

種々のファジイ前提をもつファジイ推論

阪電通大 水本 雅晴

Fuzziness の意味でのあいまいさを含んだファジイ推論

$$\begin{array}{l} \text{If } x \text{ is } A \text{ then } y \text{ is } B. \\ x \text{ is } A'. \\ \hline \therefore y \text{ is } B'. \end{array}$$

ここで A, A', B, B' はファジイ概念, に対して A' と A に highly, slightly, sort of, ... といった言語修飾語を施した場合には, どのような推論結果 B' が得られるかを今迄に提案されている推論法に対して調べ, 比較, 検討する. その結果, 以前筆者らが提案した方法 R_s がやはり最も妥当な推論結果を得ることを示す.

1. まえがき

我々は日頃, わゆる fuzziness の意味でのあいまいな概念を含んだ推論をしばしば行っている. このあいまいな推論の例として

前提1: If x is A then y is B .

前提2: x is A' .

結論: y is B' .

がある (A, A', B, B' はファジイ概念). このように, ファジイ条件文 "If x is A then y is B " を前提として含むようなファジイ

推論に対して, Zadeh⁽¹⁾は前提1, 2から結論B'を得る方法として"推論の合成規則"と呼ばれる方法を定式化した。その際、彼はファジイ条件文 "If x is A then y is B " は A と B の間の何らかの関係を表わしていることに着目し、このファジイ条件文をファジイ関係に変換する方法を与えた。その後、Mamdani⁽²⁾, や等者ら⁽³⁻¹²⁾はこの変換法として数多くの方法を提案した。これに関連して筆者は文献[3-12]において前提2の " x is A " において, A' が A , very A , more or less A , not A となつた場合, 結論 B' としてどのような推論結果が得られるかを示し、各方法との比較を行った。

ところで, Zadeh⁽¹³⁾はファジイ集合に作用する演算子として, very, more or less, slightly, sort of, ... といった言語修飾語の概念を導入し、ファジイセマンティックの定量的な解析を行った。本報告では, A' として A にこれらの言語修飾語を施した highly A , slightly A , sort of A , ... を採用した場合, B' としてどのような推論結果が得られるかを今迄に提案されている方法に適用することにより調べ、各方法との比較を行う。この結果、筆者らが提案した方法 R_5 がやはり最適な推論結果を得ることを示す。

2. 言語修飾語

以後の議論のために, Zadeh によって与えられた"言語修飾語"(linguistic hedge) (以後、簡単に"修飾語"という)のあり方を述べておこう。また、広い意味での人工的な修飾語とみなせるファジイ集合の変換法についても2, 3提案する。

全体集合 U における ファジイ集合 A とは

$$\mu_A: U \rightarrow [0, 1]$$

なる x - バースト関数 μ_A によって特性づけられた集合で、値 $\mu_A(u)$ は要素 u ($u \in U$) が A に所属する度合(グレード)を表わしている。ファジイ集合 A は

$$A = \int_U \mu_A(u)/u$$

のように表現される。ここで記号 $\int_U$ は U 全体にわたる $\mu_A(u)/u$ の結び (union) を表わしてゐる。/ u はセロレ-タである。

$A, B \in U$ におけるファジィ集合とすると

交わり: $A \cap B = A \text{ and } B = \int_U \mu_A(u) \wedge \mu_B(u) / u$

結び: $A \cup B = A \text{ or } B = \int_U \mu_A(u) \vee \mu_B(u) / u$

補集合: $\neg A = \text{not } A = \int_U 1 - \mu_A(u) / u$

限界和: $A \oplus B = \int_U 1 \wedge (\mu_A(u) + \mu_B(u)) / u$

べき乗: $A^\alpha = \int_U \mu_A(u)^\alpha / u$

スカラー乗: $\alpha A = \int_U \alpha \mu_A(u) \wedge 1 / u$

ここで、 $\wedge, \vee, +$ はそれぞれ $\min, \max$, 足算を表わす。

次に、Zadeh によつて定義されたファジィ集合 A に対する演算子としての修飾語を羅列してみると以下のようになる(図1参照)。

まず、べき乗 A^α の特別の場合として

$$\text{CON}(A) = \text{very } A = A^2 \quad (1)$$

$$\text{DIL}(A) = \text{more or less } A = A^{0.5} \quad (2)$$

$$\text{minus } A = A^{0.75} \quad (3)$$

$$\text{plus } A = A^{1.25} \quad (4)$$

$$\text{highly } A = \text{plus very } A = A^{2.5} \quad (5)$$

が得られる。ここで、CON, DIL は concentration, dilation の略字である。また、minus, plus は人工的修飾語である。

$$\text{INT}(A) = \int_U \mu_{\text{INT}(A)}(u) / u \quad (6)$$

ここで

$$\mu_{\text{INT}(A)}(u) = \begin{cases} 2\mu_A(u)^2 & \dots 0 \leq \mu_A(u) \leq 0.5 \\ 1 - 2(1 - \mu_A(u))^2 & \dots 0.5 \leq \mu_A(u) \leq 1 \end{cases}$$

$$\text{NORM}(A) = \frac{1}{\mu_A^*} A$$

$$\text{ここで, } \mu_A^* = \bigvee_u \mu_A(u)$$

INT, NORM は *contrast intensification*, *normalization* の略字である。NORM(A) は A を正規化 (A の最大グレードを 1 に) することを表わしている。

