

金属の常磁性帯磁率と電子フォノン相互作用

三 沢 節 夫 (日大理工)

(11月20日受理)

金属内電子系で相互作用が種々の物理量にどのように効くかは、今までクーロン相互作用と電子フォノン相互作用について別々に調べられることが多かった。最近 Kawamura¹⁾ は、その両者を同時に考えたときの相乗効果 (cross effect) がどうなるかについて、電子系の常磁性帯磁率を例にとつてかなり具体的に調べた。実験値と直接比較し得る理論値を出すためには、この方向への努力が当然要求されよう。しかし、Kawamura の得た結論については筆者はすぐには賛成いたしかねるので、この小論を書くことにする。

混乱が起らないために、今まではつきり分つていることを整理しておく。先ず、クーロン相互作用に全く目をつむつて電子フォノン相互作用だけを考えたときには、帯磁率は何等影響を受けないことである。したがつて、その値は相互作用のない自由電子系の値 (Pauli 帯磁率) そのものである。これは電子フォノン相互作用の最低次に関しては、かなり一般的な結論²⁾だが、もつと高次迄考えても影響がないことは後でふれる。ところで、Kawamuraの得た結論というのは、電子フォノン相互作用だけでは帯磁率は実際影響を受けない (Migdal 近似³⁾の範囲) が、クーロン相互作用と同時に考えると電子フォノン相互作用からも有限の寄与 (Pauli 帯磁率のオーダー) が現われるというものである。これに対して筆者は、電子フォノン相互作用の帯磁率に対する効果は、クーロン相互作用のあるなしに拘らず、 s/v_F (s ; 音速, v_F : Fermi velocity, $s/v_F \sim 10^{-3}$) のオーダー又はその高次であつて全く無視できると考える。したがつて、帯磁率の理論値を計算するには、クーロン相互作用だけを考えればよいのであつて、電子フォノン相互作用は全く無視してよいという立場である。

ここで帯磁率 χ を計算するに際しては、系のエネルギーを計算し、それを

三沢節夫

"polarization parameter" z で展開するという方法に従う。 z は、系の伝導電子の数（単位体積当り）を n , そのうち + スピン又は - スピンをもつものを夫々 n_+ 又は n_- としたとき、 $n_{\pm} = (n/2)(1 \pm z)$ で定義される。このとき、+ 及び - スピンをもつ電子に対するフェルミ運動量 p_+ , p_- は、polarization のないとき ($z = 0$) の値を p_F としたとき、

$$p_{\pm} = p_F (1 \pm z)^{1/3} \quad (1)$$

と書ける。 x を求めるには、この spin configuration の下での系のエネルギー（1 粒子当り） $\epsilon(z)$ を計算し、それを z で展開し z^2 の項を知ればよい。すなわち、

$$x = n\mu^2 / \left(\frac{\partial^2 \epsilon}{\partial z^2} \right)_{z=0} \quad (2)$$

ここで μ は電子の磁気能率である。

ところで、 x を求めるには、Wolff 流⁴⁾ に Eq. of motion method で、外場に対する系の response を計算する方法も可能である。問題は外場で励起された particle-hole pair の運動を解くことに帰着される。Landau の kinetic equation は、正にこの particle-hole pair に対する運動方程式だから、Kawamura の議論も基本的にはこの方法に従っていることになる。さて、Wolff の議論をたどってみると明らかなように、運動方程式の方法では、相互作用に関して particle-hole の ladder 型の散乱を無限次まで足し上げても、 x^{-1} で云えば、相互作用の最低次までしか考えていないことになる。ということは、前節の系のエネルギーに基づく方法では相互作用の最低次で考えれば済むことが、運動方程式の方法では、相互作用に関して或る種のグラフについて無限次まで考えねばならぬ。uniform field に対する帯磁率（波数・周波数とも零の極限での帯磁率）を問題にする限り、エネルギーに基づく方法の方がより簡明であることが分る。

筆者の主張を一般的に証明することは難かしいので、ここでは或る特定の次数（さし当つて最低次）に限って議論を進める。先ず、Kawamura の結果をみると、 x_0/x (x_0 は Pauli の値) に対して、クーロン相互作用と電子フォノン相互作用に関して共に一次のオーダーでの cross term が現われているこ

とに注意する。筆者の考えでは、このような項は消えるべきものである (s/v_F のオーダーで)。これに対応する項をエネルギーの方から求めるには Fig. 1 a), b) のグラフからエネルギーを計算しさえすればよい。ところで、この最低次でも、クーロン相互作用の事情を正直に取入れて計算を遂行することは難

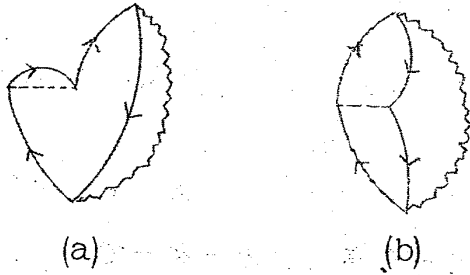


Fig. 1 点線はクーロン相互作用、波線は電子フォノン相互作用を示す

かしい。ここでは、クーロン相互作用を、その momentum transfer に依らない V_0 で置き換える。この置き換えをしても、電子フォノン相互作用の方をちゃんと取扱う限り、議論の一般性を少しもそこなわないことは、Kawamura の議論をはじめからたどつてみれば明らかである。

