

一般化座標での 自由境界問題の一解法について

四日市大学 経済学部

武本 行正 *

三重大学 生物資源学部

田中 雅史 **

名古屋大学 工学部

中村 佳朗 ***

A Computation Technique of Free Boundary Problems
in Generalized Coordinates

Yukimasa Takemoto* , Masafumi Tanaka ** and Yoshiaki Nakamura***

* Faculty of Economics, Yokkaichi University
1200, Kayou-cho, Yokkaichi 512, Japan

Abstract The purpose of this paper is to present the free-surface flows in generalized coordinate system. The model is based on the two dimensional unsteady Reynolds equations for the mean flow. Turbulence closure model is obtained by a two-equation model consisting of transport equations for the turbulence kinetic energy(k) and its dissipation rate(ϵ). To handle arbitrary geometries, the boundary-fitted curvilinear coordinates are used to generate a coordinate surface coincident with the rigid boundary and free-surface boundary in the physical plain. Consequently, we can use accurate boundary conditions at a free-surface. The solution procedure for the convective terms in the momentum equation and turbulence transport equations uses spatially third-order accurate upwind QUICK control-volume algorithm that is extended to generalized coordinates.

The computations for the turbulent flow in a steep-sided trapezoidal trench placed perpendicular to the mean flow direction and in a complicated enclosure passage with upper free-surface boundary are made with a computer code named $k\epsilon$ GQG2D/surf. The results are in fine agreement with the experiments in velocity and pressure profiles.

(1). まえがき

自由境界の問題は各種の理工学上の諸問題に現れる重要な問題である。例えば、プラスチックの射出成形、密度流の境界面の運動、水理や造船等の分野での自由表面の解析、核融合でのプラズマの自由境界の解析 など種々の諸問題で数値解法が必要である。

これまでの自由表面の時間発展とともに変化する形状を流れ場とともに処理できる数値解法のコンピュータ・プログラムは、差分法に限定すると、以下のように分類することが出来よう。

i) 仮想的なマーカーを使用するMAC法, SMAC法

Los Alamosで開発されたMarker and Cell 法はoriginalMAC が1965～66年に、そのポアソン方程式の簡易解法を導入したSMACは1970年に発表されている。これらはマーカーで自由表面位置を確定し近似的な表面の境界条件を課しているため、そう正確な条件ではないが、砕波や巻き込みが解けるので、現在でも良く用いられている。

格子の配置は等間隔格子網を用いている。

ii) 擬似密度となるスカラー変数(VOF関数)を用いるSOLA-VOF法

VOF 関数を用いるSOLA-VOF法は1979～80年にLos Alamosで開発されたが、VOF 関数で自由表面を確定し近似的な表面の境界条件を課しているので基本的には MAC法と同じで砕波や巻き込みが解ける。また気泡のシミュレーションも可能。格子は直交の不等間隔格子を用いている。この発展形がporosity技法を用いる FLOW-3Dの FAVOR法。

iii) 自由表面形状一価関数を用いたSOLA-SURF法

格子の配置は等間隔格子網を用いてそれを横切るように自由表面と外部固定境界壁を設定できる。自由表面形状一価関数を用いて表面位置はきちんと決まるが圧力・流速場の決定法はやや不正確。砕波や巻き込みはダメ。本法の改良版は造船・土木分野で利用されている。

iv) 流体とともに動くラグランジュ座標系を用いたSALE法

ALE法 (Arbitrary Lagrangian Eulerian)のSimplified VersionであるSALEコードは格子点を空間的に流体とともに可動させることも固定することも可能であるため自由表面の移動解析には適すると言えるが、変形が大きい場合の格子の再配置が行えない等のラグランジュ法特有の欠点があるので汎用コードとは成りにくい。

〔2〕一般化座標での自由境界の一解法

ここでは、水理学上重要なテーマである自由表面の問題の数値解法に一般化座標での自由境界の一解法を適用した例を述べるものとする。

前述のように分類したiii) SOLA-SURF法 とiv) ラグランジュ座標系を用いたSALE法 の手法の良いところを取り入れ一般曲線座標系で基礎式と自由表面の境界条件を表現すれば、砕波や表面波の巻き込みのないケースも工学上は多くありまた境界条件を厳密に適用する場合には役立つと考えてコードを作成した。ただし本コードも変形が大きい場合は格子の再配置が行えない等の欠点があるのは同様である。

自由表面の境界条件は以下のような諸条件を用いた。

1) 運動学上の境界条件

これは、自由表面の流体粒子はつねに自由表面上にあるという条件である：

$$\frac{df}{dt} = 0$$

$$\frac{\partial f}{\partial t} + v_i \frac{\partial f}{\partial x_i} = 0$$

すなわち、

ここに f は自由表面の形状一価関数

2) 力学上の境界条件

自由表面での応力の釣り合いがとれている、すなわち法線方向と接線方向の応力条件が満たされていることが必要である。

・法線方向応力条件

$$p = p_0 + \sigma_n + p_s$$

where $\sigma_n = n_i n_j e_{ij}$, $p_s = \gamma k_m$ p_0 : 気体圧, σ_n : 法線応力

・接線方向応力条件

p_s : 表面張力による圧力変化

$$\sigma_\tau = n_i \tau_j e_{ij} = 0$$

σ_τ : 接線応力

3) 連続条件

$$\frac{\partial v_i}{\partial x_i} = 0$$

自由表面の計算格子網で以上の非圧縮性条件が満足される。

以上の3つの条件をここでは設定している。

次にこれらを一般化座標で表現するわけであるが、接線方向応力条件と表面近傍での連続条件についてこれらを考察すると

$$n_i \tau_j e_{ij} = 0$$

$$\frac{\partial v_i}{\partial x_i} = 0$$

where

$$n^i = \frac{a^i}{|a^i|} = \frac{\nabla \xi^i}{\sqrt{g^{ii}}}$$

$$\tau_j = \frac{a_j}{|a_j|} = \frac{\nabla x_j}{\sqrt{g_{jj}}}$$

ここに n^i は法線方向単位ベクトルであるので contravariant のベースベクトルでよく、また τ_j は接線方向単位ベクトルなので covariant でよいので上記の式の定式化となる。

以上をまとめると以下ようになる。

$$\begin{aligned} n_i \tau_j e_{ij} &= \frac{1}{\sqrt{g^{22}} \sqrt{g_{11}}} \frac{\partial \xi_2}{\partial x_i} \frac{\partial x_j}{\partial \xi_1} \left(\frac{\partial \xi_1}{\partial x_i} \frac{\partial v_j}{\partial \xi_1} + \frac{\partial \xi_1}{\partial x_j} \frac{\partial v_i}{\partial \xi_1} \right) \\ &= \frac{\sqrt{g}}{g_{11}} \left(g^{21} \frac{\partial x_j}{\partial \xi_1} \frac{\partial v_j}{\partial \xi_1} + \frac{\partial \xi_2}{\partial x_i} \frac{\partial v_i}{\partial \xi_1} \right) \\ &= \frac{\sqrt{g}}{g_{11}} \left(g^{21} \frac{\partial x_j}{\partial \xi_1} \frac{\partial v_j}{\partial \xi_1} + g^{22} \frac{\partial x_j}{\partial \xi_1} \frac{\partial v_j}{\partial \xi_2} + \frac{\partial \xi_2}{\partial x_i} \frac{\partial v_i}{\partial \xi_1} \right) = 0 \\ \frac{\partial \xi_1}{\partial x_i} \frac{\partial v_i}{\partial \xi_1} + \frac{\partial \xi_2}{\partial x_i} \frac{\partial v_i}{\partial \xi_2} &= 0 \end{aligned}$$

