

競合する成長条件による凝集体の形態変化の シミュレーション

東工大 理 小野 晃 郎

(1994年9月6日)

1 はじめに

拡散律速則にしたがった凝集体 (DLA) は複雑なフラクタルパターンを形成することはよく知られている。また、EDEN 的な形や高密度樹枝状 (DBM) の形態が現れることも、ビスカスフィンガー、電析や結晶成長などの実験で知られている。松下等 [1] によって行われた寒天培地上のバクテリア・コロニー成長実験で、成長条件を変えることにより、別のパターンに変化することが見いだされた。コロニーは栄養濃度が高いときは EDEN 的な円盤状であるが、栄養濃度を極端に薄くしたときは、DLA のフラクタル的な形態である。低栄養濃度のままで、培地の寒天の濃度を薄くして、やわらかくしていくと、DBM 的な形態に移行することが見出された。また DBM 的な形態はバクテリアの運動と関係があり、足がなくて運動しないバクテリアの場合この形態には移行しない [2]。

ここではコロニーの形態変化に影響するバクテリアの集餌運動と餌の吸収から成長までの時間的遅れの 2 つの競合する効果についてモデルを作り、シミュレーションを行った。

2 コロニー先端での成長条件

バクテリア・コロニーが生物体であることから、物質の凝集体の成長にはない特徴をもつ。まず、栄養の取り入れとバクテリアの成長するまでに時間的遅れがある。成長遅れの時間を τ とする。バクテリアが餌を求めて運動することにより成長効率が高められて、コロニーの形態が変化する可能性がある。

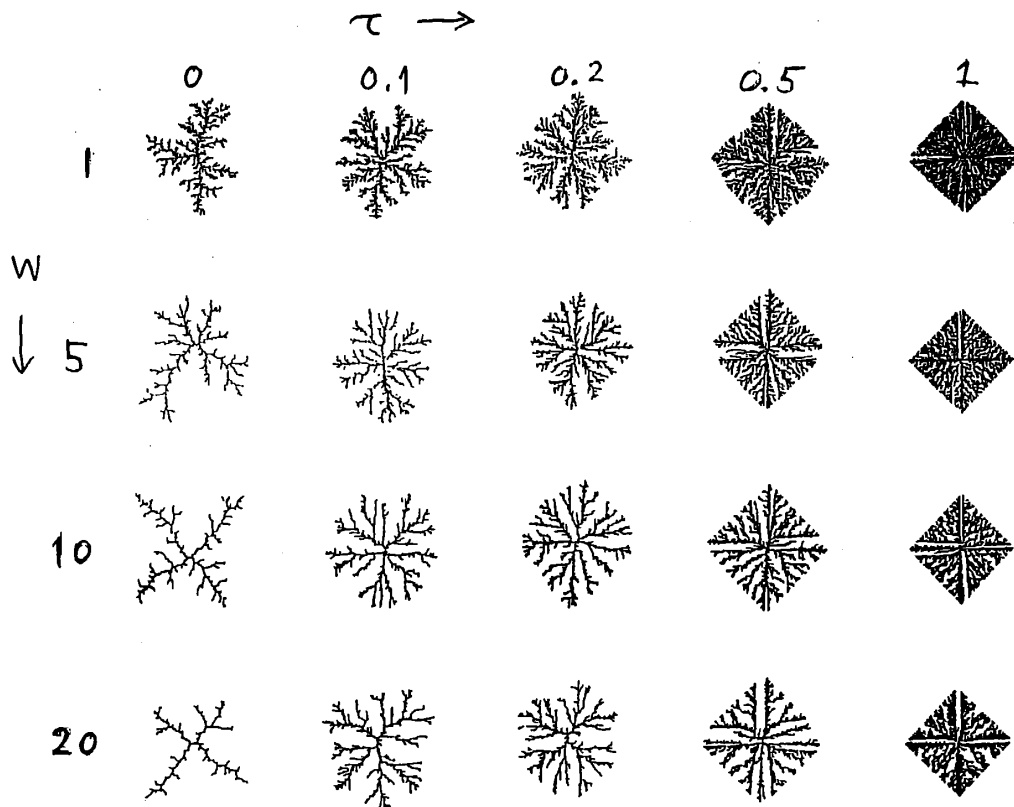
表面での成長条件として次のモデルを考える。栄養を集めるような運動はコロニーの境界からある距離に限られるとしよう。この境界を渚ラインとよび、この幅を w とする。このラインに到着した栄養粒子はバクテリアに捉えられ、コロニーの表面の最も近い点へ運ばれる。

