

p -Hyponormal 作用素の構造定理について

長 宗雄 神奈川大学・工
Muneo Chō Kanagawa University
古谷 正 新潟大学・教育
Tadasi Huruya Niigata University

1. 初めに. $T = U|T|$ を Hilbert 空間上の (有界) 作用素で,

$$|T| - U|T|U^* \geq 0$$

が成立するとき, T を semi-hyponormal と呼ぶ. このとき,

$$\|T\|I \geq U^{*n}|T|U^n \geq \cdots \geq U^*|T|U \geq |T| \geq U|T|U^* \geq \cdots \geq U^n|T|U^{*n} \geq 0$$

より

$$S_U^\pm(|T|) = s\text{-}\lim_{n \rightarrow \pm\infty} U^{*n}|T|U^n$$

が存在し, これらの作用素 $S_U^\pm(|T|)$ は U に関する $|T|$ の polar symbol と呼ぶ. ここでは, $|T|_+ = S_U^+(|T|)$, $|T|_- = S_U^-(|T|)$ で略記す. また, $T_+ = S_U^+(T)$, $T_- = S_U^-(T)$ と置くと, $T_+ = U|T|_+$, $T_- = U|T|_-$ である. $T = U|T|$ を Hilbert 空間上の作用素で, $p > 0$ であり,

$$|T|^{2p} - (U|T|U^*)^{2p} \geq 0$$

が成立するとき, T を p -hyponormal と呼ぶ. 1-hyponormal 作用素を hyponormal, 1/2-hyponormal 作用素を semi-hyponormal と呼ばれる. $p > q > 0$ のとき, p -hyponormal 作用素は q -hyponormal である. ここでは, $1/2 \geq p > 0$ の p -hyponormal 作用素を扱う.

T が p -hyponormal で unitary 作用素 U を使って $T = U|T|$ と表されるとき, $T \in p\text{-HU}$, 特に semi-hyponormal の場合は, $T \in \text{SHU}$ で表す.

2. 構造定理. p -hyponormal 作用素の構造定理を述べるための準備からはじめる. $\mathbb{T} = \{e^{i\theta} | 0 \leq \theta < 2\pi\}$ とし, $\mathcal{F}$ を $\mathbb{T}$ の Borel 集合全体, Lebesgue 測度 m , すなわち, $dm(e^{i\theta}) = \frac{1}{2\pi}d(e^{i\theta})$ とし, ν はその特異測度で $\mu = m + \nu$ の形の測度とし, $\Omega = (\mathbb{T}, \mathcal{F}, \mu)$ を測度空間とする. このとき, μ に関して可分な Hilbert 空間 $\mathcal{D}$ に値を持つ強可測な関数で $\int_{\mathbb{T}} \|f(e^{i\theta})\|^2 d\mu < \infty$ を満たす関数 f 全体に内積 $(f, g) = \int_{\mathbb{T}} (f(e^{i\theta}), g(e^{i\theta}))_{\mathcal{D}} d\mu$ を入れた Hilbert 空間を $L^2(\Omega, \mathcal{D})$ で表す. 特に, μ が Lebesgue 測度 m のとき, $L^2(\Omega, \mathcal{D})$ を $L^2(\mathcal{D})$ と略記する. projection を値にとる可測関数 $R(\cdot)$ に対して, $\{f \in L^2(\Omega, \mathcal{D}) | R(e^{i\theta})f(e^{i\theta}) = f(e^{i\theta})\}$ を $L^2(\Omega, \mathcal{D}, R(\cdot))$ で表す.

ここで, $\alpha(\cdot), \beta(\cdot)$ は, 作用素を値とする強可測な関数で, 共に $\alpha(e^{i\theta}) \geq 0, \beta(e^{i\theta}) \geq 0$ で $\sup\{\|\alpha(e^{i\theta})\|\}, \sup\{\|\beta(e^{i\theta})\|\} < \infty$ であり, $R(e^{i\theta})$ は projection で,

$$R(e^{i\theta})\alpha(e^{i\theta}) = \alpha(e^{i\theta})R(e^{i\theta}) = \alpha(e^{i\theta}), \quad R(e^{i\theta})\beta(e^{i\theta}) = \beta(e^{i\theta})R(e^{i\theta}) = \beta(e^{i\theta})$$