上式を連立させて $\partial v_1 / \partial \xi_2$ と $\partial v_2 / \partial \xi_2$ について解き、さらにここで普通一般化座標で用いる表記法に直すと、以下となる。

$$v_1 \rightarrow u, v_2 \rightarrow v$$

$$\xi_1 \rightarrow \xi, \xi_2 \rightarrow \eta$$

Then

$$\begin{aligned} \frac{\partial v_1}{\partial \xi_2} &\equiv \frac{\partial u}{\partial \eta} = g \left(\frac{g_{12}}{g_{11}^2} \eta_y^2 - \frac{\sqrt{g}}{g_{11}^2} \eta_x \eta_y - \frac{1}{g_{11}} \xi_x \eta_x \right) \frac{\partial u}{\partial \xi} \\ &\quad + g \left(-\frac{g_{12}}{g_{11}^2} \eta_x \eta_y - \frac{\sqrt{g}}{g_{11}^2} \eta_y^2 - \frac{1}{g_{11}} \xi_y \eta_x \right) \frac{\partial v}{\partial \xi} \\ \frac{\partial v_2}{\partial \xi_2} &\equiv \frac{\partial v}{\partial \eta} = g \left(-\frac{g_{12}}{g_{11}^2} \eta_x \eta_y + \frac{\sqrt{g}}{g_{11}^2} \eta_x^2 - \frac{1}{g_{11}} \xi_x \eta_y \right) \frac{\partial u}{\partial \xi} \\ &\quad + g \left(\frac{g_{12}}{g_{11}^2} \eta_x^2 + \frac{\sqrt{g}}{g_{11}^2} \eta_x \eta_y - \frac{1}{g_{11}} \xi_y \eta_y \right) \frac{\partial v}{\partial \xi} \end{aligned}$$

ここに

$$g_{11} = x_\xi^2 + y_\xi^2$$

$$g_{22} = x_\eta^2 + y_\eta^2$$

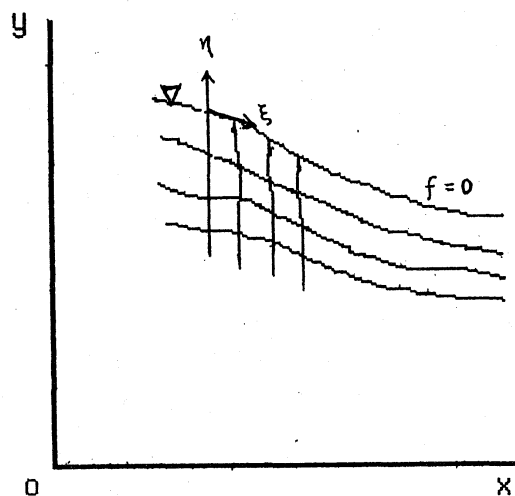
$$g_{12} = g_{21} = x_\xi x_\eta + y_\xi y_\eta$$

$$g = \det(g_{ij}) \quad \text{であるから}$$

$$\begin{aligned} \sqrt{g} &= \sqrt{g_{11}g_{22} - g_{12}^2} = x_\xi y_\eta - y_\xi x_\eta \\ &= \frac{\partial(x, y)}{\partial(\xi, \eta)} \end{aligned}$$

となる。

さらに、自由表面形状一価関数 f の $df/dt = 0$ の式の一般化座標系への変換は $\xi = \xi(x, y, t)$, $\eta = \eta(x, y, t)$ $\hat{t} = t$ で行うとし、 $f(\xi, \eta, \hat{t})$ $f = f(\xi, \hat{t})$ - $\eta = 0$ とすると f は ξ について一価関数である。すると最終的に



$$\begin{aligned}\frac{\partial f}{\partial \hat{t}} + \left\{ \left(u - \frac{\partial x}{\partial \hat{t}} \right) \frac{\partial \xi}{\partial x} + \left(v - \frac{\partial y}{\partial \hat{t}} \right) \frac{\partial \xi}{\partial y} \right\} \frac{\partial f}{\partial \xi} \\ = \left(u - \frac{\partial x}{\partial \hat{t}} \right) \frac{\partial \eta}{\partial x} + \left(v - \frac{\partial y}{\partial \hat{t}} \right) \frac{\partial \eta}{\partial y}\end{aligned}$$

grid velocity : $GV = \left(\frac{\partial x}{\partial \hat{t}}, \frac{\partial y}{\partial \hat{t}} \right)$ don't move, Then

$$\frac{\partial f}{\partial \hat{t}} + U \frac{\partial f}{\partial \xi} = V$$

$$\text{where } \begin{cases} U = u \frac{\partial \xi}{\partial x} + v \frac{\partial \xi}{\partial y} \\ V = u \frac{\partial \eta}{\partial x} + v \frac{\partial \eta}{\partial y} \end{cases}$$

(3). 流速場の基礎方程式系

2次元の平均流に関するレイノルズ方程式および連続式を以下のように提示する。

ここで、基礎式は一般化座標系での非圧縮性の粘性流体を表している。

$$q_t + E_t + F_n = \left[\left(\frac{1}{Re} + \nu_t \right) R \right]_t + \left[\left(\frac{1}{Re} + \nu_t \right) S \right]_n + T$$

個々に、各ベクトルの成分は、

$$q = J^{-1} \begin{Bmatrix} 0 \\ u \\ v \end{Bmatrix}, \quad E = J^{-1} \begin{Bmatrix} U \\ uU + \xi_x \hat{p} \\ vU + \xi_y \hat{p} \end{Bmatrix}, \quad F = J^{-1} \begin{Bmatrix} V \\ uV + \eta_x \hat{p} \\ vV + \eta_y \hat{p} \end{Bmatrix},$$

$$R = J^{-1} \begin{pmatrix} 0 \\ (2\xi_x^2 + \xi_y^2)u_t + (2\xi_x\eta_x + \xi_y\eta_y)u_n \\ \quad + \xi_y(\xi_x v_t + \eta_x v_n) \\ (\xi_x^2 + 2\xi_y^2)v_t + (\xi_x\eta_x + 2\xi_y\eta_y)v_n \\ \quad + \xi_x(\xi_y u_t + \eta_y u_n) \end{pmatrix},$$

$$S = J^{-1} \begin{pmatrix} 0 \\ (2\xi_x\eta_x + \xi_y\eta_y)u_t + (2\eta_x^2 + \eta_y^2)u_n \\ \quad + \eta_y(\xi_x v_t + \eta_x v_n) \\ (\xi_x\eta_x + 2\xi_y\eta_y)v_t + (\eta_x^2 + 2\eta_y^2)v_n \\ \quad + \eta_x(\xi_y u_t + \eta_y u_n) \end{pmatrix},$$

$$T = J^{-1} \begin{Bmatrix} 0 \\ g_u \\ g_v \end{Bmatrix}$$

u, v は平均流速の x, y 方向成分を示し、 $\hat{p}$ は圧力 ($\hat{p} = p + \frac{2}{3}k$)、 Re はレイノルズ数を示す。 ν_t は渦動粘性係数 ($= C_\mu k^2 \varepsilon^{-1}$) である。重力加速度 $G = (g_u, g_v)$ である。上記の式の移流項は保存形にしている。座標変換のヤコビアン J は $J = \xi_x\eta_y - \xi_y\eta_x$ 。

以上の式の移流項部分にのみ2次元のGQ法を適用し、3次精度の上流差分近似（正確にはコントロール・ボリューム法であって差分ではない）とした。

なお、Regular Grid 系を本コードでは採用しているため、差分近似式での流速・圧力場等の定義点は全て同一点の格子配置としている。

k ~ ε 輸送方程式の一般化座標表現

k ~ ε 輸送方程式の一般化座標表現は一般化座標表現は下記のようなになる。
すなわち、乱流エネルギー生産項のうち、 ν_t を除いた部分を E_p とすると

$$\begin{aligned} E_p = & 2[|(J^{-1}\xi_x u)_\epsilon + (J^{-1}\eta_x u)_\eta|J]^2 \\ & + 2[|(J^{-1}\xi_y v)_\epsilon + (J^{-1}\eta_y v)_\eta|J]^2 \\ & + [|(J^{-1}\xi_x u + J^{-1}\xi_y v)_\epsilon + (J^{-1}\eta_x u + J^{-1}\eta_y v)_\eta|J]^2 \end{aligned}$$