第 1 図に上述の 2 つの競合効果を取り入れて、正方格子上で 1 つの種から作られたコロニーを示す。この図の上左隅は DLA 凝集体である [3]。ここから下に向かって渚ラインの幅 w は 1, 5, 10, 20 と増加している。コロニーは DLA より更に密度が薄く、枝が格子の対角

線方向に針状に成長する。DLA 凝集体から右へいくと、時間的遅れ τ が0,0.1,0.2,0.5,1.0 と大きくなるようにする。このときはコロニーの密度が増し、均一になって、先端がそろった傾向にある。いわゆる DBM 型になる。全体の形は正方形を格子に対して45度まわしたダイヤモンド型になる。下右隅の両パラメーターが大きいところではやや密度の低い DBM 型となる。

具体的なシミュレーションでは、

1. 中心に1つの種をおき、これを中心とした正方形を45度まわした辺からランダムに栄養粒子を放出する。この粒子は正方格子上を1ステップずつランダムに歩行する。
2. コロニーの先端から w 離れた渚ラインに栄養粒子が到着したとき、そこから最も近いコロニーの点へ運ばれて、取り込まれるが、成長はしばらく待たされる。
3. もし、ランダム歩行する粒子がコロニーからあまりにも遠くなったときは、これを見捨てる。
4. 次に新しい栄養粒子を放出し、この過程を繰り返す。



第1図 1つの種より成長したコロニーの形態

5. 取り込まれた栄養粒子総数を N_B がある一定の数、 $N_B = \tau * L$ になった時、取り込んだ位置でコロニーが一勢に成長する。ただし、同じ位置に2個以上の栄養粒子が取り

込まれていても成長は1個とする。ここで、 L はその時点でのコロニーの周りの長さであるが、コロニーの最先端を通るダイヤモンド型の正方形の辺の長さの総和とした。成長後に周りの長さ L をあらたに求め直す。また粒子を放出する正方形を大きくする。

