

月蝕の豫報計算 (1)

Predictions of Lunar Eclipse.

熊 切 一 男 *K. Kumakiri.*

序：一進歩の極まで進みきつた球面天文學の勝利は、日蝕の豫報に1秒時以内迄をも争ふ程に成つた。天文學の華である此の種の“豫言者めいた”豫報が自分自身の手によつて計算出来るとしたら、さぞ面白からうとは、向學心に燃へた學生時代に天文アマチュアの等しく望む所であらう。此の頃、機會を得て、二三の本を読んでみた。此れを機として、計算が比較的簡單にして、對象が對象だけに、左程の精度を要しない月蝕の豫報計算に就いて記してみた。尤も、數學的な素養のない者には深奥な學理は別とした相應な計算法があつても宜からうかと考へてゐる。此の小文を書くに就いては福本氏や鈴木氏の著書、その他二三の書籍を參考とした。此の文を読んでいただくに就いて、三角法や對數計算のうるさい人は、最後の描圖計算のみでも充分月蝕の豫報計算の目的を達し得るものと信じる。

天文學的價値の少い月蝕に就いては、専門家は兎角冷淡であるが、價値云々をば不問として、曲りなりにも自身の努力に依つて月蝕の計算が出来る事は、天文學的な醍醐味の一つではなからうか？。

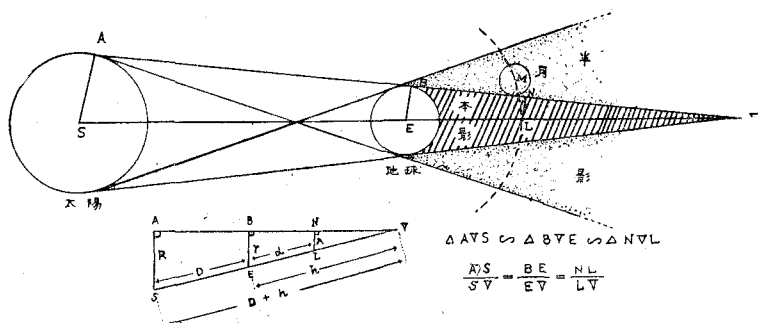
I. 月蝕の一般理論

§1. 月蝕の原因 餘りに常識に過ぎる事柄かも知れないが、計算法を書く前に、月蝕に關した二三の事を述べて置くのも、無駄ではなからう。

太陽に依つて地球の裏面には影が作られてゐる譯で、偶々地球の周圍を回轉してゐる月がその影の中に突入した場合に、太陽からの光が遮られて“月蝕”なる現象が生ずるのである。故に、月蝕は必ず満月の日に起るものである。また若し三者が一平面的に運動してゐるとしたら、勿論、満月毎に起るであらうが、黃道と白道とが傾斜してゐるので、その確率は少い。

§2. 地球の陰影 光源が一點でない限り、物體の影には本影と半影の別が必ず生ずる。第1圖は太陽と地球の中心を通る一枚の平面上に於ける太陽と地球との關係である。圖から直ちに読み取れる事は、以後の説明は省略する事として、まづ初等幾何の應用にて容易に求まる陰影の長さ h を計算してみよう。

その下の圖は、歪められてはゐるが、上の圖から判り易い様に、必要な部分を抜き書きした圖である。 $\triangle AVS$ と $\triangle BVE$ とは相似であるから、“相似三角形の相對應する邊は皆等しい比をなす”と云ふ性質から $AS=R$ (=太陽の半径), $BE=r$ (=地球の半径), $SE=D$ (=地球・太陽間の距離), $EV=h$ (=陰影の長



第 1 圖

さ) とするなら、次の如く h は求まる。

$$\frac{R}{D+h} = \frac{r}{h}$$

$$\therefore h = \frac{r}{R-r} D = \frac{6378 \times D}{695553 - 6378} = \frac{D}{108}$$