とする. $\mathcal{P}$ は $L^2(\Omega, \mathcal{D}, R(\cdot))$ から, Hardy 空間 $H^2(\mathcal{D}, R(\cdot))$ への projection, すなわち,

$$(\mathcal{P}(f))(e^{i\theta}) = \lim_{r \rightarrow 1-0} \frac{1}{2\pi i} \int_{|z|=1} f(z)(z - re^{i\theta})^{-1} dz$$

である. ここで,

$$(\alpha f)(e^{i\theta}) = \alpha(e^{i\theta})f(e^{i\theta}), \quad (\beta f)(e^{i\theta}) = \beta(e^{i\theta})f(e^{i\theta}),$$

$$(\hat{U}f)(e^{i\theta}) = e^{i\theta}f(e^{i\theta})$$

とおく. このとき,

$$\hat{T} = \hat{U}(\alpha\mathcal{P}\alpha + \beta)$$

とすると, $\hat{U}$ は unitary で $\alpha\mathcal{P}\alpha + \beta \geq 0$ であるので $|\hat{T}| = \alpha\mathcal{P}\alpha + \beta$ と置けば, $\hat{T} = \hat{U}|\hat{T}|$ は $\hat{T}$ の polar 分解である. そして

$$(|\hat{T}|f, f) - (\hat{U}|\hat{T}|\hat{U}^*f, f) = (\mathcal{P}\alpha f, \alpha f) - (\hat{U}\mathcal{P}\hat{U}^*\alpha f, \alpha f) \geq 0$$

すなわち, $\hat{T}$ は semi-hyponormal である. ここで $R(\cdot)$ は可分な Hilbert 空間の unitary 作用素の関係から必要なものである.

この逆も成立することを主張するのが, 次の構造定理である.

定理 A ([12, Chapter 3, Theorem 3.1]). T は可分な Hilbert 空間上の作用素で, $T = U|T| \in \text{SHU}$, すなわち, U は unitary で T は semi-hyponormal 作用素とする. このとき, $L^2(\Omega, \mathcal{D}, R(\cdot)), \alpha(\cdot), \beta(\cdot)$ が存在し, $\mathcal{P}$ が定義され

$$(\hat{T}f)(e^{i\theta}) = e^{i\theta} \left(\alpha(e^{i\theta})[\mathcal{P}(\alpha f)](e^{i\theta}) + \beta(e^{i\theta})f(e^{i\theta}) \right), \quad (f \in L^2(\Omega, \mathcal{D}, R(\cdot)))$$

$$(\hat{U}f)(e^{i\theta}) = e^{i\theta}f(e^{i\theta})$$

によって定義された $\hat{T}$ に T, U は $\hat{U}$ に unitary 同値である.

T が p -hyponormal のとき,

$$\tilde{T} = U|T|^{2p}$$

は semi-hyponormal となるので定理 A より, p -hyponormal の次の構造定理が得られる.

定理 B ([3, Theorem 1]). T は可分な Hilbert 空間上の作用素で $T = U|T| \in p\text{-HU}$ とする. 定理 A と同様な記号を使って, $L^2(\Omega, \mathcal{D}, R(\cdot)), \alpha(\cdot), \beta(\cdot)$ が存在し, $\mathcal{P}$ が定義され, さらに

$$(\hat{T}f)(e^{i\theta}) = e^{i\theta}(Af)(e^{i\theta}) \quad \text{かつ} \quad (\hat{U}f)(e^{i\theta}) = e^{i\theta}f(e^{i\theta})$$

によって定義された $\hat{T}$ と $\hat{U}$ は, それぞれ T と U に unitary 同値である. ただし,

$$(A^{2p}f)(e^{i\theta}) = \alpha(e^{i\theta})[\mathcal{P}(\alpha f)](e^{i\theta}) + \beta(e^{i\theta})f(e^{i\theta})$$

である.

この $\hat{T}$ を p -hyponormal 作用素 T の singular integral モデルと呼ぶ.