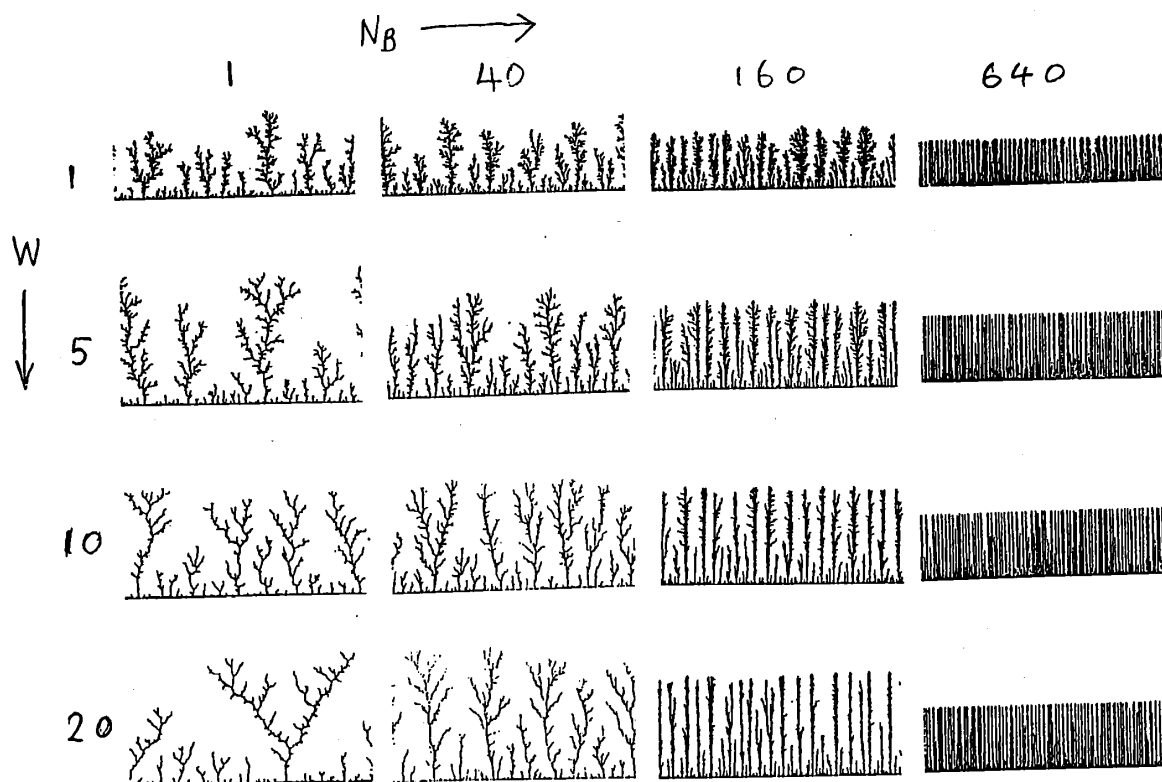
このシミュレーションのパラメータは w と τ であり、この組み合わせで、いろいろな形態が生じる。通常の DLA 凝集体は $w = 1$ で $\tau = 0$ ($N_B = 1$) の場合である。

3 直線の種からの成長

コロニーの形態についての統計量を求めるのは 2. のように 1 点の種から成長した凝集体よりも、直線上の種から成長した凝集体のほうが便利である。

種の長さを L として、栄養粒子はこの種に平行な直線上からランダムに放出する。渚ラインの幅は w とする。栄養の取り込と成長時間の遅れを τ として、1 時貯め込む栄養粒子の数を $N_B = \tau * L$ とすればよい。

成長したコロニーの形態を第 2 図に示す。 $\tau = 0, 1/16, 1/4, 1$ 、種の長さ $L = 640$ を用いたので、それぞれ $N_B = 1, 40, 160, 640$ であり、成長までの遅れが次第に長くなっていくことに対応している。



第 2 図 直線の種 ($L = 640$) からの成長したコロニーの形態

図から明らかなように N_B を増加させるにつれ、DLA から DBM 的な形態に移行してい

くことがわかる。DLAにくらべ、枝の密度が濃く、成長してもその密度があまり変わらず、各々のクラスターの高さもばらつきも次第にへっていることが直感的にわかる。

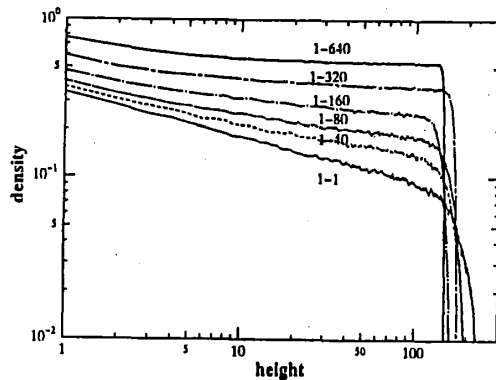
4 密度の高さに対する変化

4.1 時間の遅れのみがあるとき

高さ h での密度を $\rho(h) = N(h)/L$ とする。ここで、 $N(h)$ は高さ h でのコロニー数である。100 のサンプルにたいして統計平均をとり、 $\log - \log$ プロットしたものを第 3 図に示す。バクテリアの集餌運動はなく $w = 1$ とする。図から明らかなように、 $w = 1, \tau = 0 (N_B = 1)$ では境界表面を除いて、ほぼ直線的に変化し勾配 α は 0.279 となる。したがって、密度がべき的に変化するとすれば、