この時、上式を組み入れた k と ε の輸送式は以下である：

$$\begin{aligned} (J^{-1}k)_\epsilon + (J^{-1}kU)_\epsilon + (J^{-1}kV)_\eta = & \left[J^{-1}[(\xi_x^2 + \xi_y^2)k_\epsilon + (\xi_x\eta_x + \xi_y\eta_y)k_\eta] \left(\frac{1}{Re} + \frac{\nu_t}{\sigma k} \right) \right]_\epsilon \\ & \left[J^{-1}[(\xi_x\eta_x + \xi_y\eta_y)k_\epsilon + (\eta_x^2 + \eta_y^2)k_\eta] \left(\frac{1}{Re} + \frac{\nu_t}{\sigma k} \right) \right]_\eta + J^{-1}\nu_t E_p - J^{-1}\epsilon \\ (J^{-1}\epsilon)_\epsilon + (J^{-1}\epsilon U)_\epsilon + (J^{-1}\epsilon V)_\eta = & \left[J^{-1}[(\xi_x^2 + \xi_y^2)\epsilon_\epsilon + (\xi_x\eta_x + \xi_y\eta_y)\epsilon_\eta] \left(\frac{1}{Re} + \frac{\nu_t}{\sigma \epsilon} \right) \right]_\epsilon \\ & + \left[J^{-1}[(\xi_x\eta_x + \xi_y\eta_y)\epsilon_\epsilon + (\eta_x^2 + \eta_y^2)\epsilon_\eta] \left(\frac{1}{Re} + \frac{\nu_t}{\sigma \epsilon} \right) \right]_\eta + J^{-1}C_1 \nu_t \frac{\epsilon}{k} E_p - J^{-1}C_2 \frac{\epsilon^2}{k} \end{aligned}$$

また上記のモデル定数は標準的な k ~ ε 乱流モデルのそれを採用し、

$$C_\mu = 0.09, C_1 = 1.44, C_2 = 1.92, \sigma_k = 1.0, \sigma_\epsilon = 1.3$$

を用いる。

また本コードでは、k と ε の両輸送式の移流項部分に3次上流コントロール・ボリューム・スキームのGQ法を適用している。さらに、k と ε の輸送式についての時間積分法は当初単純なExplicit法により計算していたが、一般化座標ではk と ε の値が不安定で負になりやすいため、implicit法の処理を実施することにより安定化させた。

〔4〕. Trench内の流れのシミュレーションについて

4-1. 流れ場の無次元化について

全長2.6mのFig.1のようなTrench部をもつ水路を仮想した。水深は左上部の流入部分で20cmであり、流入平均流速は100cm/secとしたので、流入部水深と流入流速で無次元化すると以下ようになる。

①Re数について

$Re = U_0 L_0 / \nu$ より、 $U_0 = 100 \text{ cm/sec}$, $L_0 = 20 \text{ cm}$, 粘性係数 $\nu = 0.01 \text{ cm}^2/\text{sec}$ から

$$Re = 2 \times 10^5$$

②重力加速度について

$g = g^* L_0 / U_0^2$ (g^* は元の重力加速度 980 cm/sec^2) より

$$g = 1.96$$

これらの数値を用いてシミュレーションを行った。

4-2. 計算の初期・境界条件と結果について

Trench内の流れの計算格子網は不等間隔の 40×130 のGridとして、最小 $\delta y = 0.015$ 程度とした (Fig.1参照)。また、場のレイノルズ数は $Re = 2 \times 10^5$ とした。Trenchの流入流出部の水深の深さは単位長とした。計算は当初水面のGridを動かさずに無次元の時間間隔 $\delta t = 0.005$ より時間ステップ 4000 回非定常解を進展させ ($T=20$, この状態の結果はFig.1の下図に流速分布を示す)、その後水面を可動させて4700回まで進めた $T=23.5$ の諸値をデータとして取りグラフ化したのがFig.2である。重力加速度は $g_v = -1.96$ にて与えている。

この場合の流入境界条件・壁面境界条件は粗い面の水路での対数分布則を用い、 y_0 を壁の凹凸の高さの平均値 (ここでは 2.2 mm とした)、 u_τ を摩擦速度 (0.04 m/sec と仮定) としそれぞれ無次元化した値から以下のように求めた:

流入壁面: $u_{in} = (u_\tau / \kappa) \ln (y/y_0)$ の分布の流速で与える (κ はカルマン定数 0.4)。

乱流量については $k_{in} = (u_\tau^2 / c_\mu^{0.5}) (1 - y/H)$ および

$$\varepsilon_{in} = (u_\tau^3 / \kappa y) (1 - y/H) \text{ の分布}$$

流出壁面: $u_{out} = (u_\tau / \kappa) \ln (y/y_0)$ の分布の流速で与え、

かつ、continuitive outflow になるようにした。

乱流量については $\partial k / \partial x = 0$, $\partial \varepsilon / \partial x = 0$, $\partial \nu_t / \partial x = 0$ とした。

