

統計力学とカオス

九州共立大学 森 肇

標記のテーマについて、別表のように、

A. ミクロな分子熱運動のカオス

B. マクロな非平衡運動のカオス

を概観した。マクロな非平衡運動についても、非平衡開放系は、分岐パラメータを上げていくと殆どすべてがカオスを示し、カオスは自然の普遍的な運動形態であることが分る。

マクロなカオスの特徴は、無限個の不安定な周期軌道を含み、これらの周期軌道群がカオスの形態や構造をきめていることである。しかも、どんな周期軌道を含むかは、体系および分岐パラメータの大きさによって異なるため、多種多様なカオスが存在することになる。したがって、カオス解明の第一のポイントは、カオスに内在するこのような多様な不変集合を捉え得る適切な物理量を考案することである。

カオスは、上述の可算無限個の周期軌道の他に、非可算無限個のカオス軌道（不安定な非周期軌道）を含み、通常観測するのは、これらのカオス軌道である。ところが、カオス軌道は、小さな摂動に対して不安定で再現不可能・予測不可能である。しかし、各カオス軌道上の長時間平均は、殆どすべての軌道に対して、軌道に依らず同じである（エルゴード性）。しかも、このような長時間平均は、安定で再現可能であり、かつ、明確な統計力学的法則が成立する。したがって、カオス解明の第二のポイントは、カオス軌道の一つ一つには捉われず、それらの多数の集団の性質、特に、カオス軌道上の長時間平均に着目することである。

以上2つのポイントを纏めると、カオスに内在する多様な不変集合を捉え得る適切な物理量を考案し、カオス軌道上の、その長時間平均によってカオスの解明を企てることになる。このような方向で最近いくつかの基本的な進展がみられ、カオスの物理的プロセス

(特に、混合、拡散、エネルギー散逸等の輸送現象)の研究を展開する基礎ができてきたといえる。なお、流体の研究も、オイラー像による流速場の観点よりも、ラグランジュ像による流体粒子(物質)の挙動・応答の方が重要であり、物理的プロセスに着目することを促している。

マクロのカオスとミクロのカオスとを並べた理由は2つある。第一は、取り扱う物理量は異なるが、その揺らぎを取扱う形式が同一の形式であることである。第二は、変数の縮約の問題がマクロのカオスでもあることである。良く知られた例は、数百kmにわたる地球大気の運動(済州島の風下におけるカルマン渦列や南極における偏西風の流線のパターン等)が、地上の数cmの流体と同じ流体力学に従うことである。ただし、その粘性率は乱流粘性で、分子粘性の約 10^7 倍以上である。この乱流粘性は、メートルのスケールにおける熱対流等の乱流をくり込むことによって出てくると考えられる。したがって、ここでの問題は2つで、メートルスケールの自由度をくり込む問題と、この自由度による揺らぎを無視できる条件の問題である。

最後に、カオスの研究は既にcuriosityの域を脱して物理への転換が進んでいることに注意したい。非線形方程式の解の問題ではなく、自然の実体である物質がどんな挙動を示し、物理量がどう流れどう伝わるかに着目することといえよう。なお、H. Mori, H. Hata, T. Horita, T. Kobayashi, Prog. Theor. Phys. Suppl. 99(1989), 1~63を参照して下さい。

「統計力学とカオス」別表

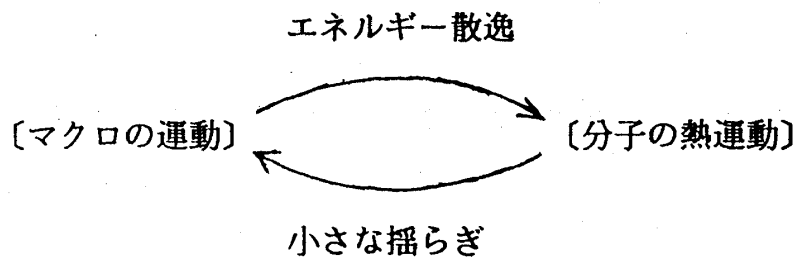
- A. ミクロな分子熱運動のカオス
- B. マクロな非平衡運動のカオス

A. 分子の熱運動のカオス

- 1. 各分子の運動はランダムで予測不可能だが,
分子集団の統計構造は予測可能・再現可能

(例) 分子の速度分布

- 2. 物体の運動 = [マクロの運動] + [分子の熱運動]



- 3. 揺らぎが保存力学系の可逆性を保証する。
- 4. 熱平衡では「等確率の原理」が成立し,
非平衡では「局所平衡の仮定」が成立する。
- 5. 変数の縮約: 分子数 $N \rightarrow \infty$ の極限では, この揺らぎが
無視でき, マクロの法則 (流体力学, 熱力学等) が成立。

B. マクロの運動も大きな非平衡ではカオス

1. 偶然性の機構 --- 軌道不安定性 ($r > 1$)

2. 運動のタイプ (次元 D , 誤差の拡大比 r)

ア) 周期運動 ($r \leq 1$, $D = 1$)

イ) 2重周期運動 ($r \leq 1$, $D = 2$)

ウ) 非周期運動 $\leftarrow$ 臨界軌道 ($r = 1$, $1 < D < 3$)

カオス軌道 ($r > 1$, $2 < D < 3$)

3. カオスの多様な構造

a) 様々なカオス軌道からなる (非可算無限個)

様々な周期軌道 ($r > 1$) を含む (可算無限個)

b) カオス軌道は不安定多様体の閉包の上にある。

c) 非周期軌道のつくる自己相似な入れ子構造

4. カオス軌道集団の安定性 (A 1 を参照)

5. どんな場合にどんなカオスと秩序が現れるか?

どんな物理量を 考案すればよいか (3 の記述・表現) ?

新しい変数の縮約をもたらすか?