$$\rho(h) \sim h^{-\alpha}$$

と表される。フラクタル次元は $D = 2 - \alpha$ であるから [3] $D = 1.72$ となる。 $N_B \neq 0$ のとき、 h が大きくなって行くにつれ、勾配は次第に小さくなっていく。 N_B が大きいとき、べき的な減少でなくなる。 $N_B = 640$ のときは $y > 20$ では $\alpha = 0.025$ となり、フラクタル次元は $D = 1.97$ となり、DBM の $D = 2$ に近い。第 1 表に各パラメータに対するコロニーのフラクタル次元を示す。



第 3 図 高さに対する密度の変化

N_B	τ	h	α	D
1	0	1-100	0.279	1.72
40	1/16	1-100	0.182	1.82
80	1/8	10-100	0.139	1.86
160	1/4	10-100	0.099	1.90
320	1/2	50-150	0.047	1.95
640	1	50-140	0.025	1.97

第 1 表 τ によるフラクタル次元 D の変化

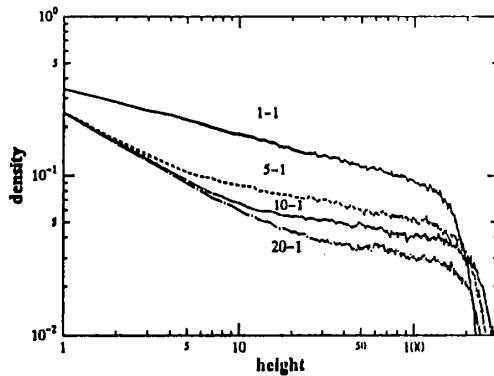
4.2 渚の幅のみを変えたとき

$\tau = 0 (N_B = 1)$ と一定であり、渚の幅 w を変えたときの高さによる密度変化を第 4 図に示す。 $w > 1$ では、コロニーの高さが低いときは密度が急激に減少する。高さが低いときは、勾配 $\alpha = 0.6$ であり、フラクタル次元 D は 1.4 となる。ある高さから減少の割合が低下し、勾配ははっきりしたクロスオーバーが現れる。

クロスオーバーした以降のフラクタル次元を第 2 表に示す。

密度は減少するが、フラクタル次元は逆に増加する。しかし、 w の幅が増大しても次元の上限は 1.81 程度であるから、DBM になることはない。DLA よりもフラクタル次元が大き

いことから、もし更にコロニーの高さが高くなれば、DLA よりも密度が高くなることが予測される。



第4図 密度の高さに対する変化

w	h	α	D
1	1-100	0.279	1.72
5	10-100	0.230	1.77
10	20-120	0.190	1.81
20	30-120	0.185	1.81

