

地盤特性を考慮した梁降伏型架構の適正設計

藤原 悌三・秋元 理仁

OPTIMUM DESIGN OF PLANE FRAME STRUCTURES WITH ELASTO-PLASTIC BEAMS CONSIDERING SOIL EFFECTS

By Teizo FUJIWARA and Masahito AKIMOTO

Synopsis

In order to obtain the optimum base shear coefficient of plane frame structures and the stiffness/strength distribution of composed members subjected to the filtered random excitation, a method of optimization of structures which were composed by strong columns and weak beams with bi-linear hysteresis is presented.

Equivalent linearization technique is introduced in the elasto-plastic beams of 3 - and 5-story structures. Input excitation used in this study is white noise modified by the Kanai-Tajimi filter. Performance index is selected so as to minimize the sum of the second moment of cross section of columns and beams considering the constraints of ductility ratio of beams and fiber stress of column members. Root mean square responses as well as peak responses such as ductility ratio of beam rotation, base shear coefficient, stiffness/strength distribution of each member are theoretically obtained and compared with the results of simulated responses.

1. は じ め に

激震時に構造物各部に生じる応力あるいは変形を、あらかじめ定められた安全性の尺度に一樣に収まるように設計することが最も経済的であるとの考えから、これまでに種々のアプローチからの適正耐震設計に関する研究がなされてきた¹⁾。久徳・小堀はせん断型質点系モデルを対象に実地震波5波の弾塑性地震応答から、それらの応答の平均値が比較的一様となる強度分布を求めた²⁾。その結果は、1980年に改定された建築基準法における耐震設計法の強度分布を与える A_i 分布の根拠ともなっている。小堀・南井・河野³⁾、曾田・谷⁴⁾はせん断型3質点構造物を対象に、定常ランダム波が入力した場合の塑性率を一樣化する剛性分布を等価線形化手法により求めている。一方、中村・竹脇は、多層架構を対象に予め定められた設計スペクトルに対して、非線形梁の歪と弾性柱の応力を制約条件とする最適閉形解を求め、応答解析により、解法の妥当性を検証している⁵⁾。

最適設計に関しては、静的問題、動的問題として他にも数多くの研究があるが、ここでは適正耐震部材設計の観点から確率的適正設計の一手法を展開する。最近の耐震設計の動向は、構造物全体の崩壊を避けるために、重力を支持する柱部材の安全性を大きくし、梁のエネルギー吸収に期待する方向にある。ここでは、Kapur らの方法⁶⁾を参考にし、等価線形化手法を用いて、柱を弾性とし、梁降伏型架構を対象とし、地盤特性を考慮した構造物と構成部材の適正動特性を求める手法を提示する。この手法により、地震入力の不規則、不確定さを考慮して、ランダム入力の場合の梁部材の塑性率および柱部材の応力

度を制約条件とする部材レベルの適正分布を求め、塑性挙動の増大に伴って適正分布も異なること、地盤の動特性に応じて適正せん断力係数が異なることなどを明らかにする。

2. 梁降伏型架構の運動方程式

建築構造物の耐震設計は、建物の使用期間内に一度は発生すると予想される地震に対しては、構造物各部に被害が生じないようにし、期間内に発生すると考えられる最大級の地震にたいしても、一部の部材が塑性挙動を示したとしても、人命に関係する全体崩壊は避けるべきであるという考え方が一般的になっている。そのためには、柱の被害は極力避け、梁のエネルギー吸収に期待することが経済的にも必要であり、この点は従来から提言されてきたところである⁷⁾。本来、建築構造物および構成部材の適正耐震設計については、多軸断面力状態に対して検討すべきであるが、その第1段階として、ここでは、多スパン平面架構を考え、軸力の影響は考慮外とする Fig. 1 のような逆対称変形を仮定した、柱は弾性、梁は履歴をもつ部材で構成されている基礎固定の架構を解析対象とする。その時、柱、梁のモーメントと材端回転角 θ 、部材角 R の関係は次式で与えられる。

$$M_{j,j-1} = k_j(2\theta_j + \theta_{j-1} - 3R_j) \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$M_{Bi} = s_i F_i(\theta_i, t) \quad \dots\dots\dots (2)$$

ここに、 $k_j = 2EI_c/h_j$, $s_i = 6EI_{Bi}/L$, $F_i(\theta_i, t)$ は履歴特性関数であり、Fig. 2 のような bi-linear 型履歴を仮定する。履歴特性関数 $F_i(\theta_i, t)$ を Caughey の手法⁸⁾により、等価な線形バネと履歴消費エネルギーによる減衰力によって次式のように表現する。

$$F_i(\theta_i, t) = \kappa_i \theta_i + d_i \dot{\theta}_i + \varepsilon(\theta_i, t) \quad \dots\dots\dots (3)$$

ここに、 κ_i : 無次元等価剛性, d_i : 無次元等価減衰係数, ε : 誤差項である。stationary random process を対象とし、誤差項を最小にする規範から κ_i , d_i は次式で求められる。

$$\kappa_i = \frac{\langle \theta_i F_i(\theta_i, t) \rangle}{\langle \theta_i^2 \rangle} \quad \dots\dots\dots (4)$$

$$d_i = \frac{\langle \dot{\theta}_i F_i(\theta_i, t) \rangle}{\langle \dot{\theta}_i^2 \rangle} \quad \dots\dots\dots (5)$$

各層の節点の釣合式は、(4), (5)式を用いて次式のように得られる。

$$[A] \{\theta\} - [B] \{u\} + [K_B^e] \{\theta\} + [C_B^e] \{\dot{\theta}\} = \{0\} \quad \dots\dots\dots (6)$$

あるいは、

$$([A] + [K_B^e]) \{\theta\} + [C_B^e] \{\dot{\theta}\} = [B] \{u\} \quad \dots\dots\dots (7)$$

ここに、 $[K_B^e] = \text{diag}[2s_i \kappa_i]$, $[C_B^e] = \text{diag}[2s_i d_i]$ である。運動方程式は節点回転角（材端回転角）および運動変位 u_i で表される柱のせん断力を用いて次式のように書ける。

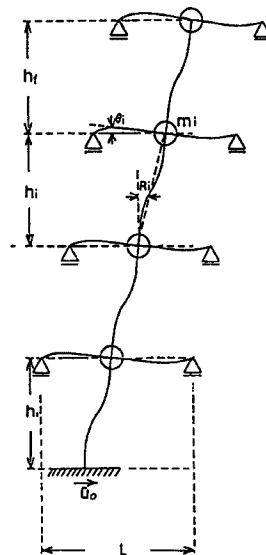


Fig. 1. Structural Model.