以上のような演算子を使用することによって次のような修飾言語が定義できる。

$$\text{slightly } A = \text{NORM}(A \cap \neg \text{CON}(A)) \quad (7)$$

$$= \text{NORM}(A \text{ and not very } A)$$

$$= \frac{\sqrt{5}-1}{2} \left(\int_U \mu_A(u) \wedge (1 - \mu_A(u)^2) / u \right).$$

$$\text{sort of } A = \text{NORM}(\text{DIL}(A) \cap \neg \text{CON}(A)^2) \quad (8)$$

$$= \text{NORM}(\text{more or less } A \text{ but not very very } A)$$

$$\doteq 1.234 \left(\int_U \mu_A(u)^{0.5} \wedge (1 - \mu_A(u)^4) / u \right).$$

以上が Zadeh によって与えられた修飾言語の主なものである。これらの修飾言語の例を見ても分るように、修飾言語はファジィ集合 A を何らかの意味をもたせるように変換させる方法、言い換えれば、ない意味で A に対する関数であるといえる。このことから、A に対する変換として以下のものを導入することができ。

まず、式(6)の INT(A) の反対の作用をさせるものとして WEAK(A) と与えることができる。WEAK は *contrast weakening* の略である。

$$\text{WEAK}(A) = \int_U \mu_{\text{WEAK}(A)}(u) / u \quad (9)$$

$$\mu_{\text{WEAK}(A)}(u) = \begin{cases} -2(\mu_A(u)^2 - \mu_A(u)) & \dots 0 \leq \mu_A(u) \leq 0.5 \\ 2(\mu_A(u) - 0.5)^2 + 0.5 & \dots 0.5 \leq \mu_A(u) \leq 1 \end{cases}$$

中間グレード(0.5 付近)を強化させる作用として MIDI(A) と与えることができる。MIDI は *middle intensification* の略である。すなわち

$$\text{MIDI}(A) = \text{NORM}(A \cap \neg A) \quad (10)$$

$$\begin{aligned}
&= Z(A \cap \neg A) \\
&= \int_U 2\mu_A(u) \wedge 2(1-\mu_A(u)) / u
\end{aligned}$$

この逆の作用として中間グレードを弱化するものとして (middle weakening),

$$\begin{aligned}
\text{MIDW}(A) &= \neg \text{MIDI}(A) \tag{11} \\
&= \neg Z(A \cap \neg A) \\
&= \int_U (1-2\mu_A(u)) \vee (2\mu_A(u)-1) / u
\end{aligned}$$

A のグレードが α 以上のものを 1 に, その他の場合を 0 にする変換として

$$\begin{aligned}
\alpha \text{CUT}(A) &= \int_U \mu_{\alpha \text{CUT}(A)}(u) / u \tag{12} \\
\mu_{\alpha \text{CUT}(A)}(u) &= \begin{cases} 1 & \dots \mu_A(u) \geq \alpha \\ 0 & \dots \mu_A(u) < \alpha \end{cases}
\end{aligned}$$

逆に, グレードが α 以下のものを 1 に, その他の場合を 0 に変換するものとして

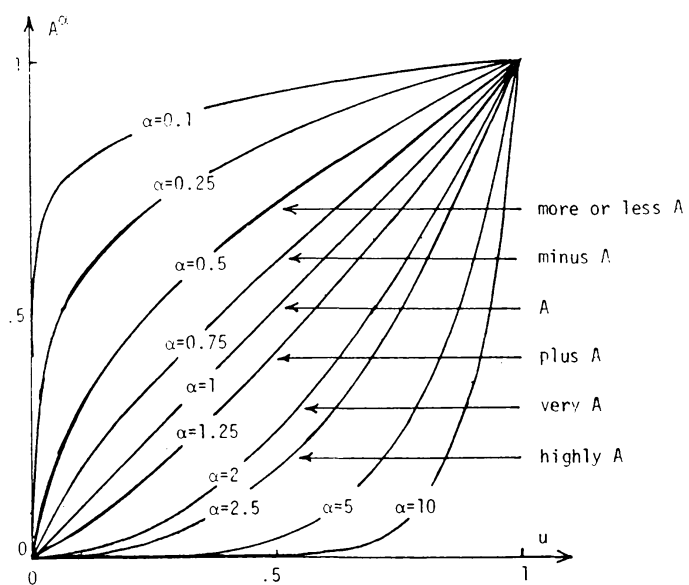
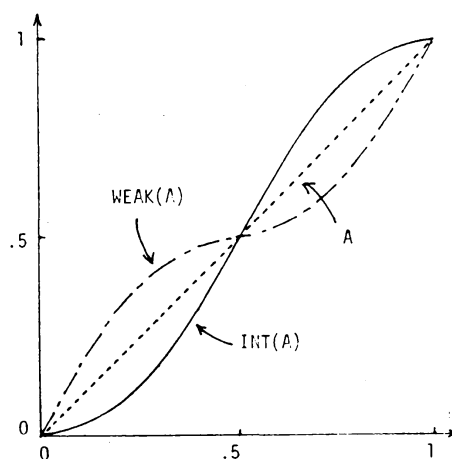
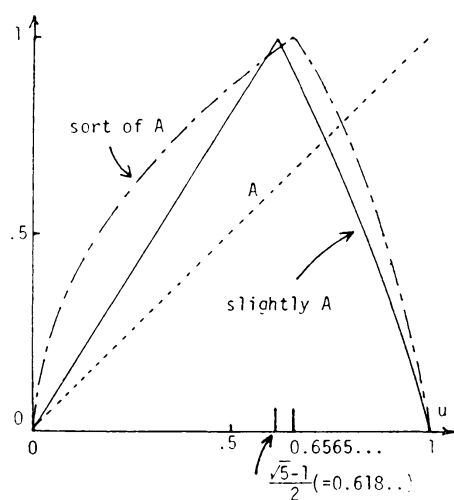
$$\begin{aligned}
\alpha \text{CUT}^*(A) &= \int_U \mu_{\alpha \text{CUT}^*(A)}(u) / u \tag{13} \\
\mu_{\alpha \text{CUT}^*(A)}(u) &= \begin{cases} 1 & \dots \mu_A(u) \leq \alpha \\ 0 & \dots \mu_A(u) > \alpha \end{cases}
\end{aligned}$$

