの比較により、宇宙モデルに、どのような制限が付けられるかを調べるのが、この論文の目的である。平坦な（宇宙定数がゼロの）多重連結宇宙モデルについては、シルクたちによって既に調べられ、基本立方体のサイズが宇宙の半径以下では、理論的角度依存性は観測と矛盾することが示されている。その理由は、この場合、通常ザックス・ボルフェ効果のみが効いて、立方体のサイズより大きい波長の密度揺らぎがカットされることにある。この論文では、双曲型低密度の多重連結的宇宙モデルについて、同様のことを調べたが、異なった結果が導かれることを示した。それは、この場合、積分ザックス・ボルフェ効果が効いて、観測者に近い密度揺らぎが、 $\tau(\theta)$ に寄与するからで、この揺らぎは波長が立方体のサイズ以下でも、近いため、大きい角度をもち、大角度での $\tau(\theta)$ 減少を食い止めることができる。井上氏は、このことを具体的な計算で導き、最小、または、次に小さい空間においても、理論的角度依存性 $\tau(\theta)$ が観測と一致しうることを示した。これは、これまで予想していなかった新しい興味深い結果である。この積分ザックス・ボルフェ効果と角度に注目して、上記の計算を強力に進めたことは独創的であると考えられる。

(3) 発表論文 3 (Geometric gaussianity and non-gaussianity in the cosmic microwave background)

多重連結的宇宙モデルでは、基本立方体または、多面体が球対称からずれていることによって、輻射の伝搬にも方向への依存性が表れ、角度について平均したとき、本来、等方的であった輻射が、異なった振舞いをもったものとして観測されることになる。例えば、最終散乱面で、密度揺らぎのスペクトルがガウスであっても、観測者にとっては、非ガウスのとなる。このような特異な振舞い（非ガウス化）は、平坦な多重連結的空間では、立方体の隅が同じ方向にあるので、著しい。

一方、双曲的（曲率負）の多重連結的宇宙モデルでは、隣り合う多面体の隅が次々異なった方向になるので、多くの多面体の中を通過する光は、隅による非等方性の効果を薄められることになる。このような薄める働きを「幾何学的ガウス化」と呼んでいる。井上氏は、以上の「非ガウス化」と「幾何学的ガウス化」を見つけて、詳しく解析し、理論的多重連結的宇宙モデルの観測的局面に重要な役割をすることを示した。

井上氏は、これら 3 編の発表論文の内容と結果を、申請論文に系統的に、予備的解説を含めて、まとめて書いた。それゆえ、この後者の論文はレビュー的論文として意義深い。なお、井上氏の研究は、目下続行中であり、将来への展望も明るい。

以上の論文の内容および、学位論文公聴会での発表に対する審査の結果、井上氏の学位論文は、博士号授与に値することを認定した。