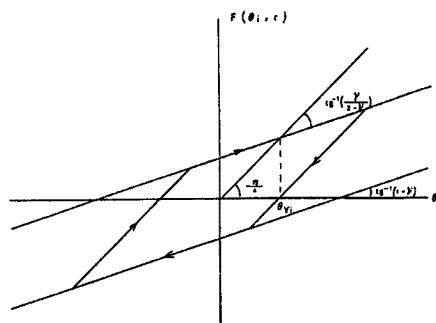


Fig. 2. Bi-linear Hysteresis of Beam.

$$[M] \{\ddot{u}\} + [C] \{\dot{u}\} - [B]^T \{\theta\} + [E] \{u\} = -[M] \{1\} \ddot{u}_g \quad \dots\dots\dots (8)$$

ここに、 $[M]$ ：質量マトリクス， $[C]$ ：粘性減衰係数マトリクス， $[B]$ ， $[E]$ ：形状係数マトリクス， $\ddot{u}_g$ ：地動加速度である。(8)式の $\{\theta\}$ に (7)式とその微分形を代入すると

$$[M] \{\ddot{u}\} + [C] \{\dot{u}\} + [E] \{u\} + \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^{n+1} [B]^T ([A] + [K_B^{eq}])^{-1} [C_B^{eq}]^n \\ ([A] + [K_B^{eq}])^{-1} [B] \{u^{(n)}\} = -[M] \{1\} \ddot{u}_g \quad \dots\dots\dots (9)$$

となり、 $([A] + [K_B^{eq}])^{-1} [C_B^{eq}]$ は、十分小さいと仮定し、 $n > 2$ の高階の項を無視すると次式の近似表現を得る。

$$[M] \{\ddot{u}\} + [r] \{\dot{u}\} + [k] \{u\} = -[M] \{1\} \ddot{u}_g \quad \dots\dots\dots (10)$$

$$[r] = [C] + [B]^T ([A] + [K_B^{eq}])^{-1} [C_B^{eq}] ([A] + [K_B^{eq}])^{-1} [B] \quad \dots\dots\dots (11)$$

$$[k] = -[B]^T ([A] + [K_B^{eq}])^{-1} [B] + [E] \quad \dots\dots\dots (12)$$

$$[C] = \frac{2h}{\omega_1} [k] \quad \dots\dots\dots (13)$$

ここに、 h ：構造物の粘性減衰比， ω_1 ：等価線形化されたシステムの一次固有円振動数であり， $[r]$ ， $[k]$ は対称 matrix となる。

3. 解 析 方 法

3.1 運動方程式の複素モーダルアナリシス

(10) 式の運動方程式を Foss の手法⁹⁾により、一階の微分方程式に書換えると次式を得る。

$$[R] \{z\} + [K] \{z\} = \{F(t)\} \quad \dots\dots\dots (14)$$

ここに、

$$[R] = \begin{bmatrix} [0] & [M] \\ [M] & [r] \end{bmatrix}, \quad [K] = \begin{bmatrix} -[M] & [0] \\ [0] & [k] \end{bmatrix}, \quad \{z\} = \begin{Bmatrix} \{\dot{u}\} \\ \{u\} \end{Bmatrix}, \\ \{F(t)\} = \begin{Bmatrix} \{0\} \\ -[M] \{1\} \ddot{u}_g \end{Bmatrix}$$

いま、(14)式を $\{z\} = \exp(\alpha t) \{\Phi\}$ とおき、

$$\alpha [R] \{\Phi\} + [K] \{\Phi\} = \{0\} \quad \dots\dots\dots (15)$$

を解くことにより、 $2f$ 個の固有値 α_n と固有ベクトル $\{\Phi^{(n)}\}$ を得る。すなわち、

$$\{\Phi^{(n)}\} = \begin{Bmatrix} \alpha_n \{\phi^{(n)}\} \\ \{\phi^{(n)}\} \end{Bmatrix} \quad n=1, 2, \dots, 2f \quad \dots\dots\dots (16)$$

(14)式の解は $\{z\} = \sum_{n=1}^{2f} \{\Phi^{(n)}\} \xi_n(t)$ と固有関数展開することにより、最終的には次式のようになる。

$$\{u\} = \sum_{j=1}^{2f} \{\phi^{(j)}\} \xi_j(t) = \sum_{j=1}^{2f} \frac{1}{R_j} \{\phi^{(j)}\} \int_0^t \exp\{\alpha_j(t-\tau)\} F_j(\tau) d\tau \quad \dots\dots\dots (17)$$

$$\xi_j(t) = -\Gamma_j \int_0^t h_j(t-\tau) \ddot{u}_g(\tau) d\tau \quad \dots\dots\dots (18)$$

$$\Gamma_j = \frac{\{\phi^{(j)}\}^T [M] \{1\}}{2\alpha_j \{\phi^{(j)}\}^T [M] \{\phi^{(j)}\} + \{\phi^{(j)}\}^T [r] \{\phi^{(j)}\}} \quad \dots\dots\dots (19)$$

$$h_j(t) = \exp(\alpha_j t) H(t), \quad H(t): \text{heaviside unit function} \dots \dots \dots (20)$$

3.2 応答の2乗平均値

複素モーダルアナリシスにより得られた解を用いると各層の水平変位，速度，加速度の2乗平均値は入力の変位を仮定して大略以下のように求められる。

$$E[u_i u_j^*] = R_{u_i u_j}^{* (0)} = \frac{1}{2\pi} \sum_{l=1}^{2f} \sum_{m=1}^{2f} \phi_i^{(l)} \phi_j^{(m)*} \Gamma_l \Gamma_m^* I_{lm} = S_0 \sum_{l=1}^{2f} \sum_{m=1}^{2f} \phi_i^{(l)} \phi_j^{(m)*} \Gamma_l \Gamma_m^* B_{lm} \dots \dots \dots (21)$$

$$E[\dot{u}_i \dot{u}_j^*] = S_0 \sum_{l=1}^{2f} \sum_{m=1}^{2f} \phi_i^{(l)} \phi_j^{(m)*} \alpha_l \Gamma_l \Gamma_m^* B_{lm} \dots \dots \dots (22)$$

$$E[u_i \dot{u}_j^*] = S_0 \sum_{l=1}^{2f} \sum_{m=1}^{2f} \phi_i^{(l)} \phi_j^{(m)*} \alpha_m^* \Gamma_l \Gamma_m^* B_{lm} \dots \dots \dots (23)$$

$$E[\dot{u}_i \dot{u}_j^*] = S_0 \sum_{l=1}^{2f} \sum_{m=1}^{2f} \phi_i^{(l)} \phi_j^{(m)*} \alpha_l \alpha_m^* \Gamma_l \Gamma_m^* B_{lm} \dots \dots \dots (24)$$

$$E[\ddot{u}_i \ddot{u}_j^*] = S_0 \sum_{l=1}^{2f} \sum_{m=1}^{2f} \phi_i^{(l)} \phi_j^{(m)*} \alpha_l^2 \alpha_m^* \Gamma_l \Gamma_m^* B_{lm} \dots \dots \dots (25)$$

$$E[\ddot{u}_i \dot{u}_j^*] = S_0 \sum_{l=1}^{2f} \sum_{m=1}^{2f} \phi_i^{(l)} \phi_j^{(m)*} \alpha_l^2 \alpha_m^* \Gamma_l \Gamma_m^* B_{lm} \dots \dots \dots (26)$$