最後に, スカラー積 αA を表わすものとして

$$\alpha \text{SCAL}(A) = \int_U \alpha \mu_A(u) \wedge 1 / u \tag{14}$$

を与える.

以上, 式(1)-(14)で与えたファジィ集合 A に対する変換の結果を図に表わすと図1のようになる. ここで, A は $U = [0, 1]$ 上のファジィ集合で, $A = \int_{[0,1]} u/u$ である. 図1(a)は式(1)-(5)までの修飾語の他に, 参考のために, A^α も描いてある.

(a) A^α (b) $\text{INT}(A)$, $\text{WEAK}(A)$ 

(c) slightly A, sort of A

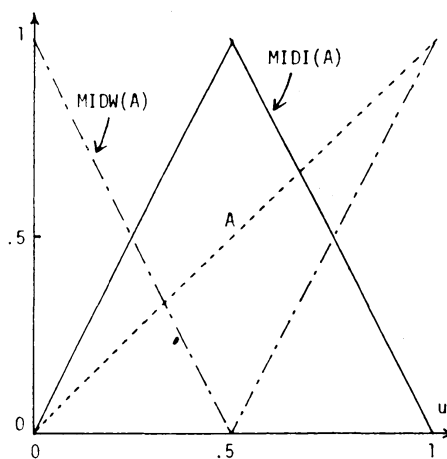
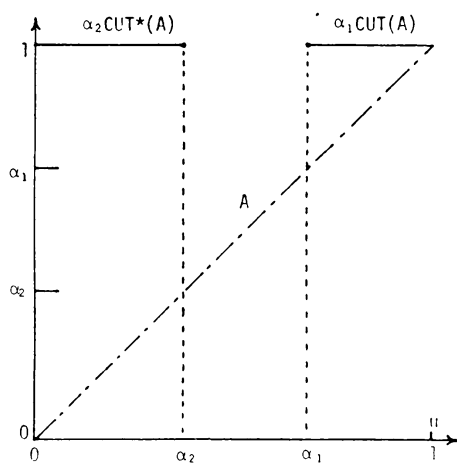
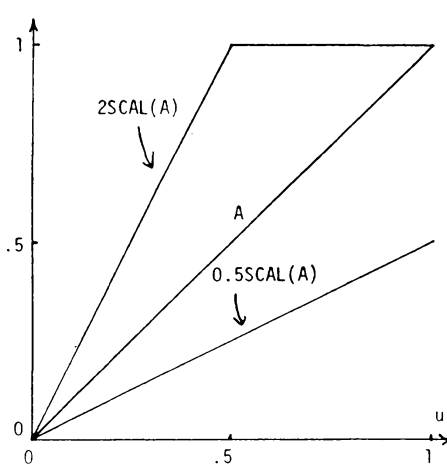
(d) $\text{MIDI}(A)$, $\text{MIDW}(A)$ (e) $\alpha_2 \text{CUT}^*(A)$, $\alpha_1 \text{CUT}(A)$ (f) $\alpha \text{SCAL}(A)$

図1 Fuzzy集合Aの種々の修飾語

3. ファジィ推論

以上得られた修飾語を利用することによりファジィ推論を考えてみよう。

今、次のようなファジィ推論形式を考えてみる。

前提1: If x is A then y is B .

前提2: x is A' .

結論: y is B' .