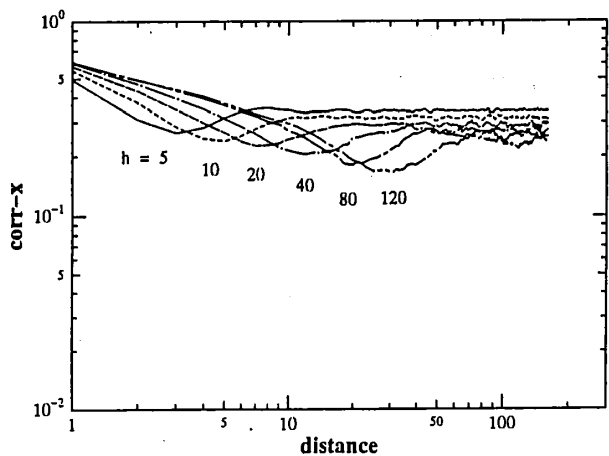
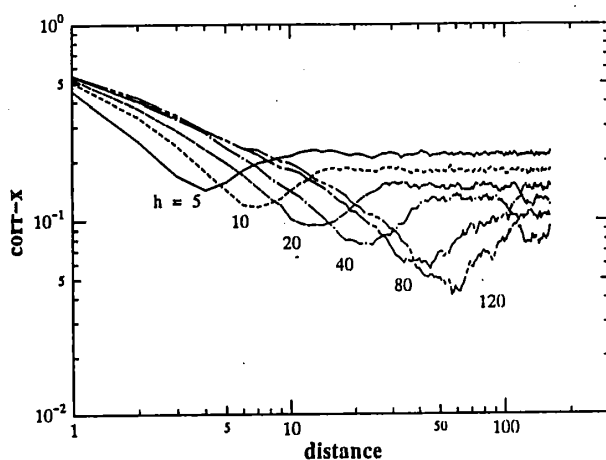
第2表 w によるフラクタル次元の変化

5 横密度相関関数

第3章で示したように、成長方向の密度は高さの関数としてべき的に減少する。高さ h での横方向の密度相関関数は

$$C(x, h) = \left\langle \frac{1/L \sum_{x'=1}^L n(x', h) n(x + x', h)}{1/l \sum_{x'=1}^L n(x', h)} \right\rangle$$

表される。これを第5図に示す。DLA 凝集体の場合、はじめ距離とともに減少するが、また増加し一定の値に近づく。近い距離では互いに反発的な相互作用をするように見える。また遠いところでは、相関がなく粒子をランダムに一定の密度で播いた時と同じである。



第5図 横相関関数の距離依存性

(a) $\tau = 0 (N_B = 1), w = 1$ のとき (b) $\tau = 1 (N_B = 160), w = 1$

極小となる位置 x_c は高さ h が高いほど大きくなり、相関の減少する割合がべき的な振る舞いをする範囲が広がることがわかる。相関関数も次第に収束するように見える。究極の勾配の指数は $h = 120$ から推定すると 0.473 となり、成長方向の指数 $\alpha = 0.279$ と比べて大きいことがわかる。

一方、 N_B が増大するにつれて、極小となる距離は減少する。 $h = 120$ で比べた時、 $N_B = 1$ では約 $x_c = 65$ であったが、 $N_B = 160$ で約 $x_c = 40$ となる。

6 まとめ

バクテリア・コロニーの形態変化をバクテリアの集餌範囲 (渚ライン) w と餌の吸収から成長までの時間遅れ τ の関数として、シミュレーションで調べた。渚ラインの増大につれて、凝集体は低密度となり針状の形態となった。高さの低いときはフラクタル次元は 1.4 となり、確かに DLA より小さくなる。しかし、高さが高いところでは、クロスオーバーがあり、フラクタル次元は逆に増大する。 w が増大につれて、最大 1.81 となることが予想された。

また、成長遅れ時間 τ の増加により、DLA 型から DBM 型となることが視覚的にも、フラクタル次元からも明らかである。両方のパラメーターが大きいときは DBM 型となるが、その密度がやや低下することがわかった。

今後の問題として、栄養の濃度が高い時、および渚ラインでの栄養の取得後のバクテリアの直線的運動ではなく、ランダムな運動を取り入れた [4] 競合の効果について調べてみたい。

参考文献

- [1] H.Fujikawa and M.Matsushita : J.Phys.Soc.Jpn. **60** 88 (1991)
- [2] 扇割, 松下, 松山 : 物性研究 **57** 467 (1991)
- [3] T.A.Witten and L.M.Sander : Phys.Rev. **B27** 5686 (1983)
- [4] 井上, 小野 : 1993 年秋の分科会 日本物理学会講演概要集 **3** 585 (1993)