

不確実な状況下での発電機起動停止問題

椎名 孝之

(財) 電力中央研究所 情報研究所

Stochastic Programming Model for Unit Commitment Problem

Takayuki Shiina

Central Research Institute of Electric Power Industry

Abstract. The unit commitment problem is an important problem for electric power utilities. The unit commitment problem is to determine the schedule of power generating units and the generating level of each unit. The decisions are which units to commit at each time period and at what level to generate power meeting the electricity demand. In this paper we propose a new stochastic programming programming model in which on/off scheduling of generators is made before the value of random demand is known. The solution approach is based on the Lagrangian relaxation method and dynamic programming.

1 緒言

様々の分野で発生する現実の数理計画問題には、目的関数および制約条件に不確実要素を伴う場合が多い。不確実な状況から生じるリスクを回避するためには、現実システムの不確実性をモデル化し、確率的変動要素を考慮することが必要となる。このような不確実要素を直接モデルに組み入れた最適化手法は、確率計画法 [3, 4, 13] と呼ばれている。電力システムにおけるシステムの計画・運用などの問題 [5, 9, 17] は数理計画問題として取り扱うことができる。これらの問題には不確実性が含まれているために、確率計画法を適用することが可能である [10, 11, 12]。今後予想される電力自由化や規制緩和の進展により、不確実な状況下での意思決定やリスク管理手法が重要となるため、確率計画法の理論、手法のより一層の進展が求められている。

本論文では、発電設備の起動停止問題 (Unit Commitment Problem) を考える。この問題は、時間帯ごとに与えられた電力需要を満たすように、各発電機の起動停止スケジュールおよび発電量を求める問題であり、大規模かつ複雑なスケジューリング問題である。従来は電力需要を確定値で与えたモデル [1, 7] が用いられていたが、電力需要の変動を考慮したモデル [14, 15] が開発された。本研究では、これらのモデルを改良して現実のシステムの運用を反映させ、かつ電力需要の不確実性を考慮した新たな確率計画モデルを開発する。この問題を解くための解法では、ラグランジュ緩和法 [2] によって各発電設備毎に問題を分割することにより、効率的にスケジュールを生成し、同時に電力需要を満たすようにスケジュールを合成する。本手法により、需要変動による供給費用コスト上昇のリスクを回避することができる。

2 シナリオツリーによる需要変動の表現

起動停止の運用を $t = 1, \dots, T$ の離散的な時間で考える。時間帯 t における電力需要 $\tilde{d}_t$ を確率変数であると定義し、その実現値を d_t と表す。確率変数 $\tilde{d}_t$ は有限の離散分布に従うと仮定する。 T 時間にわたる確率変数の実現値の組 $d = (d_1, \dots, d_T)$ をシナリオと呼ぶ。分布の離

散有限性から、シナリオの個数を S 個と定義し、 s 番目のシナリオ $d^s = (d_1^s, \dots, d_T^s)$ が生起する確率を p_s ($\sum_{s=1}^S p_s = 1$) とする。シナリオは次の Fig.1 において、ツリーの根ノードから末端のノードへの路として表される。