3. characteristic 関数の性質. この節では, $T = U|T| \in p\text{-HU}$ で, 記号 $\alpha(e^{i\theta}) \geq 0, \beta(e^{i\theta}) \geq 0$, Hardy 空間 $H^2(\mathcal{D}, R(\cdot))$ は, 定理 A, B の T の singular integral モデルの作用素からのものとする. ただし, 以下では $R(\cdot)$ は直接現われないので, $H^2(\mathcal{D}) = H^2(\mathcal{D}, R(\cdot))$ で略記する. 作用素 S に対して, $\rho(S), \sigma(S), \sigma_a(S)$ および $\sigma_p(S)$ は the resolvent 集合, スペクトル, 近似点スペクトル および 点スペクトルを表す. スペクトルについては次の結果が基礎となる.

定理 C ([13, Chapter 2, Theorem 1.5]). p -hyponormal 作用素 T に対して,

$$\sigma(U|T|_{\pm}^{2p}) \subset \sigma(U|T|^{2p}) \quad \text{かつ} \quad \sigma_a(U|T|_{\pm}^{2p}) \subset \sigma_a(U|T|^{2p})$$

が成立する. $T = U|T| \in p\text{-HU}$ なら,

$$\sigma(U|T|_{\pm}) \subset \sigma(U|T|) \quad \text{かつ} \quad \sigma_a(U|T|_{\pm}) \subset \sigma_a(U|T|)$$

である. また, singular integral モデルを使って,

$$(|T|_+^{2p}f)(e^{i\theta}) = (\alpha(e^{i\theta})^2 + \beta(e^{i\theta}))f(e^{i\theta}) \quad \text{and} \quad (|T|_-^{2p}f)(e^{i\theta}) = \beta(e^{i\theta})f(e^{i\theta}).$$

その結果,

$$\alpha^2 = |T|_+^{2p} - |T|_-^{2p}$$

である. そして, T の characteristic 関数 $W_\ell(e^{i\theta})$ を定義する.

定義 1. $\ell = |\ell|e^{i\theta} \in \rho(U|T|_-^{2p})$ に対して, $W_\ell(e^{i\theta})$ を次のように定義する:

$$W_\ell(e^{i\theta}) = I + \alpha(e^{i\theta})(\beta(e^{i\theta}) - \ell e^{-i\theta})^{-1}\alpha(e^{i\theta}).$$

作用素 $W_\ell(e^{i\theta})$ は T の characteristic 関数と呼ばれる. もし $\ell \in \rho(U|T|^{2p})$ であるなら, $\ell e^{-i\theta} \in \rho(\beta(e^{i\theta}))$. また, Hardy 空間 $H^2(\mathcal{D})$ の作用素 $\widetilde{W}_\ell$ を次のように定義する:

$$(\widetilde{W}_\ell f)(\cdot) = \mathcal{P}(W_\ell(\cdot)f(\cdot)).$$

$\widetilde{W}_\ell$ を W_ℓ の Toeplitz 作用素と呼ぶ. $U|T|^{2p} \in \text{SHU}$ であるので, 次の結果が成立する.

定理 1. $T = U|T| \in p\text{-HU}$, $\ell \in \rho(U|T|^{2p})$ とする. このとき,

$$\ell \in \sigma_p(U|T|^{2p}) \iff 0 \in \sigma_p(\widetilde{W}_\ell) \quad \text{かつ} \quad \bar{\ell} \in \sigma_p((U|T|^{2p})^*) \iff 0 \in \sigma_p((\widetilde{W}_\ell)^*).$$

写像 $L_\ell : h \rightarrow (\ell e^{-i\theta} - \beta)^{-1} \alpha h$ は $\ker(\widetilde{W}_\ell)$ から $\ker(U|T|^{2p} - \ell)$ への 1:1 写像で, 逆写像は $f \rightarrow \mathcal{P}(\alpha f)$.

写像 $*L_\ell : h \rightarrow (\bar{\ell} e^{i\theta} - \beta)^{-1} \alpha h$ は $\ker((\widetilde{W}_\ell)^*)$ から $\ker((U|T|^{2p})^* - \bar{\ell})$ への 1:1 写像で, 逆写像は $f \rightarrow (\mathcal{P}\alpha U^*)(f)$.

$\ell \in \sigma_p(U|T|^{2p})$ のとき, ℓ の重複度は $\widetilde{W}_\ell$ の固有値 0 の重複度に等しい.

また, $\bar{\ell} \in \sigma_p((U|T|^{2p})^*)$ のとき, $\bar{\ell}$ の重複度は $(\widetilde{W}_\ell)^*$ の固有値 0 の重複度に等しい.