ここに，

$$I_{lm} = 2\pi S_0 B_{lm} = \int_{-\infty}^{\infty} H_{hl}(-i\omega) H_{hm}^*(i\omega) \phi_{aa}(\omega) d\omega$$

$$B_{lm} = \frac{1}{\alpha_l + \alpha_m} \quad \text{for } \phi_{aa}(\omega) = S_0$$

$$\begin{aligned} B_{lm} = & - \frac{\{\beta\beta^* + \alpha_m^*(\beta + \beta^*)\} \{\beta\beta^* - \alpha_m(\beta + \beta^*)\}}{(\alpha_l + \alpha_m)(\alpha_m^* - \beta)(\alpha_m + \beta^*)(\alpha_m^* + \beta)(\alpha_m + \beta^*)} \\ & + \frac{\beta^2(2\beta^* + \beta)}{2(\beta + \alpha_l)(\beta - \alpha_m^*)(\beta - \beta^*)(\beta + \beta^*)} \\ & + \frac{\beta^{*2}(2\beta^* + \beta)}{2(\beta^* + \alpha_l)(\beta^* - \alpha_m^*)(\beta^* - \beta)(\beta^* + \beta)} \dots \dots \dots (27) \end{aligned}$$

$$\text{for } \phi_{aa}(\omega) = \frac{\omega_g^4 + 4h_g^2 \omega_g^2 \omega^2}{(\omega_g^2 - \omega^2)^2 + 4h_g^2 \omega_g^2 \omega^2} S_0$$

$$\beta = -h_g \omega_g + i\sqrt{1 - h_g^2} \omega_g \dots \dots \dots (28)$$

であり， S_0 は入力の変位スペクトル密度， $*$ は共役複素数である。

一方，梁材端の節点回転角，回転角速度の2乗平均値は以下のように求められる。(7)式で得られた等価線形化されたモーメント釣合式，

$$([A] + [K_B^{eq}]) \{\theta_i\} + [C_B^{eq}] \{\dot{\theta}_i\} = [B] \{u_i\} \dots \dots \dots (7)$$

より，

$$\{\theta\} = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n ([A] + [K_B^{eq}])^{-1} [C_B^{eq}]^n ([A] + [K_B^{eq}])^{-1} [B] \{u^{(n)}\} \dots \dots \dots (29)$$

の関係が得られる。ここでも $([A] + [K_B^{eq}])^{-1} [C_B^{eq}]$ は十分小さいとし， $n > 2$ の高階項を無視すると，次式のような近似式が得られる。

$$\{\theta\} = [a] \{u\} - [b] \{\dot{u}\} \dots \dots \dots (30)$$

$$\{\dot{\theta}\} = [a] \{\dot{u}\} - [b] \{\ddot{u}\} \dots \dots \dots (31)$$

ここに,

$$\begin{aligned} [a] &= ([A] + [K_B^{eq}])^{-1} [B] \\ [b] &= ([A] + [K_B^{eq}])^{-1} [C_B^{eq}] ([A] + [K_B^{eq}])^{-1} [B] \end{aligned}$$

これより、節点回転角速度の2乗平均値は次のように導かれる。

$$\sigma_{\theta_i}^2 = E[\theta_i \dot{\theta}_i^*] = \sum_{j=1}^f \sum_{k=1}^f (a_{ij} a_{ik} E[u_j \dot{u}_k^*] - a_{ij} b_{ik} E[u_j \dot{u}_k^*] - b_{ij} a_{ik} E[\dot{u}_j u_k^*] + b_{ij} b_{ik} E[\dot{u}_j \dot{u}_k^*]) \quad (32)$$

$$\sigma_{\dot{\theta}_i}^2 = E[\dot{\theta}_i \dot{\theta}_i^*] = \sum_{j=1}^f \sum_{k=1}^f (a_{ij} a_{ik} E[\dot{u}_j \dot{u}_k^*] - a_{ij} b_{ik} E[\dot{u}_j \dot{u}_k^*] - b_{ij} a_{ik} E[\dot{u}_j \dot{u}_k^*] + b_{ij} b_{ik} E[\dot{u}_j \dot{u}_k^*]) \quad (33)$$

柱材端の縁応力、縁応力速度についても(1)式のように $\{\theta\}$, $\{R\}$ ($R_i = u_i - u_{i-1}$) の関数として表現されることから、結果は省略するが¹⁰⁾ 2乗平均値に関する同様の式が導かれる。

3.3 評価関数と制約式

最適設計の概念は、最小コスト設計、最小重量設計など種々考えられるが、本論文では、平面架構を対象としており軸力の影響、長期荷重の影響なども考慮していない。従って、評価関数として必ずしも妥当であるとは言えないが、簡単のため、下式のごとく各部材の断面2次モーメントの和を最小にするという評価式を採用する。

$$\min \left\{ \sum_{i=1}^n (EI_{ci} + EI_{Bi}) \right\} \quad (34)$$

上式を実現するための制約条件として、柱上端、下端の曲げ応力が材料の許容値内にいること、および、梁端部の節点回転角が所定の靱性率の範囲にあることを考える。これらの制約条件式は次式で表現される。

$$P \left[\left| \frac{S_{ui}(EI_{ci} EI_{Bi} t)}{S_Y} \right| > 1, 0 \leq t \leq T \right] \leq P_{fa} \quad (35)$$

$$P \left[\left| \frac{S_{Li}(EI_{ci} EI_{Bi} t)}{S_Y} \right| > 1, 0 \leq t \leq T \right] \leq P_{fa} \quad (36)$$

$$P \left[\left| \frac{\theta_i(EI_{ci} EI_{Bi} t)}{\theta_{Yi}} \right| > \mu, 0 \leq t \leq T \right] \leq P_{fa} \quad (37)$$

ここに、 S_{ui} , S_{Li} は柱材端の曲げモーメントによる縁応力度、 S_Y は柱の材料の許容応力度である。また、 θ_i , θ_{Yi} は梁の節点回転角と降伏限界回転角であり、次式で定義される。

$$\theta_{Yi} = \frac{LS_Y}{6E(h_B/2)} \quad (38)$$

崩壊確率 P_{fa} は、応答 δ が初めて上限値 U または下限値 $L(=-U)$ を越える確率とし、Poisson 過程を仮定すると時間 $0 \leq t \leq T$ に越える回数は次式で与えられている。

$$P[N(T)=n] = \frac{(\nu T)^n}{n!} \exp(-\nu T) \quad (39)$$

ここで,

$$\nu = \frac{1}{\pi} \frac{\sigma(\dot{\delta})}{\sigma(\delta)} \exp\left(-\frac{U^2}{2\sigma(\delta)^2}\right) \quad (40)$$