底壁面: $u = (u_\tau / \kappa) \ln (E_c y')$ を当初仮定した (E_c は 9.8 の定数) が、

今回は単純な no-slip 条件のみ与えた。

乱流量は壁面近傍格子点で $k = u_\tau^2 / 0.3$, $\varepsilon = u_\tau^3 / \kappa y$ を与えた。

この場合の u_τ は $\sqrt{u / (Re \cdot y)}$ にて計算した。

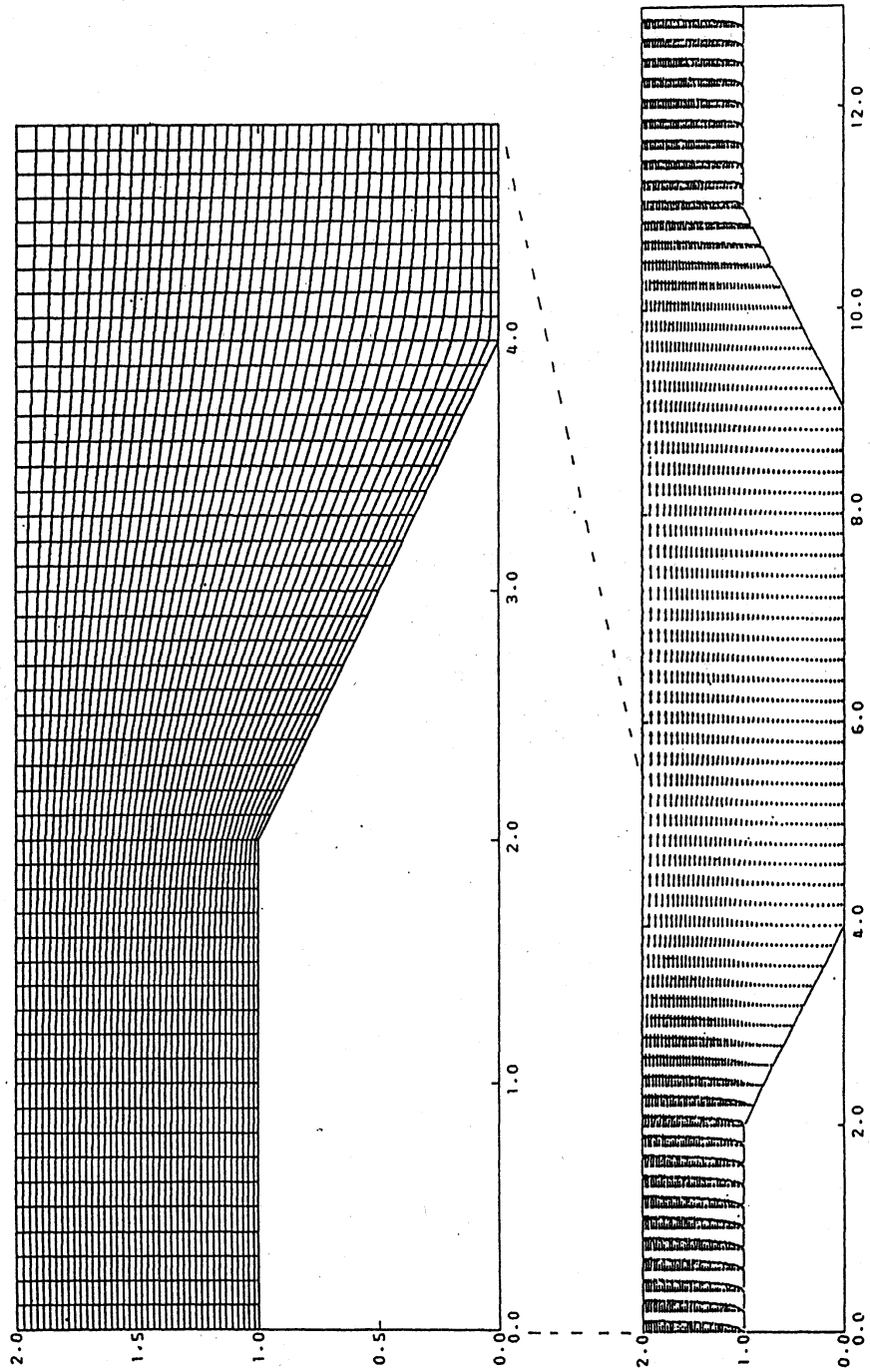


Fig.1 Computational Grids and Results
without moving surface grids at $T=20$

また、この場合の自由表面の境界については
 自由表面：初期には動かさずFree-Slip 壁とし、安定化した後可動させた。
 可動させるのに自由表面形状一価関数を用いた。

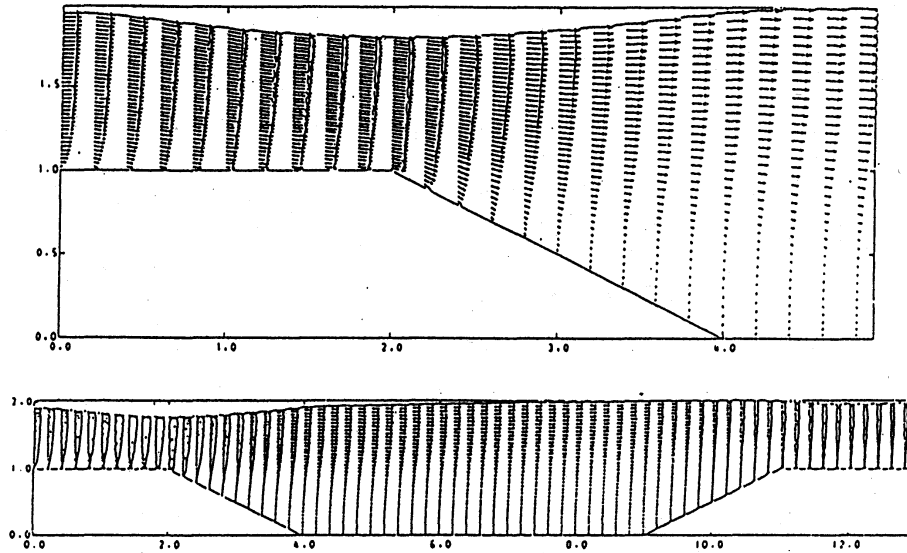


Fig.2 Velocity Profile and Free Surface Curve at T=23.5

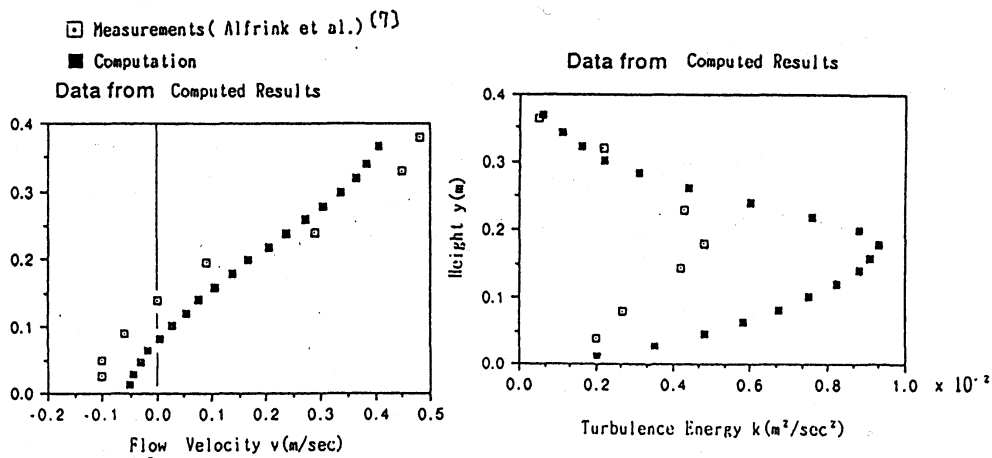


Fig.3 Velocity and Turbulence Energy Distributions at the midpoint of Trench

4-3. 結果の考察

先に述べた計算結果と AlfrinkらがDelft Hydraulics Laboratory で実施した実験値とを比較する。実験でのTrench流路の空間的Dimension は計算と同一の水深0.4m, 水路長2.6m, 流入流出部の水深0.2mのものである。実験値が自由表面の変動の無いケースで得られているので、計算値も4000回進めた無次元時刻T=20の Fig.1の結果から得たものと対比した。

計算が無次元値なので実験に合わせて平均流入流速0.4m/secで計算値を戻して比較したのが Fig.3 のTrench中央部での鉛直方向流速分布である。計算でも底面近傍の逆流域がシミュレートできており、全体の分布形状も実験とほぼ似ているので良好に一致していることが判明する。

次に乱流量として乱流エネルギーの k 値について比較したのが Fig.3である。これも計算値を実験値に合わせるため次元の付いた値に戻して比較した。全体のプロファイルはほぼ相似形で合っているものの、高さ0.2m付近での最大乱流エネルギー値がかなり大きく計算されているが、これは実験でのRe数が計算に比べてかなり小さい（約 8×10^4 程度）ので流れ場の乱れがそう大きくはならないことに起因すると思われる。

なお、自由表面変動後の実験値が無いので Fig.2 のように水面形が形成されるかどうかは不明であるが、シミュレーション上は流入流速1.0 に対し重力加速度1.96であるのでTrench入口部で水面が低下し、出口部で上昇する形状となると推定される。

以上の考察の結果、今回のシミュレーションとしてはまずまずの結果が得られたと考えるところである。

(5). 水中減勢工内の流れのシミュレーションについて

5-1. 流れ場の無次元化について

全長15D（流入部円管の直径 $D=6\text{cm}$ より15Dは0.9m）のFig.4のような上流・下流側デフレクタ部をもつ水路を仮想した。水深は7.25D(43.5cm)を初期状態とした。左中部の流入部分で1D(6cm)であり、流入平均流速は350cm/sec(流入円管部で10 l/secに相当)としたので、流入部管径と流入流速で無次元化すると以下ようになる。

①Re数について

$Re = U_0 D / \nu$ より、 $U_0 = 350\text{cm/sec}$, $D = 6\text{cm}$, 粘性係数 $\nu = 0.01\text{cm}^2/\text{sec}$ から

$$Re = 2 \times 10^5$$

②重力加速度について

$g = g^* D / U_0^2$ (g^* は元の重力加速度 980cm/sec^2) より

$$g = 0.048$$

これらの数値を用いてシミュレーションを行った。

5-2. 計算の初期・境界条件と結果について

水中減勢工内の流れの計算格子網は不等間隔の77 x 133 のGridとして、全体を5つの部分に分割した(Fig.4参照)。このような領域分割の手法を用いて複雑形状計算が出来るようにした。各領域間の接続には両側の平均値を与えることによって接続境界値を与える手法を採った。これにより領域ⅠとⅡの接続部最上部付近での座標変換メトリック量は計算せずにすむので、通常この付近より発生する計算不安定性を除去できる利点ももつ。また、場のレイノルズ数は $Re=2 \times 10^5$ とした。水中減勢工の流入管部の管径および流出部の水深の深さは単位長とした。計算は当初水面のGridを動かさずに無次元の時間間隔 $\delta t=0.002$ および0.001 より時間ステップ14000 回非定常解を進展させ($T=28.88$)、その後水面を可動させて16000 回まで進めた $T=30.88$ の諸値をデータとして取りグラフ化したのがFig.5 である。

