

氏 名	丁 政 晴 テイ マサ ハル
学位の種類	工 学 博 士
学位記番号	工 博 第 353 号
学位授与の日付	昭 和 49 年 1 月 24 日
学位授与の要件	学 位 規 則 第 5 条 第 1 項 該 当
研究科・専攻	工 学 研 究 科 原 子 核 工 学 専 攻
学位論文題目	DISCRETE-ORDINATES METHODS FOR THE NEUTRON TRANSPORT EQUATION (中性子輸送方程式に対する離散座標法)
論文調査委員	(主 査) 教 授 西 原 宏 教 授 岐 美 格 教 授 柴 田 俊 一

論 文 内 容 の 要 旨

この論文は中性子輸送方程式の近似的な解法のうちで、最も標準的なものとして原子炉特性や炉物理実験の解析に広く用いられている2種の方法、すなわち P_L 近似とよばれる球面調和関数法および S_N 法とよばれる離散座標法の両者を組み合わせることによって、離散座標法に固有の線条効果が現われず、しかも実用解析に使い易い新しい解法を得るために著者の行なった研究をまとめたもので、6章から成る。

第1章は緒論であって、この論文で取り扱う定常1組輸送方程式の解法についての研究の歴史と現状を概観し、従来の S_N 法で2次元あるいは3次元問題を解く場合に経験され線条効果とよばれている異常現象を抑制するには、 P_L 方程式と等価な S_N 方程式を導びき、それを数値的に解けばよいという着想を示し、この着想を出発点として展開する著者の研究の概要を述べてある。

第2章では、 P_L 近似に等価な離散座標方程式が導びかれている。WEINBERG および WIGNER によれば P_L 方程式は、中性子束角度分布が L 次までの球面調和関係の和で表わされるとき、厳密に満される輸送方程式として定義されるものであって、輸送方程式の各項を球面調和関数に展開し、 L 次まで打ち切って得られる方程式で、もとの式の中性子の発生項に仮想源とよばれる $(L+1)$ 次の項を加えた方程式になる。さて、 P_L 方程式の解は中性子束に対する P_L 近似のほかには解析上の近似を含まず、また線条効果を被らないという利点があるが、 L が1の場合を除けば2次元あるいは3次元の問題に対して P_L 方程式を解くことは困難と考えられて来た。そこで、 P_L 方程式を数値的に解くために、それを離散座標方程式に変換する。1次元の場合には、仮想源が消えるように離散座標を選ぶことができ、WICK-CHANDRASEKHAR の方程式が得られる。しかもその分点の組がガウス積分公式の分点と一致し、解析上の利便が多い。著者は2次元問題についてガウス積分公式を導くことを試み、 L が1の場合の分点を得ているが、 L が2以上の場合はそのような組が見出せないと結論している。また仮想源は L が1の場合を含めて一般に消去できない。この論文では、中性子束角度分布を、角度離散分点における値を用いる LAGRANGE の内挿公式によってあらわし、 P_L 方程式に代入して P_L 近似に等価な離散座標方程式を

導いている。境界条件も同様の方法で離散座標化される。

第3章では、前章で得た P_L 近似に等価な離散座標方程式を用いて2次元問題の数値解析を行なう方法が示されている、離散座標法による数値解析には離散座標 S_N 方程式のために発達した解法および計算コードを応用するのが有利である。しかし、 L と N のどのような組み合わせをとっても両方程式の未知数の数が一致しない。いま、 S_N 方程式と P_{N-1} 方程式を対応させることにすると、前者は後者より $N/2$ 個だけ多くの未知数を含む。そこで、中性子束角度分布の P_{N-1} 展開に $N/2$ 個の余分の項を加え、それを打ち消す項を、前章の仮想源に加えておけば、既存の S_N コードを P_L 方程式に適用する可能性が生まれる。

P_{N-1} 方程式の差分化には、差分精度の高い標準ダイヤモンド差分法を用いる。得られた差分方程式は、 X または Y 方向に境界条件が周期的で、当該境界間の差分区間が偶数であるという例外的な場合を除いて解が一意的に定まる。境界条件が周期的で、 P_{N-1} 方程式の解がその偏微分係数とともに連続で2次偏導関数がある場合には、差分区間の中点における S_N 方程式の解はこの解に L_2 ノルムで収束する。

第4章では、現在広く用いられている2次元 S_N 計算コード TWOTRAN-XY を、前章で導いた P_{N-1} 離散座標方程式を解き得るように改造した TWOTRAN-PLXY コードと、それを用いた計算結果について記述されている。主な改造は仮想源の計算を加えるためのものである。境界条件は S_N 法と同じものを用いる。均質1領域および2領域問題に対する計算結果によれば、 S_{16} 計算でもかなり残留する線条効果が全くあらわれず、 N が小さくても非常によい近似が達成されるようである。TWOTRAN-XY に組み込まれている収束加速法を TWOTRAN-PLXY にそのまま用いると、CHEBYSHEV 加速は非常に有効であるが、中性子収支調整法は全く影響がない。仮想源の対角項を左辺に移項することは或る程度の効果がある。