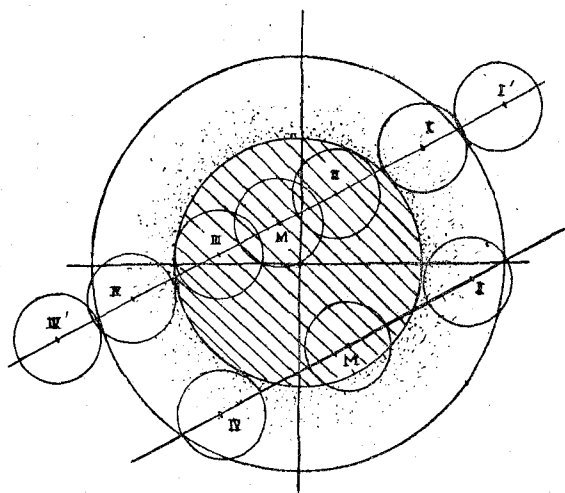
D の値として最小値を代入して計算すれば、最も短い h を得る譯である。即ち、その値は135,6800軒となる。然るに、月は地球から最も離れても、尙40,7000軒を越さないから、地球の陰影は充分月に達し得るのである。尙、月の軌道あたりに於ける本影の半径を考へてみるに、月の軌道と SV との交點を L とし L より AV に垂線 LN を下し、足を N とするならば、 LN は影の半径を表す。今 $LN = \lambda$, $EL = d$ (=地球と月との間の距離) とすれば、 λ は前同様に相似三角形 $\triangle BVE$ と $\triangle NVL$ から容易に計算出来る。即ち

$$\frac{r}{h} = \frac{\lambda}{h-d}$$

$$\therefore \lambda = \frac{h-d}{h} r$$

となる。 λ は、 h と d に依つて變化するけれども、最小の場合にも4400軒ぐらいの大きさがあるから、半径1738軒の月は充分本影中に没し得る。併し、一言注意したいのは、今迄の考察は、結局、幾何學的な値であつて、實際は、地球上の空氣に依つて、 h も λ も、少し宛大きくなる事である。

§3. 月蝕の位相 月蝕の状態を地球上で觀測してゐるとすれば、最初は月が半影の中に突入するのであるが、肉眼では殆んど其の變化を認め得ないので、此の場合は普通に月蝕とは呼ばない。第2圖は蝕の狀況を畫いたもので、上部の場合の如く月が地球の投影中に全く没入する場合、即ち皆既蝕の場合には、月の位相に就いて次の如き名稱がある。



第 2 圖

“半影蝕始”	(I')	月が始めて半影に外切する時刻
“初 虧”	(I)	本影に外切した瞬間——第一觸
“蝕 既”	(II)	本影に内切した瞬間——第二觸
“蝕 甚”	(M)	本影の中心に最も近い時刻
“生 光”	(III)	再び内切した瞬間——第三觸
“復 圓”	(IV)	再び外切した瞬間——第四觸
“半影蝕終”	(IV')	最後に月が半影に外切した時刻

尙、圖の下部の如き、本影中に一部分しか月が没しない部分蝕に於ては、初虧と復圓とが起らないのは當然である。

地球の本影は最大9210杆の直径を有ち、月は平均一時間に3400杆程の速度で運動するから、初虧から復圓まで最長は3時間40分程、皆既時間は1時間40分にも及ぶ事になる。又、月の直径は3476杆であるから、初虧から蝕既、生光から復圓迄は、約1時間かゝる計算になる。

§4. 月蝕の起る條件 月蝕が起る爲には如何なる 条件が必要であるか考へてみよう。勿論、前の考察から、地球の影は充分月に達し得るし、又、月は影の中に没入し得る事は判つた譯である。

i) 太陽と月とは對衝の位置にある事

地球の陰影は太陽と反對の位置に生ずる故に、月が地球の影の中に入る爲には、即ち、月と陰影の中心とが赤經に於て會合となる爲には、太陽と月とが赤經に於て $12^h (=180^\circ)$ だけ相違してゐなければならない。即ち