上式より、時間 $0 \leq t \leq T$ に最大応答が少なくとも1回限界値を越える確率は次式で与えられる。

$$P_U(T) = 1 - \exp\left(-\frac{1}{\pi} \frac{\sigma(\delta)}{\sigma(\delta)} T \exp\left(-\frac{U^2}{2\sigma(\delta)^2}\right)\right) \dots\dots\dots (41)$$

なお、本論文では、制約付き最適化問題を乗数法¹¹⁾により制約無し最適化問題の列に変換して、京大大型計算機センター内のSSLⅡのニュートン法サブルーチンMINF1を用いて解いているが、崩壊確率を大きくすると解が収束しない場合もあるため、解法については今後検討の余地が残されている。

4. 結果および考察

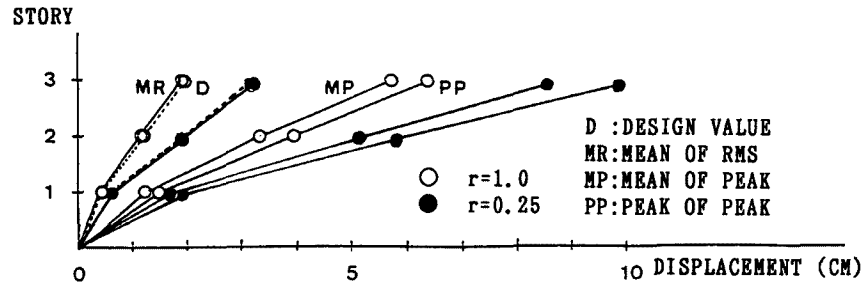
3層および5層の平面架構を対象に filtered white noise が作用したときの適正解を得るため、異なる卓越振動数をもつ外乱に対して、部材成、第2分枝勾配、制約塑性率をパラメーターとする解析を行った。解析に用いた構造物の諸定数、パラメータを Table 1 に示す。

Fig. 3 は white noise 入力ときの3層架構の理論解を破線で、20波の人工地震波による応答の2乗平均値をMR、最大値の平均値をMP、最大値の最大値をPPで示している。○印は弾性応答、●は第2分枝勾配比を0.25とした場合である。(a) 図に示すように、変位の2乗平均応答はほぼ理論解と一致しており、柱脚固定の条件のため1層の変位が少なく、2、3層の相対変位はほぼ等しくなっている。第2分枝勾配比が0.25になると架構の剛性は小さくなり、塑性変形を考慮することにより、強度（剛性）の低い断面で設計できることを示している。図には示していないが、その傾向は第2分枝勾配比を0.5とした場合と大差は見られない。(b) 図は理論解を基準として変位応答の比率を示す図であり、 $r=1, 0.25$ とも最大値の最大は平均値の約3倍となっており、第2分枝勾配が小さいほど上層の最大値が増加する傾向を示す。このことは、柱弾性の仮定に関係して生じる結果であり、柱降伏型架構では逆の性質をもつと考えられる。(c) 図は柱の応力分布を示しており、図中破線は応力度が材料の設定許容応力度 2.4 t/cm^2 の値を示している。柱脚固定の仮定から一層柱脚の応力を制約するため、一層柱頭に余裕を生じるのは同一断面としているためやむを得ないが、各層柱の最大縁応力度最大値についても許容値以内に、ほぼ一様に収まっている。(d) 図は梁の節点回転角を表しており、梁の塑性率に相当する。点線は線形および非線形の応答に対する制約塑性率である。平均値応答は理論値を満足しているが最大値は上層で増加する傾向を示す。その理由は柱脚の拘束されている影響が低層建物については顕著に表れるためと考えられる。

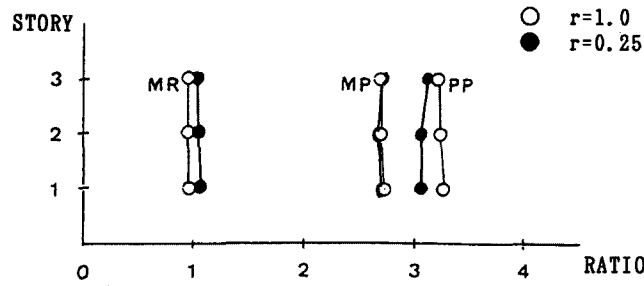
Fig. 4 は地盤の卓越振動数を4 Hzにもつ、フィルター特性のあるランダム入力に対する同様の応答を

Table 1. Parameters of Structural Model

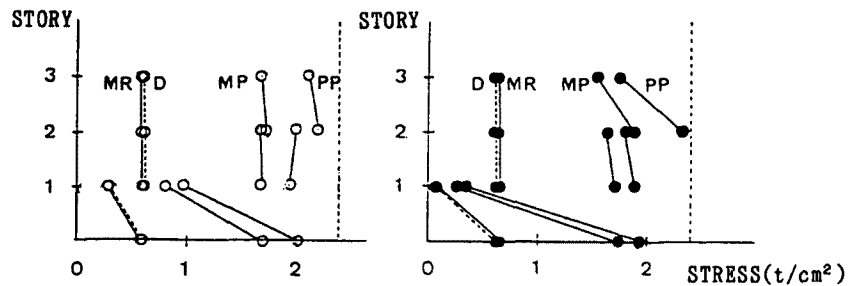
Span Length	1=750cm
No. of Story	3 and 5
Column Length	$h_c=350\text{cm}$
Mass	$m_i=25\text{tonf}$
Depth of Column	$h_c=40\text{cm}$ and 50cm
Depth of Beam	$h=50\text{cm}$ and 60cm
Critical Damping Ratio	$h=0.02$
Stiffness ratio of 2nd Branch of Beam	$r=1.0, 0.5$ and 0.25 ($r=1-\gamma$)
Allowable Ductility Ratio	$\mu=1.0, 1.5, 2.0$ and 2.5
Young Modulus	$E=2100\text{tonf/cm}^2$
Power Spectral Density	$S_0=500\text{cm}^2/\text{sec}^3$
Duration Time of Input Motion	$T=20\text{sec}$
Predominant Frequency of Soil	$f_g=1, 2, 3, 4, 6$ and white noise
Allowable Failure Probability	$P_{fa}=5\%$



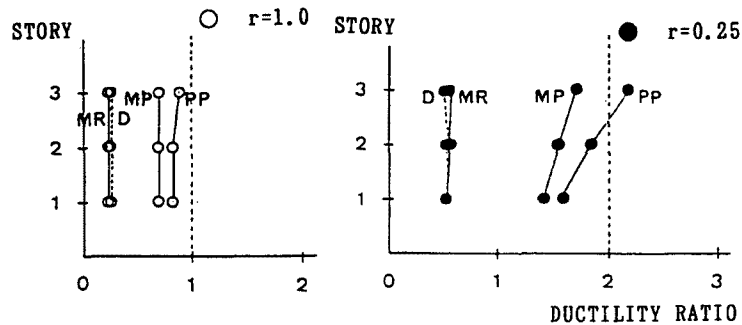
(a) Design and Simulated Value of Displacement



(b) Ratio of Simulated Displacement to Design Value



(c) Fiber Stress of Column Members



(d) Ductility Ratio of Beam Members

Fig. 3. Design Value and Simulated Responses of 3 story frame due to White Noise.