(17)

ここで、 x, y は対象名であり、 A, A', B, B' はファジィ概念を表し、それぞれ U, U, V, V 上のファジィ集合である。

このような推論形式に対して、もし $A' = A, B' = B$ であるとするとき、式(17)はいわゆる "modus ponens (肯定法)" に還元される。この意味から式(17)を ファジィ modus ponens と名付けることにする。以後、式(17)を簡単のために

$$\begin{array}{c} A \Rightarrow B \\ A' \\ \hline B' \end{array}$$

(18)

と書くことにしよう。

ファジィ条件文 $A \Rightarrow B \in U \times V$ におけるファジィ関係に変換する方法として、Zadeh⁽¹⁾, Mamdani⁽²⁾, および筆者⁽³⁻¹²⁾ は次の方法を与えた。Rm (maximin 規則), Ra (算術規則) は Zadeh により、Rc (min 規則) は Mamdani によって与えられたものであり、その他は筆者により多値論理の含意の公式より導入したものである。

A, B をそれぞれ U, V におけるファジィ集合とし、 X をファジィ集合の直積とすると、

$$\begin{aligned} R_m &= (A \times B) \cup (\neg A \times V) \\ &= \int_{U \times V} \{ \mu_A(u) \wedge \mu_B(v) \vee (1 - \mu_A(u)) \} / (u, v) \end{aligned} \quad (19)$$

$$R_a = (\neg A \times V) \oplus (U \times B) \quad (20)$$

$$= \int_{U \times V} 1 \wedge (1 - \mu_A(u) + \mu_B(v)) / (u, v)$$

$$R_c = A \times B \quad (21)$$

$$= \int_{U \times V} \mu_A(u) \wedge \mu_B(v) / (u, v)$$

$$R_s = A \times V \xrightarrow{s} U \times B \quad (22)$$

$$= \int_{U \times V} [\mu_A(u) \xrightarrow{s} \mu_B(v)] / (u, v)$$

$$\mu_A(u) \xrightarrow{s} \mu_B(v) = \begin{cases} 1 & \dots \mu_A(u) \leq \mu_B(v) \\ 0 & \dots \mu_A(u) > \mu_B(v) \end{cases}$$

$$R_g = A \times V \xrightarrow{g} U \times B \quad (23)$$

$$= \int_{U \times V} [\mu_A(u) \xrightarrow{g} \mu_B(v)] / (u, v)$$

$$\mu_A(u) \xrightarrow{g} \mu_B(v) = \begin{cases} 1 & \dots \mu_A(u) \leq \mu_B(v) \\ \mu_B(v) & \dots \mu_A(u) > \mu_B(v) \end{cases}$$

$$R_e = (\neg A \times V) \cup (U \times B) \quad (24)$$

$$= \int_{U \times V} 1 - \mu_A(u) \vee \mu_B(v) / (u, v)$$

$$R_\Delta = A \times V \xrightarrow{\Delta} U \times B \quad (25)$$

$$= \int_{U \times V} [\mu_A(u) \xrightarrow{\Delta} \mu_B(v)] / (u, v)$$

$$\mu_A(u) \xrightarrow{\Delta} \mu_B(v) = \begin{cases} 1 & \dots \mu_A(u) \leq \mu_B(v) \\ \frac{\mu_B(v)}{\mu_A(u)} & \dots \mu_A(u) > \mu_B(v) \end{cases}$$

これより, 式(17), (18)の結論 B' は A' と各ファジィ関係との合成(max-min合成)"o"を行うことにより得られる(推論

の合成規則). ところで, 式(19)に対しては

$$B'_m = A' \circ R_m = A' \circ [(A \times B) \cup (\neg A \times V)] \quad (26)$$

と与えられ, B'_m の x は U - ミット関数では

$$\mu_{B'_m}(v) = \bigvee_u \{ \mu_{A'}(u) \wedge \mu_{R_m}(u, v) \} \quad (27)$$

$$= \bigvee_u \{ \mu_{A'}(u) \wedge [(\mu_A(u) \wedge \mu_B(v)) \vee (1 - \mu_A(u))] \}$$

となる. 同様に

$$B'_a = A' \circ [(\neg A \times V) \oplus (U \times B)] \quad (28)$$

$$B'_c = A' \circ (A \times B) \quad (29)$$

$$B'_s = A' \circ [A \times V \xrightarrow{s} U \times B] \quad (30)$$

$\vdots$

と与えられる.

次に, A' が式(1)-(14)で与えられた修飾語を施した A である場合, ファジィ条件文 $A \Rightarrow B$ の下でどのような結論 B' が得られるかを, 各方法に対して求めてみよう.

まず, べき集 A^α より始めよう. 式(1)-(5)から分るように α が特別の値を取ると, very A , more or less A , minus A , plus A , highly A が得られる. ここでは一般的情况として, A' が $A' = A^\alpha$ である場合を考える. すると, 結論 B' は, たとえば方法 R_m (式(19)) による場合, 式(27)より

$$\mu_{B'_m}(v) = \bigvee_u \{ \mu_A(u)^\alpha \wedge [(\mu_A(u) \wedge \mu_B(v)) \vee (1 - \mu_A(u))] \} \quad (31)$$

と与えられる. 簡単のため " u ", " v " を省略すると

$$\mu_{B'_m} = \bigvee_u \{ \mu_A^\alpha \wedge [(\mu_A \wedge \mu_B) \vee (1 - \mu_A)] \}$$

と書き換えられる. さらに, $\mu_A(u)$ が, $u \in U$ に対して $[0, 1]$ 内のすべての値を取る, すなわち, μ_A は $[0, 1]$ 上への関数である