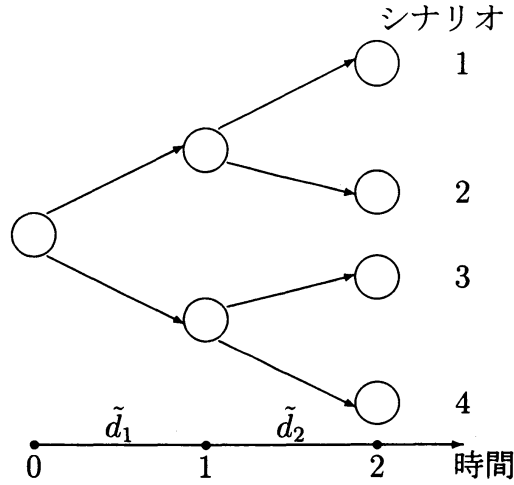


Fig. 1. シナリオのツリー表現

2つのシナリオ d^{s_1}, d^{s_2} ($s_1 \neq s_2$) がある時間帯 t までの履歴において、 $(d_1^{s_1}, \dots, d_t^{s_1}) = (d_1^{s_2}, \dots, d_t^{s_2})$ を満たす場合、これらは時間帯 t までツリー上の同じ路をたどる。2つのシナリオ d^{s_1}, d^{s_2} に対する意思決定は等しくなければならない。意思決定者は、時間 t の段階ではシナリオ d^{s_1} と d^{s_2} が将来2つの異なるシナリオに分岐することを見越して決定を行うことができない。時間 t では $t+1$ 時間以降の将来に関する情報が意思決定者には与えられておらず、時間 t までの d_t の履歴に従って決定をしなければならないためである。この条件を予測不可能性条件 (nonanticipativity) と呼ぶ。シナリオの添字集合 $\{1, \dots, S\}$ は各時間において、互いに素な部分集合に分割できる。時間 t までの履歴においてシナリオ s と等しいシナリオの添字集合を $B(s, t)$ で表す。Fig.1 においては、 $B(1, 1) = B(2, 1) = \{1, 2\}$, $B(3, 1) = B(4, 1) = \{3, 4\}$ となる。条件 $B(s', t) = B(s, t)$ かつ $B(s', t+1) \neq B(s, t+1)$, $s' < s$, が満たされるならば、シナリオ s とシナリオ s' は時間 $t+1$ にツリー上で分岐する。シナリオ s が全ての $s' < s$ と過去の履歴を共有しない最初の時間を $T(s)$ で表し、シナリオ s の分岐点と呼ぶ。シナリオ 1 に対しては、 $T(1) = 1$ とおく。Fig.1 の例では、 $T(2) = T(4) = 2$, $T(3) = 1$ である。

電力需要データ $d_t^s, t = 1, \dots, T, s = 1, \dots, S$ は記憶領域の節約のため、Fig.2 のようなリスト構造を用いる。シナリオ s については、ツリーの分岐点以降の需要データ $d_{T(s)}^s, \dots, d_T^s$ のみを保持する。需要データ $d_{T(s)}^s$ が保存されるアドレスを $B(s)$ とすると、データ $d_{T(s)}^s, \dots, d_T^s$ は次のアドレス $B(s), \dots, B(s+1) - 1$ に保存される。

Scenario 1					Scenario s				Scenario s + 1			
1	2	...	T	...	B(s)	...	B(s+1) -1	B(s+1)	...	B(s+2) -1	...	
d_1^1	d_2^1	...	d_T^1	...	$d_{T(s)}^s$	...	d_T^s	$d_{T(s+1)}^{s+1}$	...	d_T^{s+1}	...	

Fig. 2. シナリオ・ツリーに対するデータ構造

アルゴリズムでは、発電機の出力の予測不可能性条件を満たすために、各出力についても需要データと同様 $x_{it}^s, t = 1, \dots, T, s = 1, \dots, S$ ではなく、 $x_{it}^s, t = \tau(s), \dots, T, s = 1, \dots, S$ のみを考慮する。その場合、シナリオ s の生起確率 p_s を $\sum_{s' \in B(s, t)} p_{s'}$ と置き換える。

3 確率計画法による定式化

確率計画法に基づく起動停止問題モデルを以下の問題 (SUC) に示す. 従来の確率計画モデル [14, 15] では, 起動停止に関わる 0-1 変数はシナリオ毎に変動するものであった. 現実の電力システムにおける運用では, 発電機の起動停止スケジュールは需要予測に基づいて固定され, 需要変動は発電機の出力によって対応するものである. 供給コストの変動リスクを把握し, 需要変動に応じて的確な運用を求めるためには, このような現実に応じた確率計画モデルを考えることが重要である. 以下 I 個の発電機による電力供給を考える. 変数 u_{it} は発電機 i の時間 t における状態を表す 0-1 変数である. 変数 x_{it}^s は発電機 i のシナリオ s における時間 t の出力である. 起動・停止を表す 0-1 変数 u_{it} は全シナリオを通じて固定であるが, 出力を表す変数 x_{it}^s はシナリオに応じて変動することに注意されたい. 関数 $f_i(x_{it}^s)$ は発電機 i の燃料費を表す x_{it}^s の 2 次関数である. 関数 $g_i(u_{i,t-1}, u_{i,t})$ は発電機 i の起動費用を表し, $(u_{i,t-1}, u_{i,t}) = (0, 1)$ の時に正の起動費用となり, それ以外の場合には 0 となる関数である.

