

ランダム行列理論を用いたインターネット・トラフィックの解析

日本大学 理工学部 相馬 亘¹

国立情報学研究所 福田 健介

成城大学 経済学部 増川 純一

主成分分析の新たな方法を、ランダム行列理論を用いて確立することを目的とする。そのために、相関行列の固有値のみならず、固有ベクトルも解析する。特に、固有ベクトルを正規性検定にかけ、る方法を提案する。応用例として、インターネット・トラフィックを解析した結果を報告する。

1 はじめに

Pearson と Hotelling によって独立に提案された主成分分析は、多くの変量が存在する場合に、それらの相関構造から主成分を抜き出し、互いに独立な少数の変量で現象を理解することにある。主成分分析は分野を問わず広く用いられており、直感的に分かりやすく有用な分析方法である。しかし古くからいくつかの問題点も指摘されている。その中の1つが、主成分を抜き出す方法である。主成分を抜き出す判断基準として寄与率や累積寄与率が用いられることもあるが、多くの場合アドホックに決められることが多く、理論的な裏付けがない。

現在、この問題を解決するものとして、ランダム行列理論 (Random Matrix Theory; RMT) の応用が注目を集めている。ランダム行列とはランダムな確率変数を成分とする行列であり、ランダムな相関行列の固有値分布に対する理論式が導かれている [1]。そして、株価の相関行列の固有値分布と、ランダムな相関行列の固有値分布を比較することによって、有意な相関とノイズが分離されることが示されている [2, 3]。これらの成果が契機となり、株価相関の解明に RMT を応用した多くの論文が発表されている。そして、その応用範囲は広がりつつあり、気象相関 [4]、インターネット・トラフィック相関 [5]、脳波相関 [6]、GDP 相関 [7] への応用などがある。

だがその一方で、いくつかの問題点があることも分かってきた。例えば、(1) 有意成分とノイズの切り分けに対する議論が不十分であること、(2) ノイズと見なした成分の中にも有意な成分が存在する可能性があること、等である。そこで、双方の問題を解決するために、各固有ベクトルの成分の分布と Porter-Thomas 分布 (正規分布) の比較、つまり正規性検定を適用することを、本論文では提案する。ここで Porter-Thomas 分布とは、ランダム行列の固有ベクトルの成分が従う分布である。

¹E-mail: souma.wataru@nihon-u.ac.jp

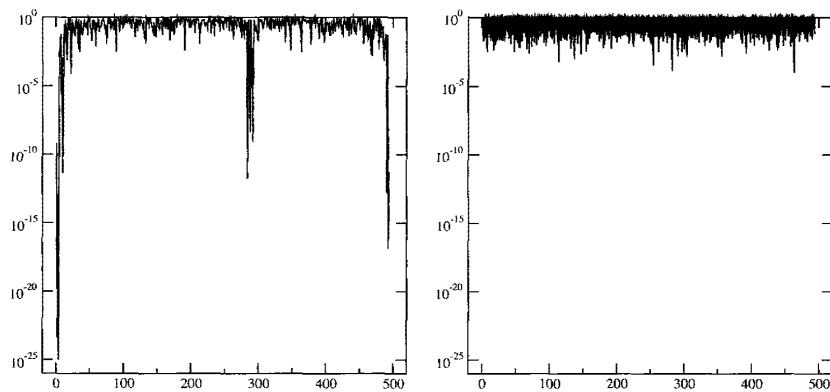


図 1: (左) インターネット・トラフィックの相関行列の固有ベクトルの正規性検定の結果 (p 値). (右) 同じ大きさのランダムな相関行列の固有ベクトルの正規性検定の結果 (p 値).

2 解析結果とまとめ

本研究では、インターネット・トラフィック・データとして、SINET のバックボーンで、30 分間隔で 14 日間収集したデータを解析した。本稿では、地域ネットワークに含まれるノードやデータ欠損のあるノードを除外しているためノード数は $N = 494$ である。また、ここでいうデータは、バックボーンから見て各ノードへ入ったトラフィック総量 (out) と、各ノードから出たトラフィック総量 (in) のデータを指している。これらのデータの対数変化率を計算し、in と out の相関行列を作成し、その固有ベクトルに対し正規性検定を行い p 値を求めて、図 1(左) を得た。また、同じ大きさのランダムな相関行列の場合に、図 1(右) を得た。これら 2 つの図を比較して、(左) の中に見られる (右) よりも小さな p 値の成分に、有意な相関構造が含まれていると考えられる。今後、これらの有意な相関構造の意味を明らかにすることが課題である。

参考文献

- [1] A. M. Sengupta, P. P. Mitra, Phys. Rev. E **60** (1999), 3389.
- [2] L. Laloux, et al., Phys. Rev. Lett. **83** (1999), 1467.
- [3] V. Plerou, et al., Phys. Rev. Lett. **83** (1999), 1471-1474, 1999.
- [4] M. S. Santhanam, et al., Phys. Rev. E **64** (2001), 16102.
- [5] M. Barthélemy, et al., Phys. Rev. E **66** (2002), 56110.
- [6] P. Šeba, Phys. Rev. Lett. **91** (2003), 198104.
- [7] P. Ormerod, Economics Discussion Papers, No 2008-11, 2008.