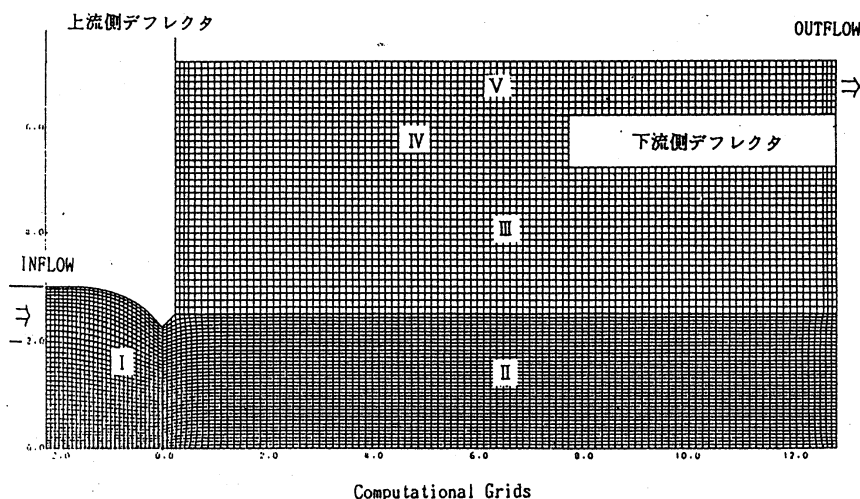


Fig.4 Grid Configurations

5-3. 結果の考察

先に提示した計算結果と野添らが実施した実験データとの比較を行う。計算値としてFig.5 のPressure分布($T=30.88$) で底壁面に沿って上流側からの値をプロットしたのがFig.6 である。壁面に作用する最大圧力は減勢池始点よりほぼ $4D \sim 4.5D$ あたりの水路床に発生している。

一方、実験データからは上流側デフレクタを設置した場合、壁面に作用する最大水圧は減勢池始点よりほぼ $4.5D(27cm)$ 付近の水路床に生じており、Fig.6(b)のデータ分布図のM4がそれに相当する。M1~M3はそれより上流側 3点で、M5, M6 は下流側の 2点である。今回のシミュレーションに相当する値はこのデータで 10 l のケースであり、(a)の図と対比すると両者の縦軸の値が違っているので厳密な比較はできないが値の変動の様子は類似のものと思わせるため、シミュレーションは実験とほぼ同様の傾向をもつと言えよう。

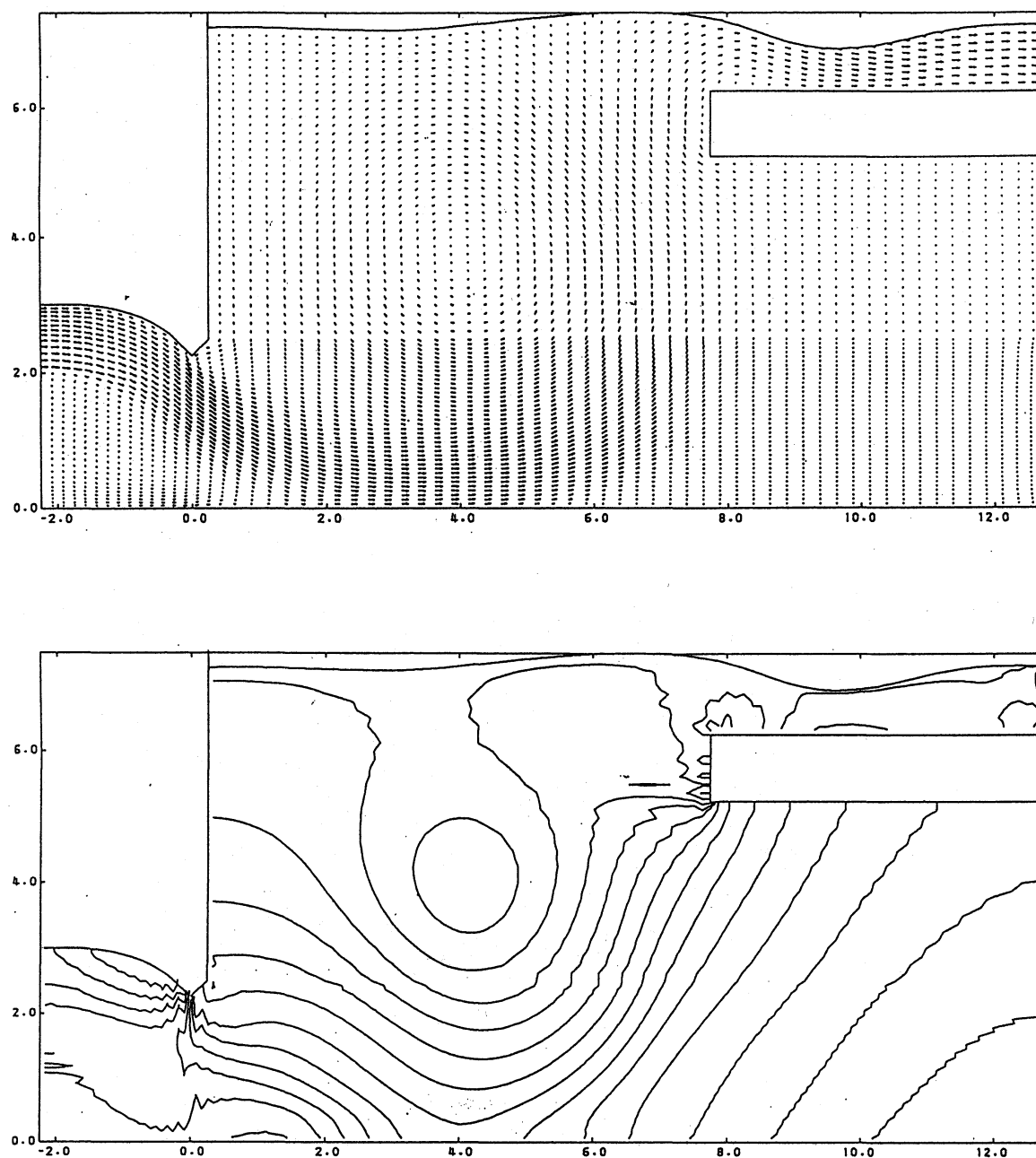
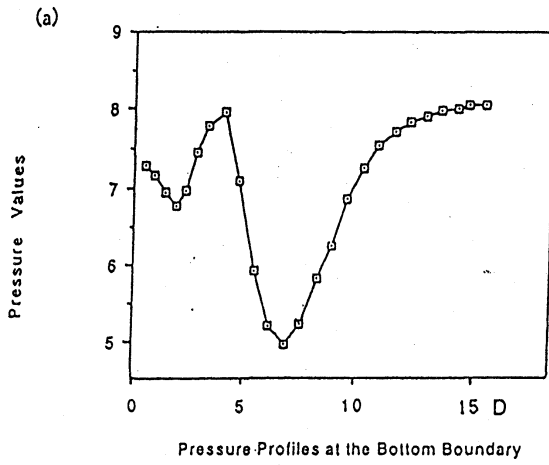


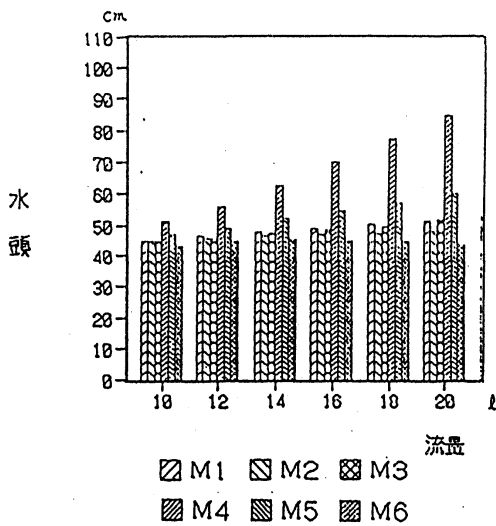
Fig.5 Velocity Profile and Pressure Contours
at T=30.88