(SUC) :

$$\begin{aligned}
 (1) \quad & \min \quad \sum_{s=1}^S p_s \sum_{i=1}^I \sum_{t=1}^T f_i(x_{it}^s) u_{it} + \sum_{i=1}^I \sum_{t=1}^T g_i(u_{i,t-1}, u_{i,t}) \\
 (2) \quad & \text{subject to} \quad \sum_{i=1}^I x_{it}^s \geq d_t^s, t = 1, \dots, T, s = 1, \dots, S \\
 (3) \quad & u_{it} - u_{i,t-1} \leq u_{i\tau}, \tau = t+1, \dots, \min\{t+L_i-1, T\}, \\
 & \quad i = 1, \dots, I, t = 2, \dots, T, s = 1, \dots, S \\
 (4) \quad & u_{i,t-1} - u_{it} \leq 1 - u_{i\tau}, \tau = t+1, \dots, \min\{t+l_i-1, T\}, \\
 & \quad i = 1, \dots, I, t = 2, \dots, T, s = 1, \dots, S \\
 (5) \quad & q_i u_{it} \leq x_{it}^s \leq Q_i u_{it}, i = 1, \dots, I, t = 1, \dots, T, s = 1, \dots, S \\
 (6) \quad & x_{it}^{s_1} = x_{it}^{s_2}, i = 1, \dots, I, t = 1, \dots, T, \\
 & \quad \forall s_1, s_2 \in \{1, \dots, S\}, s_1 \neq s_2, B(s_1, t) = B(s_2, t) \\
 (7) \quad & u_{it} \in \{0, 1\}, i = 1, \dots, I, t = 1, \dots, T, s = 1, \dots, S
 \end{aligned}$$

目的関数 (1) は, 供給コストの最小化である. 供給コストは, 燃料費の全てのシナリオに対する期待値と起動費用の総和となる. 制約 (2) は, 出力の総和が電力需要を満たすための条件である. 制約 (3) は, 発電機 i は一旦起動したら L_i 時間連続で運転しなければならないことを表す. 同様に制約 (4) は, 発電機 i は一旦停止したら l_i 時間連続で停止しなければならないことを表す. 制約 (5) は発電機の出力の上下限を与える. Q_i, q_i はそれぞれ発電機 i の出力の上限値, 下限値である. 制約 (6) は予測不可能性を表す.

4 解法のアプローチ

需要変動の下での起動停止問題を扱った従来の確率計画モデル [14, 15] では, 予測不可能性制約を緩和した後に起動停止問題をシナリオ毎に解く. これらのアプローチは, Progressive Hedging Algorithm [8] に基づいている. 前節で示した確率計画モデルでは起動停止に関わる変数 u_{it} はシナリオに対して変動しないため, 従来のアプローチを直接用いることはできない. まず, 問題 (SUC) の需要充足条件 (2) をラグランジュ乗数を用いて緩和する. $\lambda_t^s (\geq 0)$ は制約 $\sum_{i=1}^I x_{it}^s \geq d_t^s$ に対するラグランジュ乗数である.