$\alpha_{\odot}$: 太陽の赤經, $\delta_{\odot}$: 太陽の赤緯
 α_s : 陰影中心の赤經, δ_s : 陰影中心の赤緯

とすれば,

$$\alpha_s = \alpha_{\odot} + 12^h$$

$$\delta_s = -\delta_{\odot}$$

となる事が必要な条件である。

ii) 月が軌道の交點附近にある事

月が本影に接觸する爲の条件として第3圖の角 MEV を求めてみよう。今

S: 太陽の視半徑, P: 太陽の視差

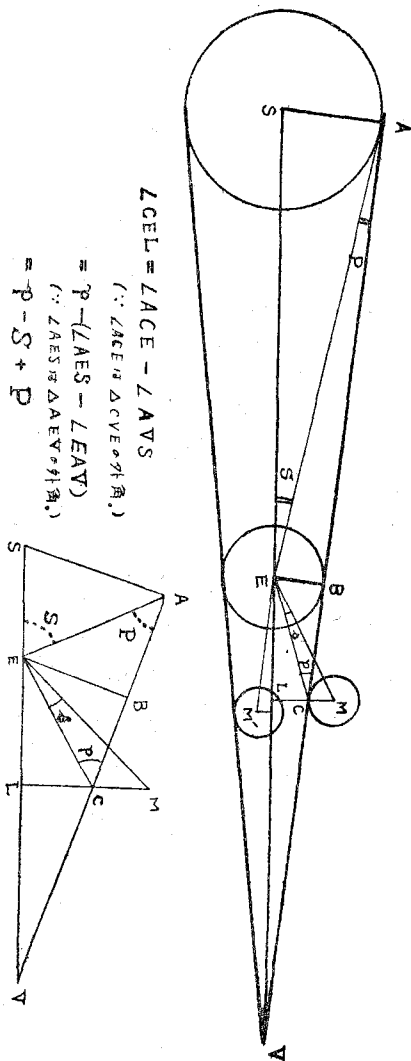
s: 月の視半徑, p: 月の視差

と置けば、第3圖から角 CEV は $p - S + P$ となるから、角 MEV は $p + P + s - S$ となる譯である。此の角を B で表す事にしよう。一方、太陽は黄道上にあるから、その反對點たる陰影中心も、黄道上に出来る。故に、黄道に直角に計つた陰影中心と月との角距離は取りも直さず、太陽と月の黄經の對衡に於ける月の黄緯である。それ故、月の黄緯が B より大であれば、月蝕は起り得ない。次に、皆既蝕の起る條件を考へる爲に月が影に没入し切つた位置を M' とし、角 M'E'V (=B') を前同様に、圖から求めれば、 $p - s + P - S$ に等しくなる。故に、月の黄緯が B' より小となれば、皆既蝕が生ずる譯となる。即ち、 β を月の黄緯とすれば

$\beta < B = p + s - S + P$ ……部分蝕の起る條件

$\beta < B' = p - s - S + P$ ……皆既蝕の起る條件

となる。視半徑や視差は變化するから實際に數値を代入して、B の最大値や最小値を求めてみると、最大 $62'6''$ 、最小 $53'1''$ を得る。此れを元として、



第3圖

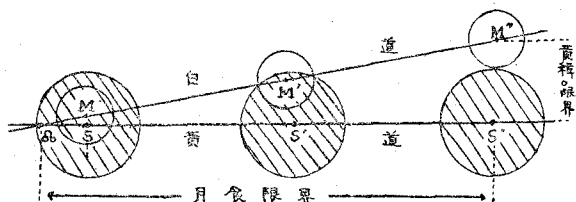
次の条件を知る事が出来よう。

$62' < \beta$	ならば	月蝕起り得ず。
$62' > \beta > 53'$	"	" 起り得る。
$\beta < 53'$	"	" 必ず起る。

iii) 月蝕限界内に位置する事

本影の視半径は、前圖から判る様に、角 $CEV = p + P - S$ となるが、此の値は平均 $40'$ 内外であり、黄道と白道とは $5^\circ 8'$ の交角をなしてゐる故、陰影も月も共に交點附近に存しない限り、月蝕は起り得ずして、月は陰影外に出て了ふ。第4圖はその關係を表したもので、月が M'' より遠く交點から離れると、月蝕は生じない。即ち、

此は限界を“月蝕限界”と言つて、月蝕の有無を調べる尺度としてゐる。此の限界値は、太陽と地球と月の距離及び白道



第 4 圖

の傾斜等が原因して、 $12^\circ 15'$ から $9^\circ 30'$ の間を變化する。影の中心と交點との黄經を、夫れ々々 λ, Ω とすれば、次の如く結論され得る。

$12^\circ < \lambda - \Omega$	ならば	月蝕起り得ず。
$12^\circ > \lambda - \Omega > 9^\circ.5$	"	" 起り得る。
$\lambda - \Omega < 9^\circ.5$	"	" 必ず起る。

II. 月蝕方程式の導入

§5. 球面三角法の餘弦法則 間接に月蝕計算に必要と思はれる知識は、大體以上で盡きた。いよいよ計算に使ふ方程式を立てる前に、球面三角形に關する公式を導いて置くのも、未だ球面三角法を學ばれない人や、忘れて了つた人にとつては、決して、無駄とはならないであらう。尤も、公式を澤山羅列したとて、冗漫にわたるのみで、目的でもないから、此所では餘弦法則のみを説明しておこう。(つづく)

編輯後記——連載中の「ウカムの球面天文學要綱は、取り外して別に綴り込みや製本の出来るやうに、特に毎號の中央に入れてをりますから、御利用下さい。協會の會誌たる「天界」は會員の方々の御協力がなければ充分な働きをなすことは出来ません。奮つて御投稿なり、御質問、御意見なりをお送り下さい(投稿規定は第262號第133頁、但し採否は御任せ下さい)。