さらに水面形状については、Fig.7 に流量 10 l と 20 l のケースでの実験写真を提示してあるので、そこから水面を判別するといずれも上流側デフレクタ上の始点からやや下流側に水面の低下した部分があり、これはFig.5 のシミュレーションの結果と類似している。

これらのことから、この水中減勢工のシミュレーションはほぼ妥当な計算結果が得られたものと考えられる。

Data from Computed Results at $T=30.88$ 

(b) CY23



計算値の底壁面(a)と実験値の水路床(b)での圧力分布

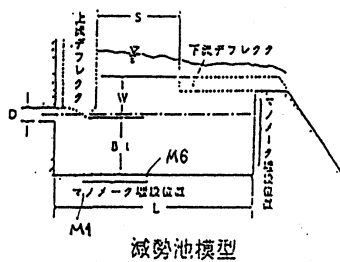


Fig.6 Pressure Profiles along the
Bottom Boundary (a) Computed Pressure
(b) Experimental Data

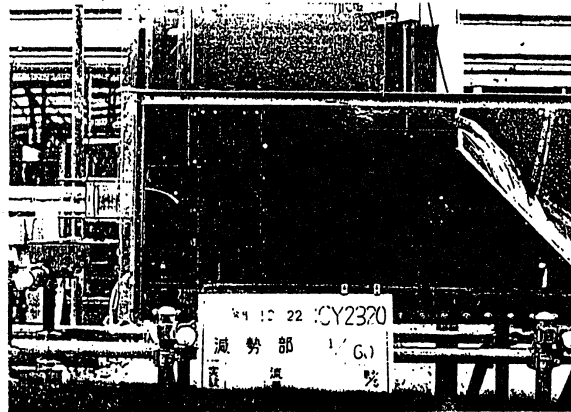
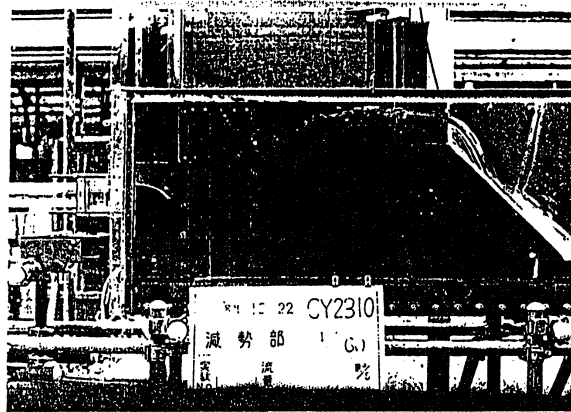


Fig.7 Experiments

(above: 10 l, below: 20 l/min)

〔6〕．おわりに

以上今回開発した一般化座標での自由表面流コード $K\epsilon$ GGQ2D/surf によって提示したシミュレーション例のTrench内流れと水中減勢工内流れの解析結果から、本手法が乱流場での碎波や巻き込みのない水理現象・局所流の計算にはば有効であることが確認された。碎波のある問題に対してはむしろMAC法やSOLA-VOF法等の一般化座標化を考えるべきだと思われる。また、格子点配置についてはここでは境界条件の入れやすさからRegular系を採用しているが、非圧縮コードではやはりStaggered系が圧力のPoisson式を解く場合有利であろう。これらの選択はその適応対象による。

今回の計算の中で今後の課題となる問題点を以下指摘する。まず、今回の水中減勢工内流れのような複雑形状流れの計算にあたって一番作成時間のかかる部分は本体コードよりもむしろ格子生成の部分であり、有限要素法などで既に自動化されている三角形のGrid生成に対比して劣る部分であろう。これを自動化する手法として現在以下のようなものが考えられる。

- ①複雑形状に対し格子生成しやすいように徹底して領域分割化を図る。
- ②視覚による格子生成として、コンピュータ上で目で見ながらある程度フリーハンドで作成し、最終的なスムージングは楕円型偏微分方程式を解く格子生成プログラムにて行う等の合理化をしていく。
- ③格子の並びに規則性を持たない非構造格子を採用して、その風上差分法を開発すれば広範囲に適合可能な汎用ソフトが出来る。

当面は上記①と②で対処できるが、将来的には③の方向へ進展する必要がある。

次に乱流モデルの問題であるが、ここではごく標準的な $k\sim\epsilon$ 2方程式モデルを用いており、水理解析程度であれば充分実用に耐えられると考えられるが、このモデルは基本的に等方的な自由噴流に適するように構成されていて、複雑な二次渦や剥離領域をもつ流れに対応するのには不十分である。そこで、以下のようなモデルが提唱されている。

- ①非等方 $k\sim\epsilon$ 2方程式モデル ②代数応力方程式モデル
- ③応力方程式モデル ④Large Eddy Simulation
- ⑤Direct Simulation

これらの詳細な説明は一般的な乱流のモデリングの文献に譲るとして、今後水理の分野でも①②あたりは取り込んでいく必要がある。

最後に、計算流体力学研究所の千葉賢研究員には一般化座標での自由表面の諸条件について御討議をいただいた。記して感謝申し上げます。

参考文献：

- 1) Y. Takemoto, Y. Nakamura, H. Yamabe, Y. Abe, and I. Minami : A Curvilinear Coordinate Method for Solution of Incompressible Navier-Stokes Equations Using the Third-Order Upwind Differencing Scheme, Trans. J.S.I.D.R.E. 121 (1986年 2月) 57
- 2) 武本行正, 中村佳朗, 山辺春雄 : ライブラリ・プログラムの紹介 (72) GGQ2DCY (一般曲線座標系QUICK 法による2次元非圧縮粘性流解析コード) 京都大学大型計算機センター広報 19-4 (1986年 8月) 319
- 3) 武本行正, 中村佳朗, 山辺春雄 : ライブラリ・プログラムの紹介 (82) $k-\epsilon$ GGQ2D (一般化座標 $k-\epsilon$ 乱流モデルによる2次元乱流場解析コード) 京都大学大型計算機センター広報 22- 5 (1989 年10月) 312
- 4) 武本行正, 中村佳朗, 山辺春雄 : 一般化座標 $k-\epsilon$ 乱流モデルによる2次元場の流れのシミュレーション, 日科技連第3回計算力学シンポジウム報文集 (1989年11月) 83
- 5) 武本行正 : 一般化座標 $k-\epsilon$ 乱流モデルによる2次元キャビティ流れの非定常計算, 核融合研究 61-6 (1989 年10月) 394
- 6) Y. Takemoto and Y. Nakamura : Numerical Simulation of 2-D AND 3-D Channel Flows Using a 3rd-Ordered Accurate Generalized QUICK Scheme, REFINED FLOW MODELLING AND TURBULENCE MEASUREMENTS, Universal Academy Press (1989) 97
- 7) B.J. Alfrink and L.C. van Rijn : Two-Equation Turbulence Model for Flow in Trenches, J. Hydraulics Division, ASCE, Vol.109 (July 1983) 941
- 8) 千葉賢, 桑原邦郎 : 鉛直円柱回りの自由表面流の解析, 第3回数値流体力学シンポジウム論文集 (1989年12月) 295
- 9) 野添浩彦, 瀧元男, 高瀬賢一, 田中雅史 : 放流管出口の水中減勢工に関する実験, 農業土木学会大会講演会要旨集 (1990年 7月) 516
- 10) 貫為, 中村佳朗, 保原充 : 領域分割法による2次元非圧縮流れの数値解析, 第2回数値流体力学シンポジウム論文集 (1988年12月) 607
- 11) 阿部芳彦, 武本行正 他 : 新版 数値計算ハンドブック, 偏微分方程式の項, オーム社 (1990年 9月)