(LSUC):

$$L(\lambda) = \min \quad \sum_{s=1}^S p_s \sum_{i=1}^I \sum_{t=1}^T f_i(x_{it}^s) u_{it} + \sum_{i=1}^I \sum_{t=1}^T g_i(u_{i,t-1}, u_{i,t}) - \sum_{s=1}^S \sum_{t=1}^T \lambda_t^s \left(\sum_{i=1}^I x_{it}^s - d_t^s \right)$$

$$\begin{aligned}
& u_{it} - u_{i,t-1} \leq u_{i\tau}, \tau = t+1, \dots, \min\{t + L_i - 1, T\}, \\
& i = 1, \dots, I, t = 2, \dots, T, s = 1, \dots, S \\
& u_{i,t-1} - u_{it} \leq 1 - u_{i\tau}, \tau = t+1, \dots, \min\{t + l_i - 1, T\}, \\
& i = 1, \dots, I, t = 2, \dots, T, s = 1, \dots, S \\
& q_i u_{it} \leq x_{it}^s \leq Q_i u_{it}, i = 1, \dots, I, t = 1, \dots, T, s = 1, \dots, S \\
& x_{it}^{s1} = x_{it}^{s2}, i = 1, \dots, I, t = 1, \dots, T, \\
& \forall s_1, s_2 \in \{1, \dots, S\}, s_1 \neq s_2, B(s_1, t) = B(s_2, t) \\
& u_{it} \in \{0, 1\}, i = 1, \dots, I, t = 1, \dots, T, s = 1, \dots, S
\end{aligned}$$

この問題 (LSUC) は発電機 $i = 1, \dots, I$ に対して分離可能であるため, I 個の子問題 (LSUC(i)), $i = 1, \dots, I$ に分解できる.

(LSUC(i)) :

$$\begin{aligned}
\min \quad & \sum_{s=1}^S p_s \sum_{t=1}^T f_i(x_{it}^s) u_{it} + \sum_{t=1}^T g_i(u_{i,t-1}, u_{i,t}) - \sum_{s=1}^S \sum_{t=1}^T \lambda_t^s x_{it}^s \\
& u_{it} - u_{i,t-1} \leq u_{i\tau}, \tau = t+1, \dots, \min\{t + L_i - 1, T\}, \\
& t = 2, \dots, T, s = 1, \dots, S \\
& u_{i,t-1} - u_{it} \leq 1 - u_{i\tau}, \tau = t+1, \dots, \min\{t + l_i - 1, T\}, \\
& t = 2, \dots, T, s = 1, \dots, S \\
& q_i u_{it} \leq x_{it}^s \leq Q_i u_{it}, t = 1, \dots, T, s = 1, \dots, S \\
& x_{it}^{s1} = x_{it}^{s2}, i = 1, \dots, I, t = 1, \dots, T, \\
& \forall s_1, s_2 \in \{1, \dots, S\}, s_1 \neq s_2, B(s_1, t) = B(s_2, t) \\
& u_{it} \in \{0, 1\}, t = 1, \dots, T, s = 1, \dots, S
\end{aligned}$$

子問題 (LSUC(i)) を解くことを考える. 子問題の目的関数を最小化する x_{it}^s を求めるために, 次の問題 (GO(i, s, t): Generation Optimization for Unit i under Scenario s at Time t) を $s = 1, \dots, S, t = \tau(s), \dots, T$ について解く.

(GO(i, s, t)):

$$\begin{aligned}
& \min \quad f_i(x_{it}^s) - \frac{\lambda_t^s}{p_s} x_{it}^s \\
& \text{subject to} \quad q_i \leq x_{it}^s \leq Q_i
\end{aligned}$$

問題 (GO(i, s, t)) は 2 次計画問題であり, その解を x_{it}^{*s} とする. 解 x_{it}^{*s} はシナリオ s の分岐点以降について求めているため予測不可能性条件を満たしていることに注意されたい. 続いて, 最適な起動停止スケジュール u_{it}^* を x_{it}^{*s} を用いて動的計画法により求める. 発電機 i がとり得る状態 k の個数は $L_i + l_i$ であり, $k = 1, \dots, L_i$ は稼動状態, 残りの $k = L_i + 1, \dots, L_i + l_i$ は停止状態を表す. $C_i(t, k)$ を, 発電機 i が時間 t において状態 k である時, 時間 t から時間 T までにかかる最小費用と定義する. すると, 動的計画法における最適性原理は次の関係式 (8) で示さ