第5章では、未知関数の数が P_L 方程式の一般解に含まれる独立な基本関数の数と一致するような新たな離散座標 P_L 方程式についての考察が行なわれている。2次元 XY 座標 P_L 方程式の一般解は $(L+1)^2/4$ 個の独立関数を使って構成できることが知られている。一方、第3章で導いた離散座標 P_L 方程式は2次元 XY 座標において $(L+1)(L+3)/2$ 個の未知関数を含み、両者の数は一致しない。それが原因となって、物質境界および真空境界における境界条件式の数も両方程式の間で不一致がおこる。これを解消するのがこの章の目的である。1次元の場合には、第 L 次の LEGENDRE 係数を簡単に消去することができるので、直ちにこの目的は達せられる。この方法は2次元以上には通用しない。多次元問題において、DAVIS は2階微分方程式の形で P_L 方程式を導いている。 L が奇数の場合には、DAVIS の導いた偶数パリティ方程式は丁度独立な基本関数と同数の未知関数について書かれている。そこで、この手法を第2章で導いた P_L 方程式に応用し、得られた方程式を第2章と同様の方法で離散座標方程式に変換する。境界条件についても同様の離散座標化ができる。計算コードは、NATELSON が2階離散座標方程式のために作成したコードを改造することによって比較的容易に実現できる見込みがある。

第6章は結論をまとめたものである。

論文審査の結果の要旨

原子力工学の進歩と計算機の発達に伴って、原子炉特性の解析、放射線に対する遮へい実験および炉物理実験の解析その他種々の目的のために、2次元中性子輸送方程式の数値解を求める数多くのプログラム（コードともいう）が作成され、盛に用いられ、また多くの研究が行なわれている。それらのプログラムはすべて中性子の運動方向をあらわす角度座標上に離散的な分点を取り、それらの分点における中性子束角度成分についての連立微分方程式を数値的に解く、いわゆる離散座標法によっている。なかでも最もよく整備され、広く世界中で用いられているのは S_N コードである。ところが、この方法を2次元以上の多次元解析に用いると、角度分点の死角にあたる方向から飛来する中性子束が正しく計算されないために、線条効果 (RAY EFFECT) を被り、異常な計算結果を生ずることがあり、実用的にも大きな問題とされ、数値法上の問題としても興味をもたれている。

一方、中性子束の角度分布および散乱則を球面調和関数に展開する方法が、輸送方程式の数学的取扱いの標準的なものとして、多くの教科書に採用されている。第 L 次の球面調和関数までで展開を打ち切る近似を P_L 近似という。WEINBERG と WIGNER による著名な教科書には、1次元の場合について、 P_L 近似式によって厳密に満される P_L 方程式およびそれと等価な離散座標方程式 (WICK-CHANDRA-SEKHAR の方程式) について詳しく述べてある。 P_L 方程式は輸送方程式の各項を L 次で打ち切ったものの、あるいは中性子の発生項に仮想源とよばれる $(L+1)$ 次の項を加えたものになる。1次元の場合には、仮想源が消えるような離散座標の組を選ぶことができる。 P_L 近似は前記の線条効果を被らず L の値が比較的小さくても良好な結果を与えるものと期待されるのであるが、2次元あるいは3次元問題では P_1 近似以外の解を求めることは難しい。 P_L 方程式の数値解法も、従来は成功した例がない。

著者の研究は、 P_L 方程式を離散座標化することによって P_L 近似に等価な離散座標方程式を導びき、その数値解を求めるのに S_N 法を応用し、よって P_L 近似に対して広い適用性を備えた数値解法を見出すことを目的としたもので、主な成果はつぎの通りである。

(1) 2次元 XY 座標に対して、 P_L 近似に等価な離散座標輸送方程式を導いた。この式には仮想中性子源が含まれる。

(2) 球面調和関数展開に対する境界条件を離散座標に対する境界条件に変換した。(1)と(2)によって、離散座標方程式を解いて P_L 近似解を得る一般的な方法が与えられる。

(3) 上記離散座標方程式の数値解を、 S_N コード TWOTRAN- XY を用いて計算できるようにするために、 P_{N-1} 方程式を S_N 方程式に対応させ、両式における未知数の不一致を補償するために新たな仮想中性子源を付加する方法を考案し、TWOTRAN-PLXY を作成した。

(4) (3)の計算コードに用いる標準差分方程式に、實際上意味のない例外的な場合を除いて、解が唯一に定まることを証明した。

(5) 境界条件が周期的な場合について、上記差分方程式の収束性を証明した。

(6) TWOTRAN-PLXY を用い、2種の例題の解析を行なって著者の解法の線条効果の消去に対する有効性を立証するとともに、繰り返し計算の収束の速さに対する種々の加速法および仮想源の選び方の効

果を明らかにした。

(7) P_L 方程式の一般解は比較的少数の基本関数で表現できることが知られている。著者はこれに注目し、未知関数の数がこの基本関数の数に一致する離散座標 P_L 方程式とそれに適用する境界条件を導いた。

以上要するに、この論文は、中性子輸送方程式の解法としてそれぞれ優れた長所を有すると同時に実際上の難点もある P_L 近似法と S_N 法の長所をとって、多次元問題に対して P_L 方程式の数値解を求めるためのかなり一般性のある方法を導き、実例によってその有効さを示したものであって、学術上、實際上寄与するところがすくすくない。

よって、本論文は工学博士の学位論文として価値あるものと認める。