Appendix
参考計算例

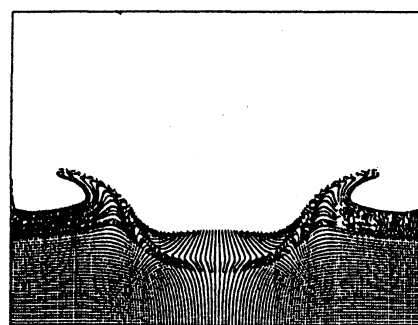
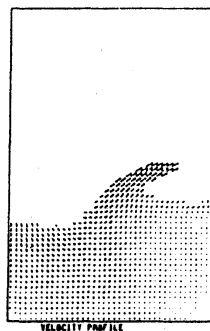
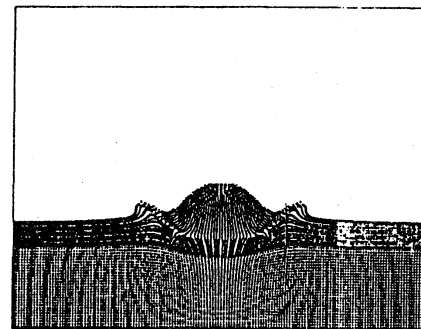
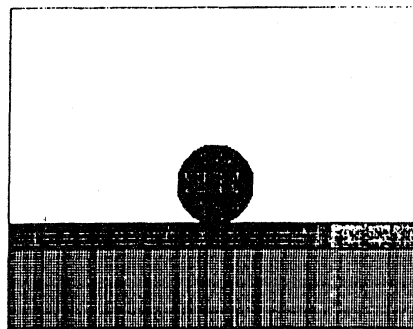
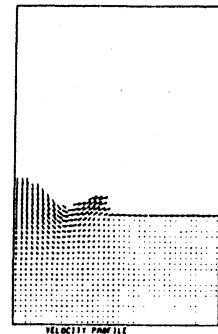
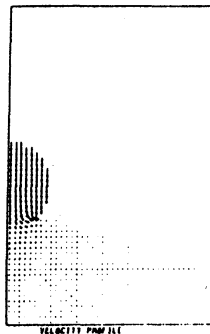


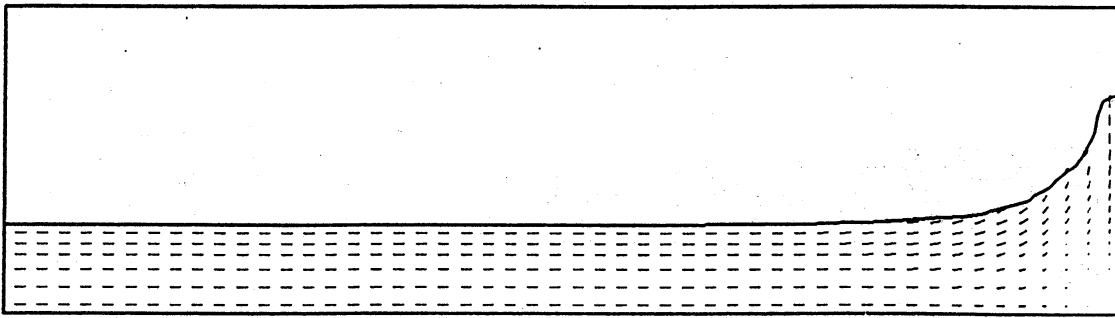
図 バーサテック出力図
(Upwind Differencing)

京都大学大型計算機センター広報

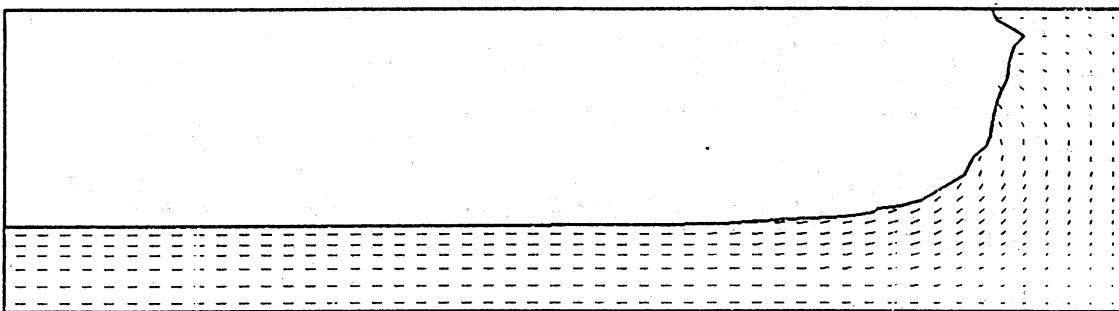
(Vol. 16, No. 4, pp. 227-236 1983年8月)

SMAC77 (武本 行正, 小松 輝久)

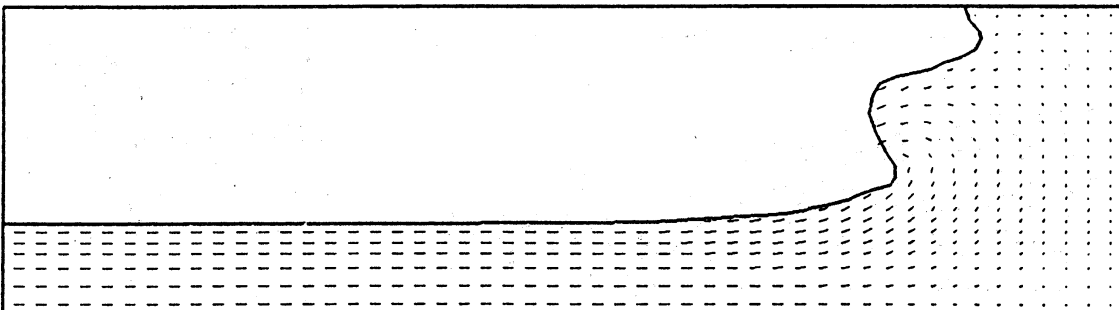
SMAC改良コードでの液滴落下のシミュレーション



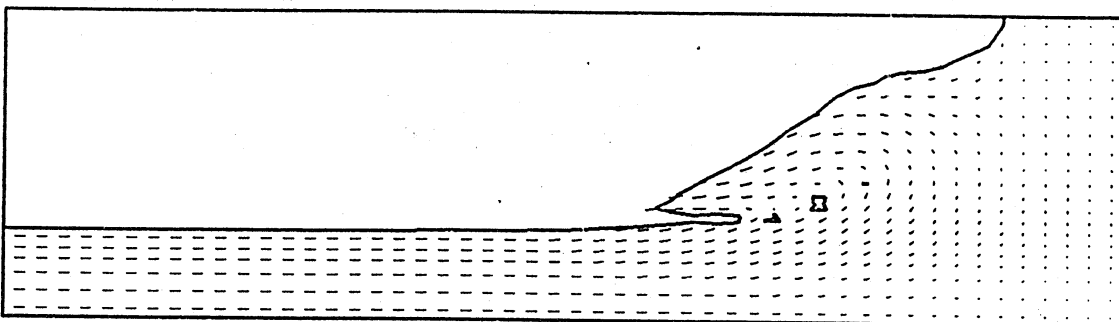
$T = 1.014$



$T = 4.02$



$T = 6.03$



$T = 8.019$

SOLA-VOF法による水面上昇とBreaking Bore のシミュレーション
(武本)