$$\begin{aligned}
C_i(t, k) = & \begin{cases} C_i(t+1, k+1) + \sum_{s \in \{s': \tau(s') \leq t\}} \left(\sum_{s' \in B(s, t)} p_{s'} f_i(x_{it}^{*s}) - \lambda_t^s x_{it}^{*s} \right) & \text{if } k = 1 \\ C_i(t+1, k+1) + \sum_{s \in \{s': \tau(s') \leq t\}} \left(\sum_{s' \in B(s, t)} p_{s'} f_i(x_{it}^{*s}) - \lambda_t^s x_{it}^{*s} \right) & \text{if } 1 < k < L_i \\ \min \{ C_i(t+1, k) + \sum_{s \in \{s': \tau(s') \leq t\}} \left(\sum_{s' \in B(s, t)} p_{s'} f_i(x_{it}^{*s}) - \lambda_t^s x_{it}^{*s} \right), \\ C_i(t+1, k+1) + \sum_{s \in \{s': \tau(s') \leq t\}} \left(\sum_{s' \in B(s, t)} p_{s'} f_i(x_{it}^{*s}) - \lambda_t^s x_{it}^{*s} \right) & \text{if } k = L_i \\ C_i(t+1, k+1) & \text{if } L_i < k < L_i + l_i \\ \min \{ C_i(t+1, k), C_i(t+1, 1) + g_i(0, 1) \} & \text{if } k = L_i + l_i \end{cases}
\end{aligned}
\tag{8}$$

平均燃料費の計算には、 t が分岐点以降となるシナリオ s のみに関して、 $p_s = \sum_{s' \in B(s, t)} p_{s'}$ と置き換えて計算していることにより、予測不可能性条件が満たされる。この関係式を $t = T$ から $t = 1$ まで計算することにより、子問題 (LSUC(i)) の最適解が求められる。しかし、ラグランジュ緩和問題 (LSUC) とその子問題 (LSUC(i)) を解いて求められた解は需要充足条件を満たすとは限らず、Fig.3 のヒューリスティック手続により、条件を満たす解を生成する。

- **ステップ 0.** 問題 (LSUC) の各子問題 (LSUC(i)) を解くことにより、解 $x_{it}^{*s}, i = 1, \dots, I, s = 1, \dots, S, t = \tau(s), \dots, T$ $u_{it}^*, i = 1, \dots, I, t = 1, \dots, T$ が得られている。 $shortage(s, t) = d_t^s - \sum_{i=1}^I x_{it}^{*s}, t = \tau(s), \dots, T, s = 1, \dots, S$ とする。
- **ステップ 1.** $u_{it}^* = 1$ を満たす発電機 $i \in \{1, \dots, I\}$ に対して、平均燃料費 $\frac{f_i(Q_i)}{Q_i}$ の少ない順に出力を上昇させるための優先リストを作成する。
- **ステップ 2.** 各 $t = \tau(s), \dots, T, s = 1, \dots, S$ に対して次の操作を $shortage(s, t) = 0$ となるまで繰り返す。優先リストより平均燃料費の最も少ない発電機 i を選択する。
 $x_{it}^{*s} = x_{it}^{*s} + \min\{Q_i - x_{it}^{*s}, shortage(s, t)\}$. $shortage(s, t) = shortage(s, t) - \min\{Q_i - x_{it}^{*s}, shortage(s, t)\}$. 発電機 i を優先リストから排除する。