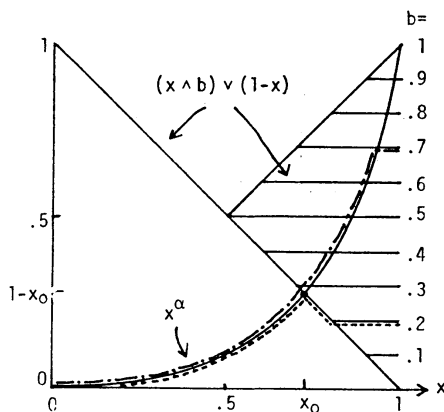


図2. 式(32)の求め方

ると仮定すると, 上式は

$$b_m' = \bigvee_x \{x^\alpha \wedge [(x \wedge b) \vee (1-x)]\} \quad (32)$$

と書き換えられる. ここで

$$x = \mu_A, \quad b = \mu_B, \quad b_m' = \mu_{B_m'} \quad (33)$$

これより, x^α , および $(x \wedge b) \vee (1-x)$ を b を 1.0×7 として描くと図2のようになる. x^α が図のような場合, たとえ

ば, $b = 0.2$ の時, 式(32)内の

$$x^\alpha \wedge [(x \wedge b) \vee (1-x)] \quad (34)$$

は点線部のようになり, その最大値 (式(32)の意味より) は x^α と $1-x$ の交点の高さとして与えられる. すなわち, $x^\alpha = 1-x$ の解を x_0 ($\in [0, 1]$) とすると最大値は $1-x_0$ と与えられる. よって

$$b_m' = 1-x_0 \quad \dots \quad b \leq 1-x_0 \quad \text{の時}$$

一方, $b = 0.7$ ($\geq 1-x_0$) の時, 式(34)は一点鎖線で与えられ, 最大値は b ($= 0.7$) となる. よって

$$b_m' = b \quad \dots \quad b \geq 1-x_0 \quad \text{の時}$$

したがって, 一般に

$$b_m' = \begin{cases} 1-x_0 & \dots \quad b \leq 1-x_0 \\ b & \dots \quad b \geq 1-x_0 \end{cases}$$

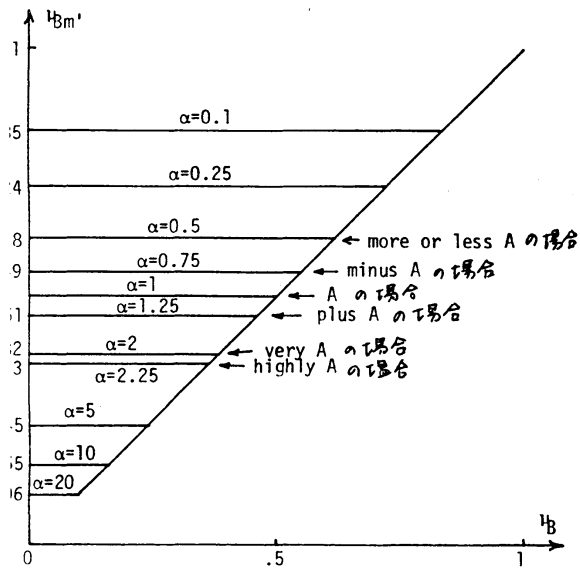
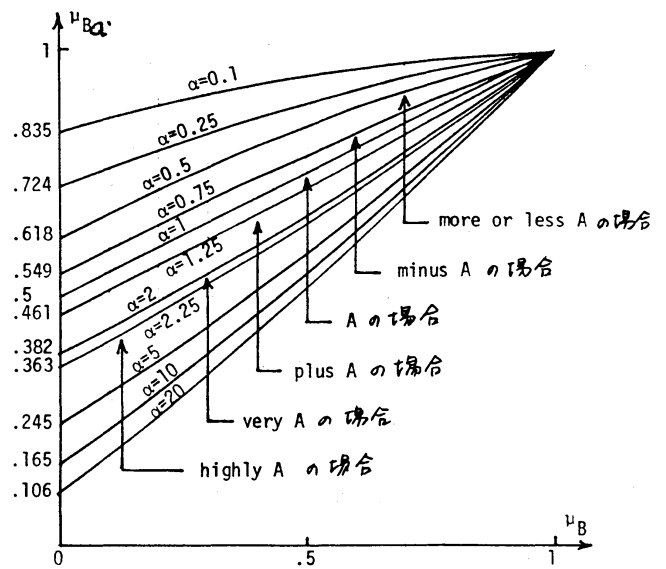
すなわち

$$b_m' = (1-x_0) \vee b$$

が得られる. この結果は任意の α に対しても成立することが確かめられる. よって, 式(33)の記法から

$$\mu_{B_m'} = (1-x_0) \vee \mu_B \quad (35)$$

となる. ここで, x_0 ($\in [0, 1]$) は $x^\alpha = 1-x$ の解である.

