

丹羽敏雄, 大槻筈一両氏の講演に対する質問とコメント

九州大学理学部 占部 実

質問 1. *Hamiltonian system* は *mechanical system* としては特殊な *system* で, このため扱いの上では, 簡単になる面と, また一方その特殊性のためにかえって困難になる面とがある.

例として挙げられた *Hamiltonian system* で, *Hamiltonian* が

$$H = \frac{1}{2}(p_1^2 + p_2^2) + \varepsilon(\cos q_1 - 1)$$

である場合の, *cylindrical* な (q_1, p_1) -*phase space* 上における *orbits* の挙動についていえば, $(\pm\pi, 0)$ は *centers* になっており, この点と *separatrices* とを除けば, すべての *orbits* は *closed orbits* (*separatrices* で囲まれた領域 Δ 内にあるものは *center* のまわりをまわる *closed orbits*, Δ の外にあるものは, $q_1 = \pi$ のときと $q_1 = -\pi$ のときの p_1 が等しく *cylinder* 上での *closed orbits*) になっており, *separatrices* 自身も幾何図形としてはまた *cylinder* 上の閉曲線になっている. *orbits* がこのようになるのは, 考えている *system* が *Hamiltonian system* で

あるためであって, *Hamiltonian system* の特性がここには, 変り渡われている。

たとえば, 回転磁子の運動をする *synchronous motor* の運動の場合には, たとえば文献

N. Minorsky : *Introduction to Non-Linear Mechanics*, 1947,

M. Urabe : *Infinitesimal deformation of the periodic solution of the second kind and its application to the equation of a pendulum*, J. Sci. Hiroshima Univ., Ser. A, 18 (1954), 183-219.

M. Urabe : *The least upper bound of a damping coefficient ensuring the existence of a periodic motion of a pendulum under constant torque*, J. Sci. Hiroshima Univ., Ser. A, 18 (1955), 379-389, に示されているように, *cylindrical* の *phase surface* 上の *orbits* の挙動は上のものとよく似ているが, この場合には *system* に *damping* が働き, *system* は *Hamiltonian system* ではなく, *center* のところは *focus* になり, *separatrices* は幾何図形として一般には閉曲線にはならず, *cylinder* 上の *closed orbits* は現われても *discrete* にしか現われぬ。そして *parameter* の特定の値のときのみ,

separatrices が幾何図形として *cylinder* 上で閉曲線になる。

Hamiltonian system は、どうで"ないもの"に比"ると、上述べたようにいろいろの特"性を"もっている"ので、最初"に述べた"ように、その研究には容易な面と、また一方ではその特"性"のために困難な面とがあると思う。講演者のこれに"対する"意見を承りたい。

質問 2. 初めの質問に関連するが、*Hamiltonian system* は明らかに *structurally stable* で"はない。" *structurally stable* である"という"ことは、あらゆる小さな変位に対して *system* の *orbits* の *topological characters* がかわらない、という"ことで、これでは条件が"強すぎる"のではない"か、という疑問は *Smale*, *Zeeman* などもよく知"っている。"何か、ある制限のもとでの変位に対して不変である、ということに弱められないか。たとえば、*Hamiltonian system* の範囲内で"の変位"ということでは、どうなる"のであ"らうか。講演者の話は"こういう"ことになっている"ような"気がするが、これをめぐ"っての"意見を承りたい。

コメント. 厳密に"い"えば、*Hamiltonian system* と"よ

れているものでも、微少な *damping* などがあるので、数学的には *Hamiltonian system* ではないかも知れないが、現実の現象を解釈する上では *Hamiltonian system* と見做して扱う方がより適切であるものが多く、とくに天体力学の場合はそうであるように思われる。こう考えると、*structurally stable* ではない *system* も現実には重要な意味をもっており、質問者自身、最近人工衛星の軌道計算に関して若干研究を行っているので、本講演には少なからず興味をおぼえた。