Berberian の方法によって, $\mathcal{R} \supset \mathcal{H}$ を作り, 自然な写像 $B(\mathcal{H}) \rightarrow B(\mathcal{R})$ を π で書く. $\mathcal{H}$ 上の作用素 S に対して, $\sigma_a(S) = \sigma_p(\pi(S))$ が成立する. $\ker(\pi(T - \ell))$ の次元を ℓ の近似重複度と呼ぶ. そして, 次の結果を得る.

定理 2. $T = U|T| \in p\text{-HU}$ で, $\ell \in \rho(U|T|^{2p})$ とする. このとき,

$$\ell \in \sigma_a(U|T|^{2p}) \iff 0 \in \sigma_a(\widetilde{W}_\ell) \quad \text{かつ} \quad \bar{\ell} \in \sigma_a((U|T|^{2p})^*) \iff 0 \in \sigma_a((\widetilde{W}_\ell)^*).$$

写像 $\pi(L_\ell)$ は $\ker(\pi(\widetilde{W}_\ell))$ から $\ker(\pi(U|T|^{2p} - \ell))$ への有界で 1:1 であり, 逆写像も有界である. 写像 $\pi(M_\ell)$ は $\ker(\pi((\widetilde{W}_\ell)^*))$ から $\ker(\pi((U|T|^{2p})^* - \bar{\ell}))$ への有界で 1:1 であり, 逆写像も有界である. $\ell \in \sigma_a(U|T|^{2p})$ のとき, ℓ の近似重複度は, $\widetilde{W}_\ell$ の 0 の近似重複度に等しい.

$\bar{\ell} \in \sigma_a((U|T|^{2p})^*)$ のとき, $\bar{\ell}$ の近似重複度は, $(\widetilde{W}_\ell)^*$ の 0 の近似重複度に等しい. 定理 3, 4 のために, 次の結果がキーとなる.

定理 D ([2, Theorem 4]). $T = U|T|$ を p -hyponormal とする. もし $(T - re^{i\theta})f_n \rightarrow 0$ のとき, $(|T| - r)f_n \rightarrow 0$ かつ $(U - e^{i\theta})f_n \rightarrow 0$ が成立する.

定理 3. $T = U|T| \in p\text{-HU}$ とし, $\ell = |\ell|e^{i\omega}$ とする.

(1) $\ell \in \rho(U|T|^{2p})$ とし, $\{h_n\}$ は $H^2(\mathcal{D})$ の単位ベクトルから成り立ち, $\widetilde{W}_\ell h_n \rightarrow 0$ とする. このとき, $|\ell|^{\frac{1}{2p}}e^{i\omega} \in \sigma_a(T)$ かつ $\|(T - |\ell|^{\frac{1}{2p}}e^{i\omega})f_n\| \rightarrow 0$ となる. ここで, 十分大きな n に対して, $f_n = \frac{L_\ell h_n}{\|L_\ell h_n\|}$ とする.

(2) もし $\ell \in \sigma_a(T)$, $\ell_p \in \rho(U|T|^{2p})$ で $\{f_n\}$ は $H^2(\mathcal{D})$ の単位ベクトルの列で $\|(T - \ell)f_n\| \rightarrow 0$ が成り立つとき, $\widetilde{W}_{\ell_p} h_n \rightarrow 0$ かつ $\|f_n - \frac{L_{\ell_p} h_n}{\|L_{\ell_p} h_n\|}\| \rightarrow 0$ を満たす $H^2(\mathcal{D})$ の単位ベクトルの列が存在する. ここで, $\ell_p = |\ell|^{2p}e^{i\omega}$.

定理 4. $T = U|T| \in p\text{-HU}$ とし, $\ell = |\ell|e^{i\omega}$ で表し, $\ell_p = |\ell|^{2p}e^{i\omega} \in \rho(U|T|^{2p})$ とする. このとき,

$$\ell \in \sigma(T) \iff 0 \in \sigma(\widetilde{W}_{\ell_p}) \quad \text{かつ} \quad \bar{\ell} \in \sigma(T^*) \iff 0 \in \sigma((\widetilde{W}_{\ell_p})^*).$$

4. 作用素の行列式と積分公式. 作用素の行列式と積分公式のために, 次の定理を準備する.