図3 $Bm' = A^\alpha \cdot Rm$ 図4 $Ba' = A^\alpha \cdot Ra$

同様な方法を Ra (式(20)) に適用すると図4のような推論結果が得られる。さらに、他の A' に対する推論結果を求めると表1aようになる。なお、 $A' = \text{INT}(A)$, $\text{WEAK}(A)$ の場合、方法 R_Δ に対しては次のような結果が得られる。

$B_\Delta' = \text{INT}(A) \cdot R_\Delta$ の場合:

$$\mu_{B_\Delta'} = \begin{cases} \sqrt[3]{2\mu_B^2} & \dots 0 \leq \mu_B \leq 0.25 \\ \frac{\mu_B}{x} & \dots 0.25 \leq \mu_B \leq 1 \end{cases} \quad (36)$$

ここで、

$$x = \frac{1}{3} \left(2 + \sqrt{10} \cos \frac{\theta + \pi}{3} \right),$$

$$\theta = \cos^{-1} \left\{ \frac{\sqrt{10}}{50} (27\mu_B - 14) \right\}.$$

$B_\Delta' = \text{WEAK}(A) \cdot R_\Delta$ の場合:

$$\mu_{B_\Delta'} = \begin{cases} \frac{\mu_B}{x} & \dots 0 \leq \mu_B \leq 0.25 \\ \frac{\mu_B}{x'} & \dots 0.25 \leq \mu_B \leq 1 \end{cases} \quad (37)$$

ここで、

表1 各方三式による推論結果

	R_m	R_a	R_c	R_s	R_g	R_b	R_d
A^α	$(1-x_0) \vee \mu_B^{(*)}$	$1-x' + \mu_B^{(**)}$	μ_B	μ_B^α	$\begin{cases} \mu_B^\alpha \cdots \alpha \leq 1 \\ \mu_B \cdots \alpha \geq 1 \end{cases}$	$(1-x_0) \vee \mu_B^{(*)}$	$\mu_B^{\frac{\alpha}{\alpha+1}}$
INT(A)	$0.5 \vee \mu_B$	$\frac{4\mu_B - 1 + \sqrt{9-8\mu_B}}{4}$	μ_B	$\begin{cases} 2\mu_B^2 \cdots 0.5 \leq \mu_B \leq 0.5 \\ 1-2(1-\mu_B)^2 \cdots 0.5 \leq \mu_B \leq 1 \end{cases}$	$\begin{cases} \mu_B \cdots 0.5 \leq \mu_B \leq 0.5 \\ 1-2(1-\mu_B)^2 \cdots 0.5 \leq \mu_B \leq 1 \end{cases}$	$0.5 \vee \mu_B$	式(36)
Slightly A	$(\frac{\sqrt{5}-1}{2} \vee \mu_B) \wedge m_0^{(***)}$	$\frac{\sqrt{5}-1}{2} (1+\mu_B) \wedge 1$	$\mu_B \wedge m_0$	$\frac{\sqrt{5}+1}{2} \mu_B \wedge 1$	$\frac{\sqrt{5}+1}{2} \mu_B \wedge 1$	$\frac{\sqrt{5}-1}{2} \vee \mu_B$	$\sqrt{\frac{\sqrt{5}+1}{2} \mu_B} \wedge 1$
Sort of A	$(0.689 \vee \mu_B) \wedge 0.779$	$\frac{c(\sqrt{4(1+\mu_B)^2 + c^2} - c)}{2} \wedge 1$ $c = 1.234 \cdots$	$\mu_B \wedge 0.779$	$c\sqrt{\mu_B} \wedge 1$ $(****)$	$c\sqrt{\mu_B} \wedge 1$	$0.689 \vee \mu_B$	$\sqrt[3]{c^2 \mu_B} \wedge 1$
WEAK(A)	$0.5 \vee \mu_B$	$\frac{3+4\mu_B - \sqrt{1+8\mu_B}}{4}$	μ_B	$\begin{cases} -2(\mu_B^2 - \mu_B) \cdots 0.5 \leq \mu_B \leq 0.5 \\ 2(\mu_B - \frac{1}{2})^2 + \frac{1}{2} \cdots 0.5 \leq \mu_B \leq 1 \end{cases}$	$\begin{cases} -2(\mu_B^2 - \mu_B) \cdots 0.5 \leq \mu_B \leq 0.5 \\ \mu_B \cdots 0.5 \leq \mu_B \leq 1 \end{cases}$	$0.5 \vee \mu_B$	式(37)
MIDI(A)	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3} (1+\mu_B) \wedge 1$	$\mu_B \wedge \frac{2}{3}$	$2\mu_B \wedge 1$	$2\mu_B \wedge 1$	$\frac{2}{3} \vee \mu_B$	$\sqrt{2\mu_B} \wedge 1$
MIDW(A)	1	1	$\frac{1}{3} \vee \mu_B$	1	1	1	1
α CUT(A)	$(1-\alpha) \vee \mu_B$	$(1-\alpha + \mu_B) \wedge 1$	μ_B	$\begin{cases} 1 \cdots \mu_B \geq \alpha \\ 0 \cdots \mu_B < \alpha \end{cases}$	$\begin{cases} 1 \cdots \mu_B \geq \alpha \\ \mu_B \cdots \mu_B < \alpha \end{cases}$	$(1-\alpha) \vee \mu_B$	$\frac{\mu_B}{\alpha} \wedge 1$
α CUT*(A)	1	1	$\mu_B \wedge \alpha$	1	1	1	1
α SCAL(A)	$\begin{cases} (\frac{\alpha}{\alpha+1} \vee \mu_B) \wedge \alpha \cdots \alpha \leq 1 \\ (\frac{\alpha}{\alpha+1} \vee \mu_B) \cdots \alpha \geq 1 \end{cases}$	$\begin{cases} \frac{\alpha}{\alpha+1} (1+\mu_B) \wedge \alpha \cdots \alpha \leq 1 \\ \frac{\alpha}{\alpha+1} (1+\mu_B) \wedge 1 \cdots \alpha \geq 1 \end{cases}$	$\begin{cases} \mu_B \wedge \alpha \cdots \alpha \leq 1 \\ \mu_B \cdots \alpha \geq 1 \end{cases}$	$\begin{cases} \alpha \mu_B \cdots \alpha \leq 1 \\ \alpha \mu_B \wedge 1 \cdots \alpha \geq 1 \end{cases}$	$\begin{cases} \mu_B \wedge \alpha \cdots \alpha \leq 1 \\ \alpha \mu_B \wedge 1 \cdots \alpha \geq 1 \end{cases}$	$\begin{cases} (\frac{\alpha}{\alpha+1} \vee \mu_B) \wedge \alpha \cdots \alpha \leq 1 \\ (\frac{\alpha}{\alpha+1} \vee \mu_B) \cdots \alpha \geq 1 \end{cases}$	$\begin{cases} \sqrt{\alpha \mu_B} \wedge \alpha \cdots \alpha \leq 1 \\ \sqrt{\alpha \mu_B} \wedge 1 \cdots \alpha \geq 1 \end{cases}$