Fig. 1 a) からのエネルギーは

$$V_0 \sum_{\mathbf{p}} \sum_{\mathbf{p}'} \sum_{\mathbf{q}} A_{\mathbf{q}} n_{\mathbf{p}} (1 - n_{\mathbf{p}'}) n_{\mathbf{p}' - \mathbf{q}} \left(\frac{1}{\epsilon_{\mathbf{p}'} - \epsilon_{\mathbf{p}' - \mathbf{q}} + \omega_{\mathbf{q}}} \right)^2 \quad (3)$$

と書ける。同様に Fig. 1 b) からくる一つの代表的な項は

$$V_0 \sum_{\mathbf{p}} \sum_{\mathbf{p}'} \sum_{\mathbf{q}} A_{\mathbf{q}} n_{\mathbf{p}} n_{\mathbf{p} - \mathbf{p}'} (1 - n_{\mathbf{p} - \mathbf{q}}) (1 - n_{\mathbf{p} - \mathbf{p}' - \mathbf{q}}) \times \frac{1}{\omega_{\mathbf{q}} - \epsilon_{\mathbf{p}} + \epsilon_{\mathbf{p} - \mathbf{q}}} \frac{1}{\omega_{\mathbf{q}} - \epsilon_{\mathbf{p} - \mathbf{p}'} + \epsilon_{\mathbf{p} - \mathbf{p}' - \mathbf{q}}} \quad (4)$$

となる。ここで $n_{\mathbf{p}}$ は分布関数で

$$n_{\mathbf{p}} = \begin{cases} 1, & p \leq p_F \\ 0, & p > p_F \end{cases} \quad (5)$$

$$A_{\mathbf{q}} = \frac{\lambda \pi^2}{p_F} \omega_{\mathbf{q}}, \quad \omega_{\mathbf{q}} = s q, \quad \epsilon_{\mathbf{p}} = \frac{p^2}{2m},$$

更に λ は Fröhlich の結合定数で 1 の程度の無次元の量である。(5) の p_F は、正しくは + スピン又は - スピンによつて、 p_+ 又は p_- と書くべきものである。(3) で運動量 $\mathbf{p}, \mathbf{p}', \mathbf{q}$ についての和を実行すると最後に

$$nV_0 \lambda \frac{s}{p_F} \int_0^{q_D} dq q^2 \left[-1 + \left(\frac{s}{q} - \frac{1}{2} \right) \log \left| \frac{p_F + \frac{q}{2} + s}{p_F - \frac{q}{2} + s} \right| \right. \\ \left. + \log \left(1 + \frac{q}{2s} + \frac{p_0}{s} \right) \right] \quad (6)$$

が得られる。ここで q - 積分を残しておいたのは、以下の議論で、その必要がないからである (q_D はデバイ波数)。

(6)の表式から、Fig.1 a) からのエネルギーは Fermi エネルギーに比べて s/v_F 又は $(s/v_F) \log(s/v_F)$ 或いは更にその高次のオーダーであることが直ちに分る。(1), (2)に注意すると、 x に関しては、エネルギーの p_F についての二回微分まで関係してくる。ところで、(6)を p_F に関して二回微分まで作っても、積分記号の外の s/v_F が相殺されることはない。したがって、Fig.1a) からの x への寄与は全く無視できる。Fig.1 b) については (式(4)) ちよつと計算できる望みがないが、Kawamuraの結果と比較するという範囲では問題にならない。というのは、Kawamuraの議論にも Fig.1 b) の寄与は入っていないからである。

以上見たように、少くともクーロン相互作用と電子フォノン相互作用の一次の cross term は x の表式の中には全く現われなくて、Kawamura の結果は正しくないことが分る。もつと高次の cross term については断定的なことは云えない。しかし、電子フォノン相互作用について高次になればなる程、結合定数から (s/v_F) の高い巾が現われる。この巾を消すような s/v_F の逆巾が運動量の積分から現われるためには、余程特殊の事情がなければならぬ。電子の有効質量ではそのような事情になつてはいるが、このときには、たとえ相互作用定数が s/v_F のオーダーで小さくても、一箇の電子がフォノンとの相互作用を通じて残りの結晶全体の自由度と couple するために、結果として1のオーダーの補正を受けると考えられる。系の全エネルギーの場合には事情は異つてはいる筈で、 s/v_F のオーダーの相互作用で Fermi エネルギー程度のエネルギーの補正が現われることは、全く理解し難い。(クーロン相互作用を考えないときには、電子フォノン相互作用はどんなに高次まで考えても、Fermi エネルギーの程度のエネルギーの補正はでてこない!) もし上のことが正しいとす

ると、ノーマル・メタルでも電子フォノン相互作用を摂動で取扱えない場合もあるわけで、金属の凝集エネルギーについても、今までの理論に電子フォノン相互作用まで入れて再検討しなければならない。しかし筆者はそんなことはないと思っている。

文 献

- 1) K. Kawamura, 物性研究 4, 464 (1956)
- 2) J. J. Quinn, The Fermi Surface, p. 58.
- 3) A. B. Migdal, Soviet Phys. JETP 34, 996 (1958)
- 4) P. A. Wolff, Phys. Rev. 120, 814 (1960)