定理 E ([13, Chapter 3, Theorem 2.5]). $T \in \text{SHU}$ とする. このとき, 2変数の $L(\mathcal{D})$ に値を取る mosaic と呼ばれる次の性質を持つ可測関数 $B_T(e^{i\theta}, \rho)$ が存在する.

$$(1) \quad 0 \leq B_T(e^{i\theta}, \rho) \leq I,$$

$$(2) \quad I + \alpha(e^{i\theta})(\beta(e^{i\theta}) - \ell)^{-1}\alpha(e^{i\theta}) = \exp\left(\int_0^\infty \frac{B_T(e^{i\theta}, \rho)}{\rho - \ell} d\rho\right),$$

$$(3) \quad \int_0^\infty \psi(\rho) B_T(e^{i\theta}, \rho) d\rho = \alpha(e^{i\theta}) \int_0^1 \psi\left(\beta(e^{i\theta}) + k\alpha(e^{i\theta})^2\right) dk \cdot \alpha(e^{i\theta})$$

ここで ψ は有界な任意の Baire 関数である.

この mosaic を用いて Pincus principal 関数を次のように定義する.

定義 2. $T = U|T| \in p\text{-HU}$ に対して, $T_p = U|T|^{2p}$ と置く. $T_p \in \text{SHU}$ なので, Pincus principal 関数 $g_T(\cdot, \cdot)$ を

$$g_T(e^{i\theta}, r) = \text{Tr}\left(B_{T_p}(e^{i\theta}, r^{2p})\right),$$

によって定義する. ただし, $\text{Tr}(\cdot)$ は $L(\mathcal{D})$ のトレースを表す.

$\text{Tr}(|T|) < \infty$ を満たす $T \in L(\mathcal{D})$ 全体, すなわち, トレース・クラスを $\mathcal{C}_1$ で表す.

定義 3. unitary 作用素 U で $T = U|T|$ と表され, $[U, |T|^{2p}] = U|T|^{2p} - |T|^{2p}U \in \mathcal{C}_1$ のとき, T を p -nearly normal と呼ぶ.

定義 4. $K \in \mathcal{C}_1$ に対して, $(I - K)$ の行列式 $\det(I - K)$ を

$$\det(I - K) = \prod_{j=1}^{\nu(K)} (1 - \lambda_j(K)),$$

によって定義する. ただし, $\{\lambda_j(K)\}_{j=1}^{\nu(K)}$ は K のゼロでない固有値を重複度分數える ([9, p.157]).

もし K^{-1} が存在するときは, $\det(I - K)$ は, Xia のそれと一致する ([13, p.175]). $ABA^{-1}B^{-1}$ を $\{A, B\}$ と書き, multiplicative commutator と呼ぶ. $\{e^A, e^B\}$ について, 次の結果が知られている.

Theorem F ([13, Chapter 7, Lemma 4.1]). $A, B \in B(\mathcal{D})$ かつ $[A, B] \in \mathcal{C}_1$ のとき, $\{e^A, e^B\} \in \mathcal{C}_1$ で,

$$\det(\{e^A, e^B\}) = \exp(\operatorname{Tr}[A, B]).$$

$T = U|T| \in \text{SHU}$ とする. このとき, $\operatorname{Im} \ell > 0$ である ℓ に対して, ほとんど全ての $e^{i\theta} \in \mathbb{T}$ で,

$$I + \alpha(e^{i\theta})(\beta(e^{i\theta}) - \ell)^{-1} \alpha(e^{i\theta}) = \exp\left(\int_{\sigma(|T|)} \frac{B_{T_p}(e^{i\theta}, \rho)}{\rho - \ell} d\rho\right).$$

上記の作用素の determinant は次の定理で与えられる.

定理 5. $T \in p\text{-HU}$ で p -nearly normal のとき, ほとんど全ての $e^{i\theta} \in \mathbb{T}$ で,

$$\det(I + \alpha(e^{i\theta})(\beta(e^{i\theta}) - \ell)^{-1} \alpha(e^{i\theta})) = \exp\left(2p \int_{\sigma(|T|)} \frac{r^{2p-1} \cdot g_T(e^{i\theta}, r)}{r^{2p} - \ell} dr\right).$$