示した図である。全般的な傾向は Fig. 3 の white noise の場合と同様であるが、3 層構造物の質量と形状を予め与えているため、固有振動数を若干小さくすることにより、共振点から逃れた適正解が導かれていることが、各層の剛性を Fig. 3 と比較することによって理解される。

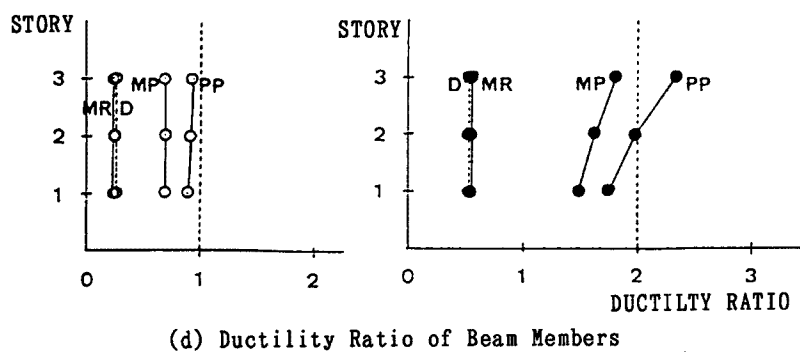
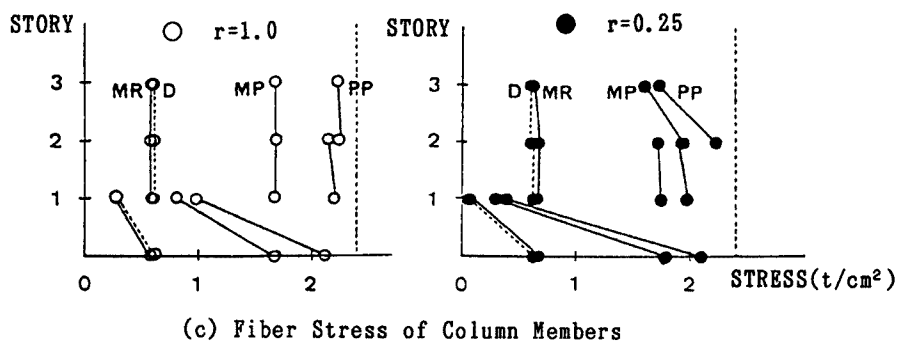
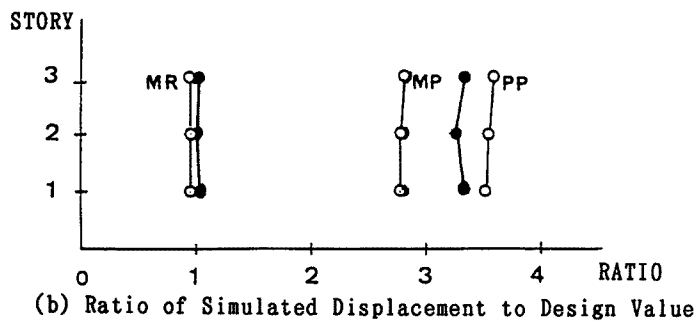
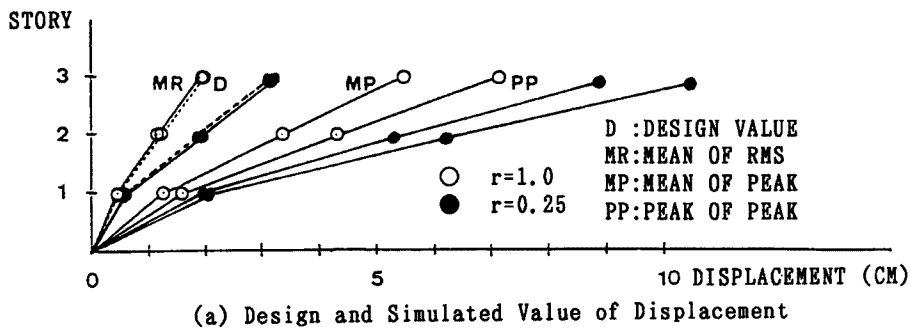


Fig. 4. Design Value and Simulated Responses of 3 story frame due to Filtered White Noise ($F_g=4\text{Hz}$).

Figs. 5, 6 は5層の場合の同様な応答である。3層の場合に比べて柱脚固定の影響が相対的に小さくなり、white noise 入力に対する各層梁の塑性率応答の一様性が確実なものとなる反面、周波数特性をもつ入力に対しては最大値のばらつきが増加する傾向にある。