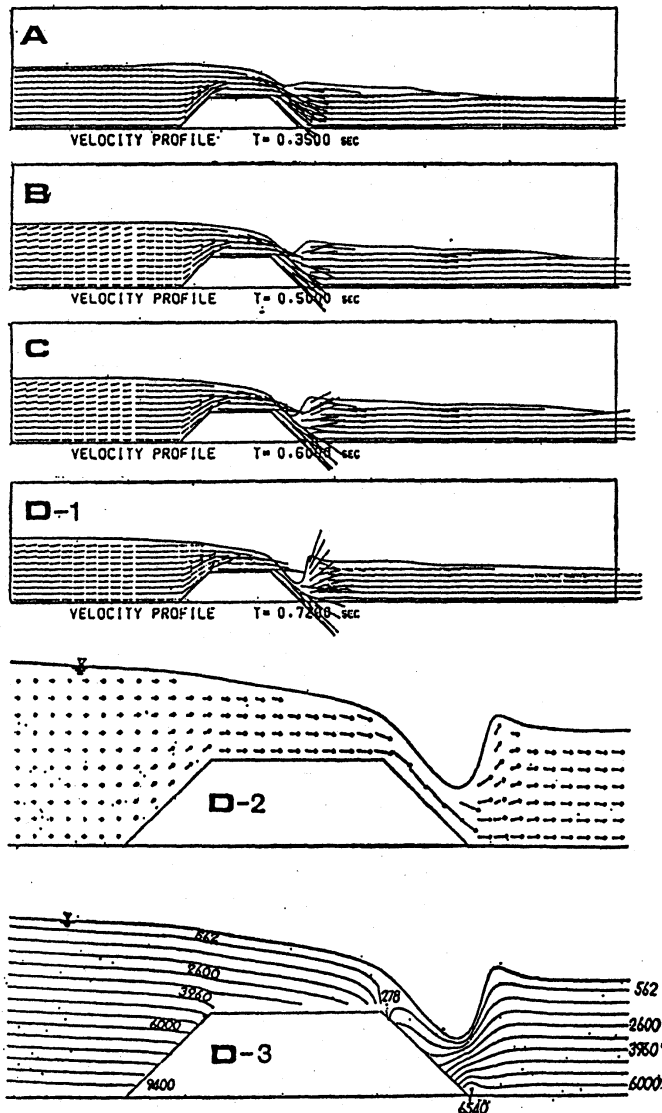


図 台形堰を越流する流れの非定常解 (武本・奥村)

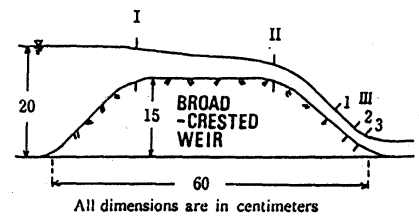


Fig. 8 Set up for section I, II, III

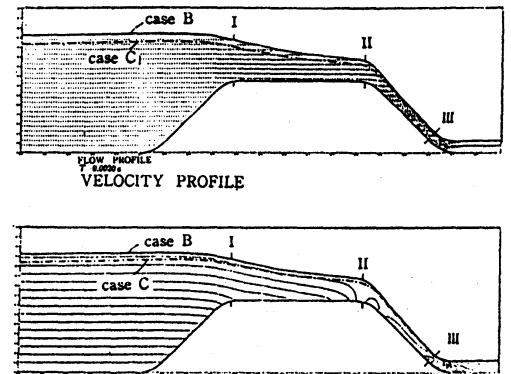
PRESSURE DISTRIBUTION
case B: $S=1/6$, $Q=0.06 \text{ m}^3/\text{s}$, weir $60 \times 15 \text{ (cm)}$
case C: $S=1/6$, $Q=0.045 \text{ m}^3/\text{s}$, weir $60 \times 15 \text{ (cm)}$

Fig. Internal structure analyses using the modified MAC calculation

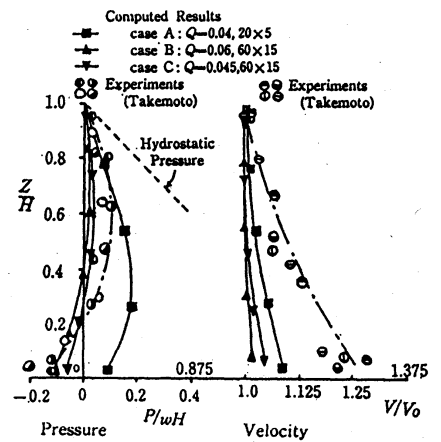
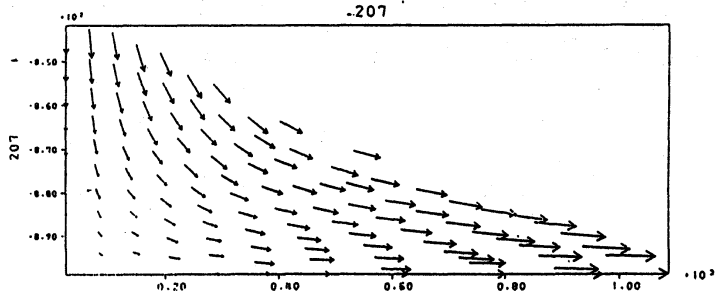
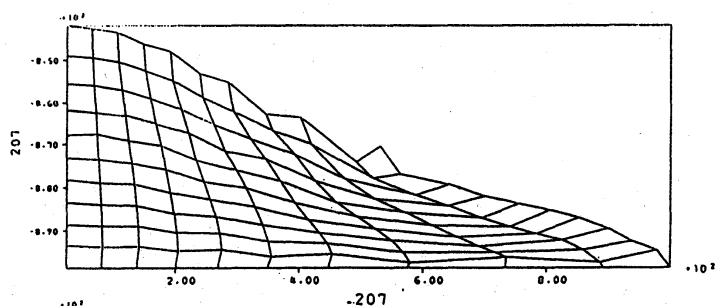
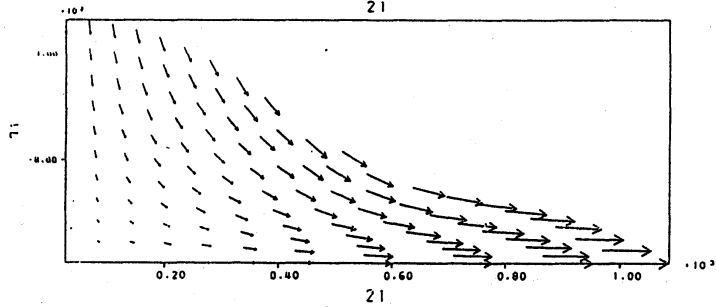
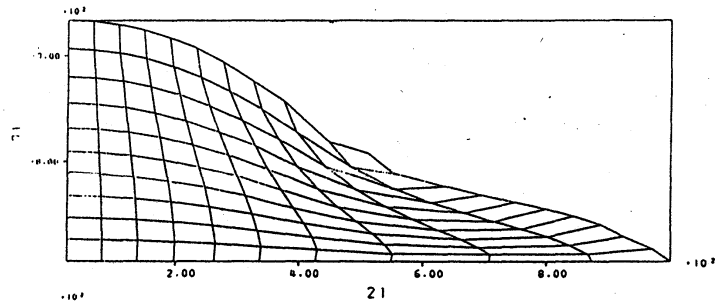
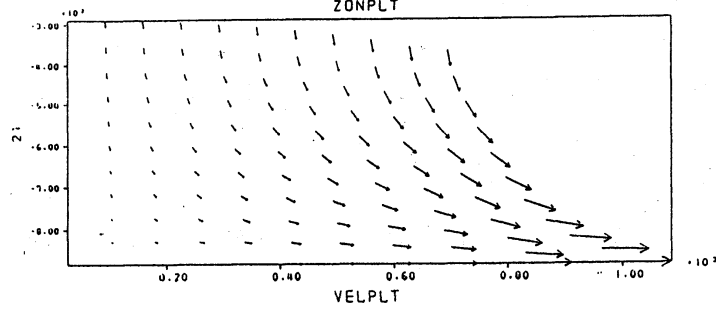
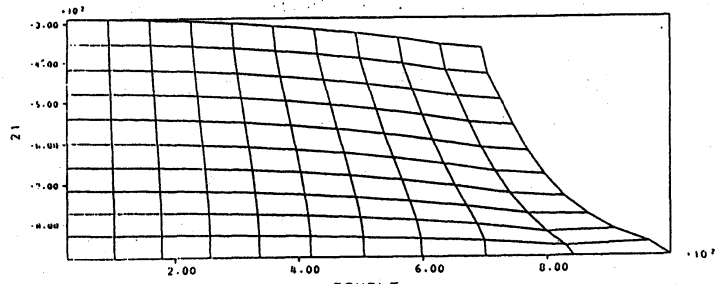


Fig. Pressure and velocity distribution (section II of weir)

SOLA-SURF 改良コードによる台形堰と広頂堰のシミュレーション



Sale-2D Code による ダム崩壊流のシミュレーション (武本・妹尾)