- (*) $x_0(\in [0,1])$ は $x^\alpha = 1-x$ の解. (**) $x'(\in [0,1])$ は $x^\alpha = 1-x + \mu_B$ の解. (***) $m_0 = \frac{1-\sqrt{5} + \sqrt{22-2\sqrt{5}}}{4} \approx 0.7376 \cdots$. (****) $c = 1.234 \cdots$

$$\chi = \frac{1}{3} \left(1 - 2 \cos \frac{\theta + \pi}{3} \right)$$

$$\theta = \cos^{-1} \left(1 - \frac{27}{4} \mu_B \right)$$

$$\chi' = \frac{1}{3} \left\{ 1 + \sqrt[3]{\frac{1}{4} (27\mu_B - 5 + 9\sqrt{\frac{27\mu_B^2 - 10\mu_B + 1}{3}})} + \sqrt[3]{\frac{1}{4} (27\mu_B - 5 - 9\sqrt{\frac{27\mu_B^2 - 10\mu_B + 1}{3}})} \right\}.$$

式(38), (39) で与えられた結果は少し複雑なので, 図に表わしておくと, 図5, 6 のようになる. この際, 他の方策による場合との比較も兼ねて, 他の方策による推論結果も図示してある.

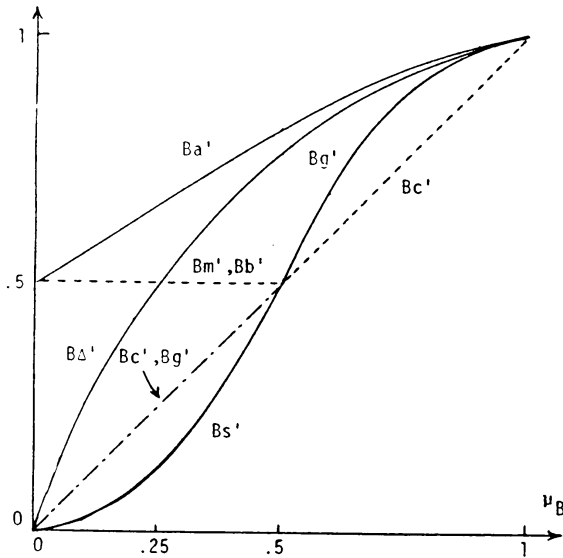


図5 INT(A)に対する推論結果

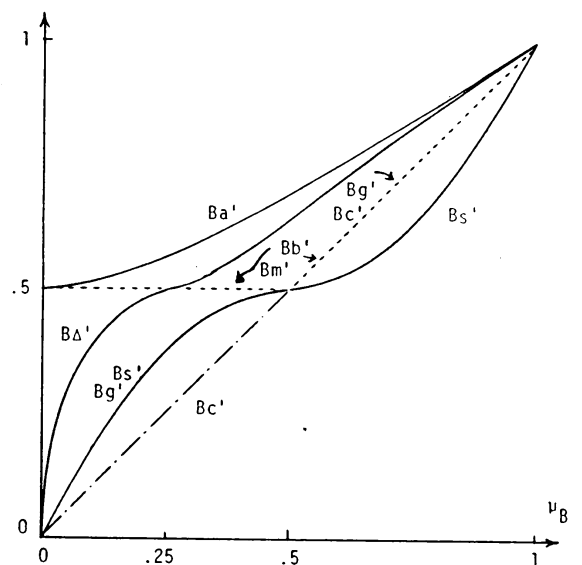


図6 WEAK(A)に対する推論結果

式(18)の推論形式において, もし $A' = A$ であれば $B' = B$ が得られるだろうと期待するのは当然であろう (modus ponens の成立). この基準を満たすものとして, 方法 R_c, R_s, R_g がある (表1の A^α において $\alpha=1$ とした場合). すなわち, これらの方法では $A \circ R = B$ が得られる. また, $A' \approx A$ であれば, やはり $B' \approx B$ を得ることを期待するのは当然であろう (14). この基準を満たすものとして方法 R_s がある. R_s に代しては, $A' = A^\alpha, \text{INT}(A), \text{WEAK}(A), \alpha\text{CUT}(A), \alpha\text{SCAL}(A)$ のとき, $B' = B^\alpha, \text{INT}(B), \text{WEAK}(B), \alpha\text{CUT}(B),$

Δ SCAL(B)なる推論結果を得る。しかし、他の方法ではこのような結果を得ていない(ただし、 R_c では常にBを得る(Δ SCAL(A), $\alpha \leq 1$, の場合以外))。さらに、式(18)において、 $A' = \text{not } A$ であれば、 $B' = \text{unknown}$ ($= \int_V \mu$)を期待するのは当然であろう(3)。この基準は R_c 以外のすべての方法が満たす。また、 $A' \approx \text{not } A$ であれば $B' \approx \text{unknown}$ となる基準に対しては、 R_c 以外のすべての方法がこの基準を満たすものといえよう。たとえば、 $A' = \text{MIDW}(A)$, $\Delta\text{CUT}^*(A)$ に対しては R_c 以外すべての B' として unknown を得ている。なお、 A と $\text{not } A$ の中間的な状態にある $\text{sort of } A$, $\text{slightly } A$, $\text{MIDI}(A)$ に対しては、どのような推論結果が妥当であるかは今のところ分らない。

以上、直観的な基準の下ではあるが、方法 R_s が最も妥当な推論結果を得ることが分った。

4. むすび