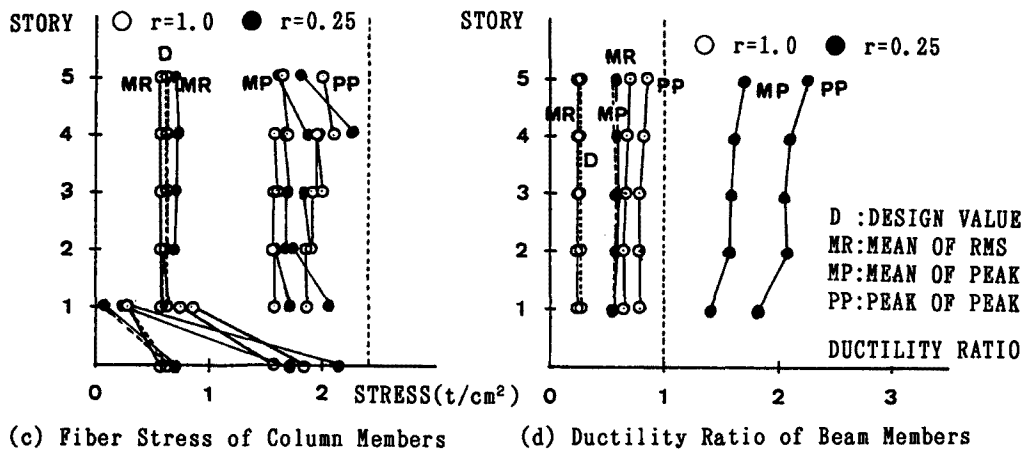
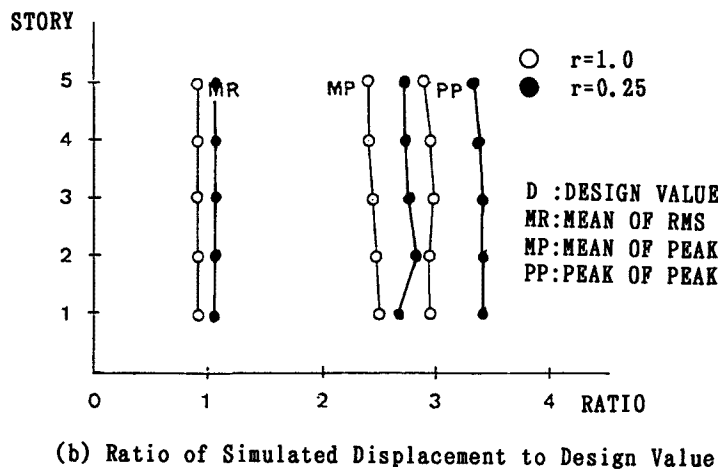
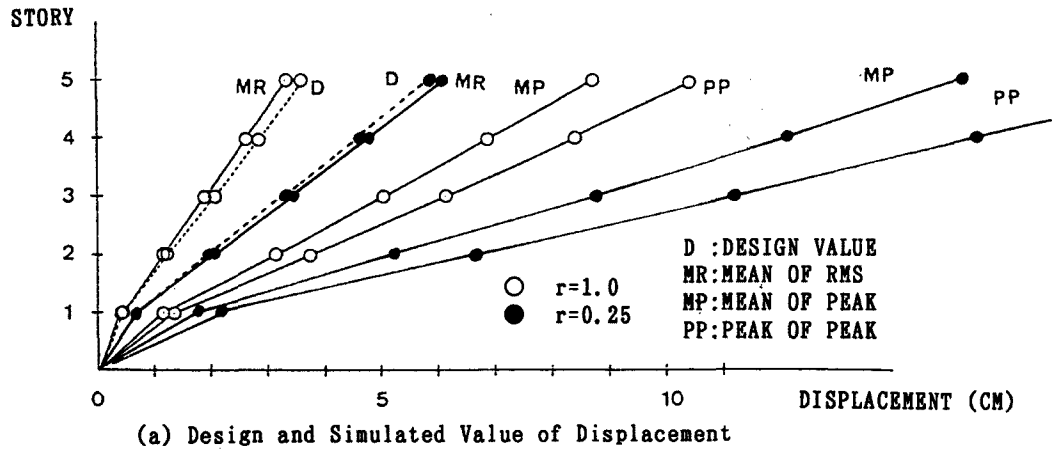
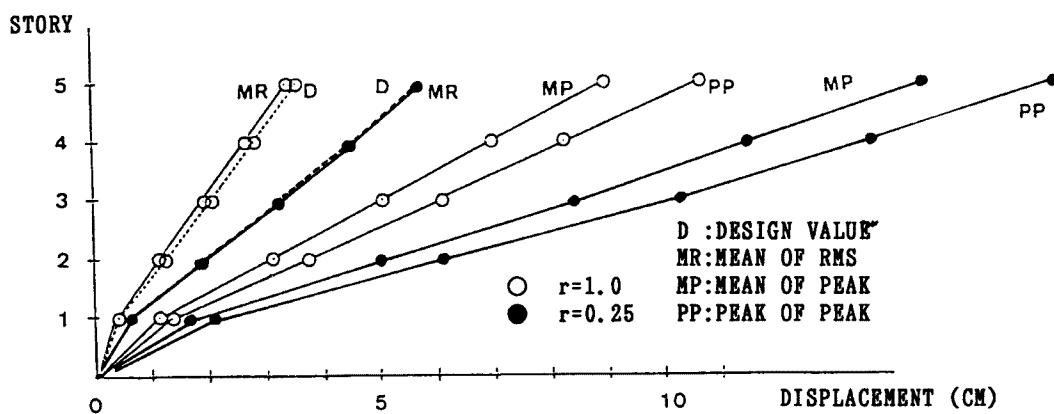
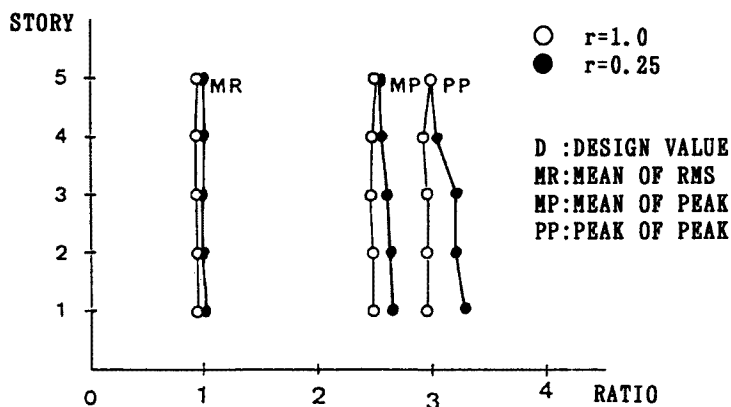


Fig. 5. Design Value and Simulated Responses of 5 story frame due to White Noise.

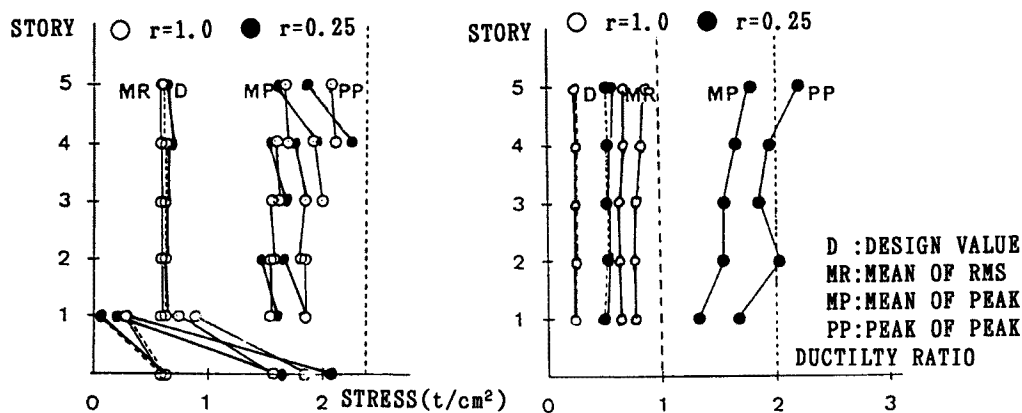
Fig. 7 には white noise 入力に対する，異なる部材成を指定した 3 層モデルの場合の適正解を示す。1 層柱を基準とした適正解の柱，梁の剛性分布は，部材成によって柱，梁の強度が異なってくるため，梁の適正剛性は大きく変化するが，柱の分布は梁の影響によって変化する程度である。塑性挙動を許容する



(a) Design and Simulated Value of Displacement



(b) Ratio of Simulated Displacement to Design Value



(c) Fiber Stress of Column Members (d) Ductility Ratio of Beam Members

Fig. 6. Design Value and Simulated Responses of 5 story frame due to Filtered White Noise ($F_g=4\text{Hz}$).