次に, $\mathcal{A}_2$ は 2 変数 r, z の Laurent 多項式環であり $p(r, z) = \sum_{j=0}^N \sum_{k=-N}^N a_{jk} \cdot r^j z^k$ とする. ここで N は正の整数で a_{jk} は定数である. X, Y は作用素で, 特に Y は Y^{-1} を持つとする. $p(r, z) = \sum_{j=0}^N \sum_{k=-N}^N a_{jk} \cdot r^j z^k \in \mathcal{A}_2$ に対して,

$$p(X, Y) = \sum_{j=0}^N \sum_{k=-N}^N a_{jk} \cdot X^j Y^k$$

と定義する. $p, q \in \mathcal{A}_2$ の Jacobian は $J(p, q)$ とする. すなわち,

$$J(p, q)(r, e^{i\theta}) = \frac{\partial p}{\partial r}(r, e^{i\theta}) \cdot \frac{\partial q}{\partial z}(r, e^{i\theta}) - \frac{\partial p}{\partial z}(r, e^{i\theta}) \cdot \frac{\partial q}{\partial r}(r, e^{i\theta}).$$

このとき次の結果が成立する.

定理 G ([3, Theorem 10]). n を正の整数, $T = U|T| \in \frac{1}{2n}$ -HU とする. T が $\frac{1}{2n}$ -nearly normal のとき, $p, q \in \mathcal{A}_2$ 対して,

$$\mathrm{Tr}([p(|T|, U), q(|T|, U)]) = \int \int_{\sigma(T)} J(p, q)(r, e^{i\theta}) e^{i\theta} g_T(e^{i\theta}, r) dr dm(\theta)$$

が成立する.

最後に, 次の結果が得られる.

定理 6. n を正の整数, $T = U|T| \in \frac{1}{2n}$ -HU とする. T が $\frac{1}{2n}$ -nearly normal のとき, $p, q \in \mathcal{A}_2$ 対して,

$$\begin{aligned} \det(\{\exp(p(|T|, U)), \exp(q(|T|, U))\}) &= \exp(\mathrm{Tr}([p(|T|, U), q(|T|, U)])) \\ &= \exp\left(\int \int_{\sigma(T)} J(p, q)(r, e^{i\theta}) e^{i\theta} g_T(e^{i\theta}, r) dr dm(\theta)\right) \end{aligned}$$

が成立する.

References

- [1] A. Aluthge, On p -hyponormal operator for $0 < p < 1$, *Integr. Equat. Oper. Th.* **13**(1990), 307-315.
- [2] M. Chō and T. Huruya, p -hyponormal operators for $0 < p < 1/2$, *Commentationes Math.* **33**(1993), 23-29.
- [3] M. Chō and T. Huruya, Trace formulae of p -hyponormal operators, *Studia Math.* **161**(2004), 1-18.
- [4] M. Chō, T. Huruya, Determinants of characteristic functions of p -hyponormal operators, to appear in *Math. Proc. Royal Irish Acad.*
- [5] M. Chō, T. Huruya and M. Itoh, Singular integral models for p -hyponormal operators and the Riemann-Hilbert problem, *Studia Math.* **130**(1998), 213-221.

- [6] M. Chō, T. Huruya and M. Itoh, Riemann-Hilbert problem for characteristic functions of p -hyponormal operators, *Acta Sci. Math. (Szeged)* **64**(1998), 271-279.
- [7] M. Chō, T. Huruya and C. Li, Trace formulae associated with the polar decomposition of operators, *Math. Proc. Royal Irish Acad.* **105**(2005), 57-69.
- [8] M. Chō and M. Itoh, On spectra of p -hyponormal operators, *Integr. Equat. Oper. Th.* **23**(1995), 287-293.
- [9] I.C. Gøberg and M.G. Krein, Introduction to the theory of linear nonselfadjoint operators, *Transl. Math. Monographs*, **18**, Amer. Math. Soc., Providence (1969).
- [10] M. Martin and M. Putinar, *Lectures on Hyponormal operators*, Birkhäuser Verlag, Basel (1989).
- [11] J.D. Pincus and D. Xia, Mosaic and principal function of hyponormal and semi-hyponormal operators, *Integr. Equat. Oper. Th.* **4**(1981), 134-150.
- [12] D. Xia, On the non-normal operators – semi-hyponormal operators, *Sci. Sinica* **23**(1980), 700-713.
- [13] D. Xia, *Spectral theory of hyponormal operators*, Birkhäuser Verlag, Basel (1983).