式(18)の推論形式において、 $A' \approx A$ ならば $B' \approx B$, $A' \approx \text{not } A$ ならば $B' \approx \text{unknown}$ なる基準の下で、 A (または $\text{not } A$)に似ている A' が与えられた時に、推論結果 B' は B (または unknown)にどのくらい似ているかを類似尺度により算出することにより、各方法の長し悪しの定量的な解析が行えるであろう。このことから、 $\text{slightly } A$, $\text{sort of } A$, $\text{MIDI}(A)$ などの A と $\text{not } A$ の中間的な A' に対してもどのような B' が得られれば妥当であろうかも分かるであろう。

文献

- (1) Zadeh, L.A.: "Calculus of fuzzy restriction", in "Fuzzy Sets and Their Applications to Cognitive and Decision Processes", Acad. Press., pp. 1-39 (1975).
- (2) Mamdani, E.H.: "Application of fuzzy logic to approximate reasoning using linguistic systems", IEEE Trans. Comp., C-26, 1182-1191 (1977).

- (3) 水本: "種々のフuzzy推論法 - If ... then ... の場合 -, 信学論(D), J64-D, 379-386 (1981).
- (4) Mizumoto, M., Zimmermann, H. J.: "Comparison of fuzzy reasoning methods", Fuzzy Sets and Systems (in Press).
- (5) Mizumoto, M., Zimmermann, H. J.: "Fuzzy inference methods", 9th Triennial Conf. on Operation Research, Hamburg, July 20-24, 1981.
- (6) Fukami, S., Mizumoto, M., Tanaka, K.: "Some considerations on fuzzy conditional inference", Fuzzy Sets and Systems, 4, 243-273, 1980.
- (7) 水本: "Fuzzy 論理と近似的推論", 数理科学(多値論理特集号), No. 200, 46-54, 1980.
- (8) Mizumoto, M., Fukami, S., Tanaka, K.: "Several methods for fuzzy conditional inference", Proc. IEEE Conf. on Decision and Control, (Florida, Dec. 12-14), 777-782, 1979.
- (9) Mizumoto, M., Fukami, S., Tanaka, K.: "Some methods of fuzzy reasoning", in "Advances in fuzzy Set Theory and Applications", North-Holland, 117-136, 1979.
- (10) Mizumoto, M., Fukami, S., Tanaka, K.: "Fuzzy conditional inference and fuzzy inference with fuzzy quantifiers", Proc. 6th Int. Conf. on Artificial Intelligence (Tokyo, Aug. 20-23), 589-591, 1979.
- (11) Mizumoto, M., Fukami, S., Tanaka, K.: "Fuzzy reasoning methods by Zadeh and Mamdani, and improved methods", 3rd Workshop on Fuzzy Reasoning, London, Sept. 15, 1978.
- (12) 三塚海, 水本, 田中: "フuzzy推論について", 信学論(D), 61-D, 533-540, 1978.
- (13) Zadeh, L. A.: "A fuzzy-set-theoretic interpretation of linguistic hedges", J. of Cybernetics, 2, 4-34, 1972.
- (14) 菅野: "あいまい集合と論理の制御への応用", 計測と制御, 18, 8-18, 1979.