$\mu=2$ の場合には、梁の剛性をかなり小さくすることにより、各層の梁塑性率を一様にする事ができる。基礎固定の弾性柱で構成される架構の柱の適正分布は $1:0.5:0.3$ 程度となり、質点系で適正とされた分布¹²⁾より最下層の柱剛性を相当大きくする必要があることが判る。一方、柱、梁の部材成を変化させても

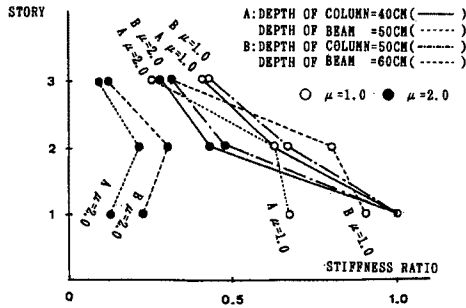


Fig. 7. Effect of the member depth on the optimum stiffness distribution of members.

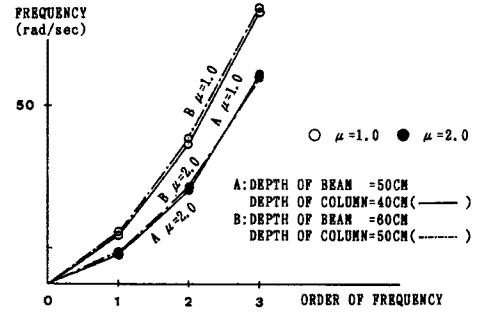


Fig. 8. Effect of the member depth on the frequency of model structures.

全体系の固有振動数は Fig. 8 に見るように殆ど変化しないことが判る。このことは、同じ外乱に対しては設計せん断力係数はほぼ等しく、部材の剛性乃至は強度分布のみ適宜に変更し得ることを示唆している。

周知のように、構造物に作用する地震動は波動の媒体地盤や周辺地盤の周波数特性の影響を強く受ける。ここでは、このような周波数特性の最も単純な表現として金井・田治見フィルターに white noise を入力した場合の適正解を求め、地盤の影響によって適正解がどのように変化するかを明らかにする。Fig. 9 ~ Fig. 12 はフィルターの卓越振動数 $\omega_g = 2\pi f$ を変化させた場合の解析結果である。図中 $\omega_g = W$ または、 $f = W$ の表示は white noise 入力の結果である。Fig. 9 は 3 層および 5 層の構造物について得られた適

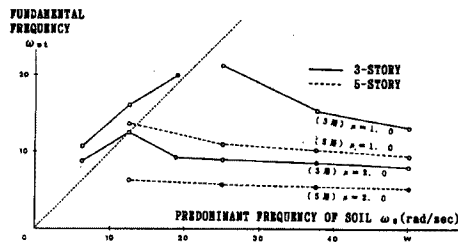


Fig. 9. Optimum circular frequency versus predominant frequency of soil.

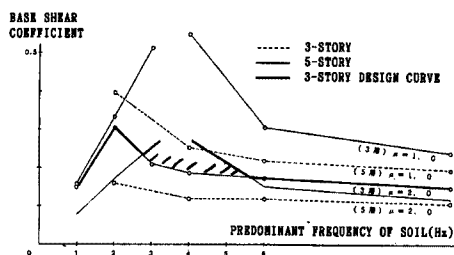


Fig. 10. Optimum base shear coefficient versus predominant frequency of soil.

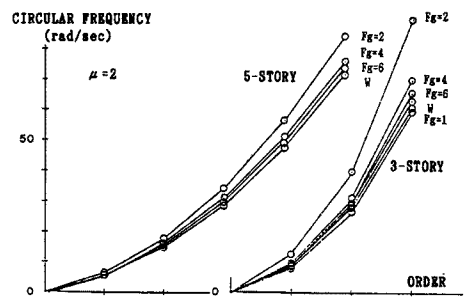
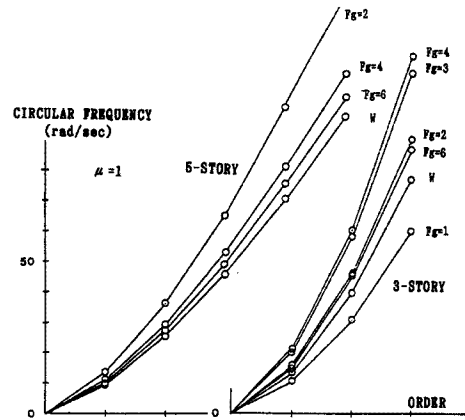


Fig. 11. Effect of the predominant frequency on the circular frequencies.

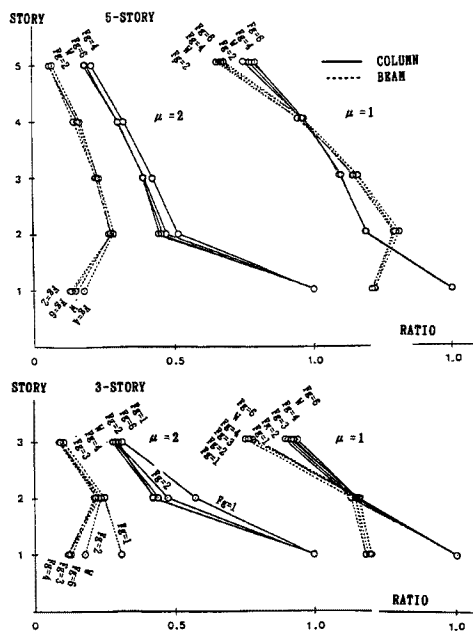


Fig. 12. Effect of predominant frequency on the optimum stiffness distribution of members.

正設計時の固有円振動数を示した図である。原点から右上に引いた直線は地盤の卓越振動数と構造物の固有振動数が等しい値となる点である。重量、階高、断面成および変形限界を既知として与えているため、階数と卓越周波数に対応した適正解が存在し、3層構造物では $\omega_g = 20$ 近傍で最も適正円振動数が大きく、塑性

変形を許容すると円振動数は小さくなる。構造物が5層になると卓越振動数が2 Hz以下の外乱に対しては固有振動数の高い側に適正解が得られる。Fig. 10は同様の傾向をせん断力係数について示した図である。3層架構については、弾性限以内($\mu = 1$)に設計するためには一般にせん断力係数を0.25～0.3程度、卓越振動数が3～4 Hzとなる地盤では0.5以上が必要となるが、地盤の柔らかい所ではそれより高い振動数を持つように設計することを要求される。塑性変形を許容する場合には当然せん断力係数の小さい値で適正解を得ることとなる。図中の太い線は3層構造物がこの解析で考えている外乱の1/2の強度を持つときの適正せん断力係数と塑性率2で設計したときの適正せん断力係数の大きい方を結んだ値である。例えば、構造物の耐用年限中に一度は起こるであろう地震に対しては弾性設計を、考えられる最大級の地震に対しては塑性率2程度の変形を許容すると考えると、その両方を満足する適正解は図中の太い線で表されるような設計をする必要があるということになる。Fig. 11には、3層及び5層架構について、異なる卓越振動数をもつ外乱に対して得られた、適正解のときの各次の固有円振動数が示されている。5層の場合には卓越振動数が小さいほど大きな固有振動数となるのに対して、3層の場合には卓越振動数によってかなり変化することが判る。Fig. 12は地盤の性質が異なる場合の柱、梁の適正剛性分布を示している。地盤の影響は、剛性分布には小さく、主としてせん断力係数に対して大きいことが判る。一方、Fig. 13から判るように許容塑性率を大きくすると、上層部の柱ほど剛性比が小さくなり、曲げ型の変形を支援する分布となる。また、各層とも梁の剛性比が小さくなる解が得られる。

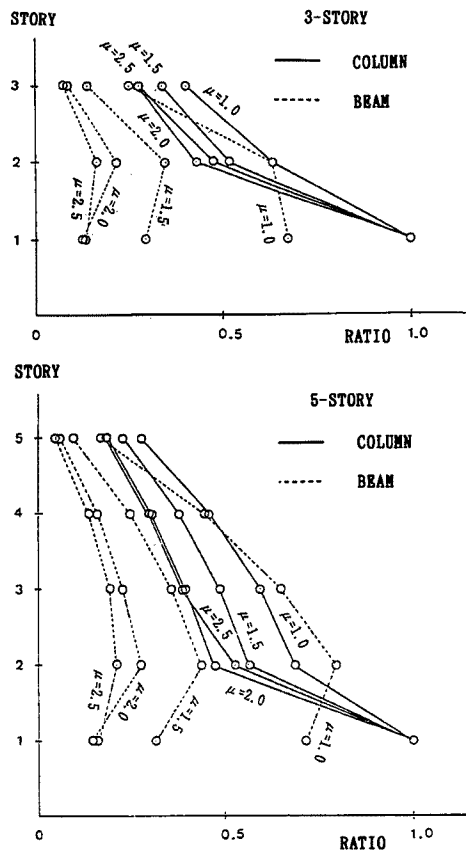


Fig. 13. Effect of the prescribed ductility ratio on the stiffness distribution of members.

5. む す び

梁降伏型架構を対象に、各部材の断面 2 次モーメントの総和を最小とする規範での基本的な適正部材設計解を導き、3 層および 5 層構造物について地盤特性、梁部材塑性率、梁第 2 分枝剛性、部材成などが適正解に及ぼす影響について検討した。限られた例題ではあるが、得られた結論を要約すると以下のとおりである。柱応力に軸方向力の効果を導入すること、長期荷重の影響を加えることなどは、2 方向ないしは 3 方向地震動入力の作用する立体架構の適正耐震設計解とともに、今後検討したいと考えている。

- 1) 梁降伏型架構の履歴特性に等価線形化手法を導入して、ある外乱に対する base shear 係数、部材剛性・強度分布の適正值を得る手法を提案し、20 個の模擬地震動による応答結果から本解法の妥当性を示した。
- 2) 地震波のスペクトル特性ないしは地盤の卓越振動数は、適正せん断力係数に影響するため、設計周波数領域内で、異なる外乱強度に対して弾性設計と塑性率制約設計の 2 通りを満足する解を求める必要がある。
- 3) 大きな梁塑性率を許容すると、上層部の部材強度を相対的に大きくすることが要求される一方、1 層柱の弾性剛性を増加させる必要がある。
- 4) 異なる部材成を仮定しても、架構全体としての動特性、すなわち、適正解のせん断力係数や固有周期には殆ど関係しない。したがって、部材成は適正解を得るために任意に与え得る変数と考えられる。

参 考 文 献

- 1) Robert L. and E.L. Oviada: Recent Developments in Structural Optimization, J. Structural Eng., ASCE, Vol. 113, 1986, pp. 1939 - 1962.
- 2) Hisatoku, T. and T. Kobori: On the Optimum Aseismic Design Data for Multi-Storey Structures Based on Elasto-Plastic Earthquake Responses, Proc. 3rd European Symposium on Earthq. Eng., Sept., 1970, pp. 435 - 445.
- 3) 小堀鐸二・南井良一郎・河野允宏: 建築構造物の地震応答適正化の一方法 (続), 京大防災研年報, 第 14 号 A, 昭和 55, pp. 315 - 332.
- 4) 曾田五月也・谷 資信: 多層構造物の統計的耐震設計法に関する基礎的研究 (その 1), 日本建築学会論文報告集, 第 288 号, 昭 55, pp. 97 - 106.
- 5) Nakamura, T. and I. Takewaki: Ductility Design via Optimum Design of Nonlinear Elastic Frames, J. Structural Eng., ASCE, Vol. 115, 1989, pp. 608 - 625.
- 6) Kapoor, M. A. and J. V. N. Rao: Optimum Aseismic Design of Multistory Steel Frames, J. Engineering Optimization, Vol. 11, 1987, pp. 339 - 353.
- 7) 棚橋 諒・小堀鐸二・金 彦 潔・六車 熙: 終局変位設計法 (その 1 耐震的見地からの考察), 構造物の安全度に関する研究発表会講演集, 昭 30. 9.
- 8) Caughey, T. K.: Random Excitation of a System with Bilinear Hysteresis, J. Applied Mech., ASME, Dec., 1960, pp. 649 - 652.
- 9) Foss, K. A.: Co-Ordinates Which Uncouple the Equations of Motion of Damped Linear Dynamic Systems, J. Applied Mech., ASME, Sept., 1958, pp. 361 - 364.
- 10) 秋元理仁: 定常外乱を受ける梁降伏型架構の靱性率制約設計に関する研究, 京大修士論文, 1991.
- 11) 今野 浩・山下 浩: 非線形計画法 (OR ライブラリー 6), 日本科学技術連合, 1978.
- 12) Kobori, T., M. Minai and T. Fujiwara: Optimum Design of the Structural Members due to Ground Motion, Proc. 6th World Conf. Earthq. Eng., Vol. 2, 1977, pp. 5,79 - 5,84.