Fig. 3. 需要充足条件を満たすためのヒューリスティック手続

問題 (LSUC) の解は元問題 (SUC) の最適目的関数値の下界を与える。続いて、(LSUC) の解から劣勾配法により下界値を上昇させる。反復 l から $l+1$ へと進むとき、ラグランジュ定数は次の式により更新される。

$$(9) \quad \lambda^{l+1} = \lambda^l + \alpha_l \xi^l$$

α_l はステップサイズである。 ξ^l は $L(\lambda)$ の $\lambda = \lambda^l$ における劣勾配であり、次の不等式を満たす。

$$(10) \quad L(\lambda) \leq L(\lambda^l) + (\lambda - \lambda^l) \xi^l$$

問題 (LSUC) においては、

$$(11) \quad \xi^l = - \left(\sum_{i=1}^I x_{it}^{*s} - d_t^s \right)$$

である. 大域的な収束のためには, 次の関係を満たさなければならない.

$$(12) \quad \alpha_l \|\xi^l\| \rightarrow 0 \text{ かつ } \sum_l \alpha_l \|\xi^l\| \rightarrow 0$$

ステップサイズの設定には次の公式が用いられることが多い.

$$(13) \quad \alpha_l = \frac{L^* - L(\lambda^l)}{\|\xi^l\|^2}$$

ただし, L^* は (LSUC) の最適解であるため, あらかじめその値を知ることはできない. そのため, 理論的な収束性は保証できないが次の公式によりステップサイズを設定する.

$$(14) \quad \alpha_l = \frac{\theta^l (UB - L(\lambda^l))}{\|\xi^l\|^2}$$

ここで UB は (SUC) の最適目的関数値の上界値であり, θ^l は $0 < \theta^l < 2$ を満たすように選ばれる. 問題 (SUC) を解くアルゴリズムを Fig.4 に示す.

-
- **ステップ 0.** 反復回数 $l = 0$ とし, 初期ラグランジュ乗数 $\lambda_t^{sl}, s = 1, \dots, S, t = \tau(s), \dots, T$ が与えられている.
 - **ステップ 1.** (LSUC(i)), $i = 1, \dots, I$ を解く. (GO(i, s, t)), $i = 1, \dots, I, s = 1, \dots, S, t = \tau(s), \dots, T$ より $x_{it}^{*s}, i = 1, \dots, I, s = 1, \dots, S, t = \tau(s), \dots, T$ を求め, 動的計画法 (8) により $u_{it}^*, i = 1, \dots, I, t = 1, \dots, T$ を求める.
 - **ステップ 2.** ヒューリスティック手続き (Fig.3) により出力 $x_{it}^{*s}, t = \tau(s), \dots, T, s = 1, \dots, S$ を修正する.
 - **ステップ 3.** ラグランジュ乗数更新公式 (14) により, 乗数を更新する.
 - **ステップ 4.** 反復回数 $l = l + 1$ とする. **ステップ 1.** へ.
-

Fig. 4. (SUC) を解くアルゴリズム

5 数値実験

設備数 $I = 10$, 運用時間数 $T = 168(\text{h})(= 7(\text{days}))$ のシステムを対象として数値実験を行った. ラグランジュ緩和法および動的計画法の計算は C 言語を用いて, Sun Enterprise 420R(450MHz UltraSPARC II) で行った. 1 時間毎の 1 週間の想定需要データをもとに, Table.1 のようにシナリオを与えた. シナリオの個数は $S = 16$ であり, Fig.5 の構造を持つ.

Table 1. 各シナリオにおける需要の変動

Scenario	Probability	hour			
		25-48 月曜	49-72 火曜	73-96 水曜	97-120 木曜
1	0.0625	0	0	0	0
2	0.0625	0	0	0	+10%
3	0.0625	0	0	+20%	0
4	0.0625	0	0	+20%	+10%
5	0.0625	0	+20%	0	0
6	0.0625	0	+20%	0	+10%
7	0.0625	0	+20%	+20%	0
8	0.0625	0	+20%	+20%	+10%
9	0.0625	+10%	0	0	0
10	0.0625	+10%	0	0	+10%
11	0.0625	+10%	0	+20%	0
12	0.0625	+10%	0	+20%	+10%
13	0.0625	+10%	+20%	0	0
14	0.0625	+10%	+20%	0	+10%
15	0.0625	+10%	+20%	+20%	0
16	0.0625	+10%	+20%	+20%	+10%

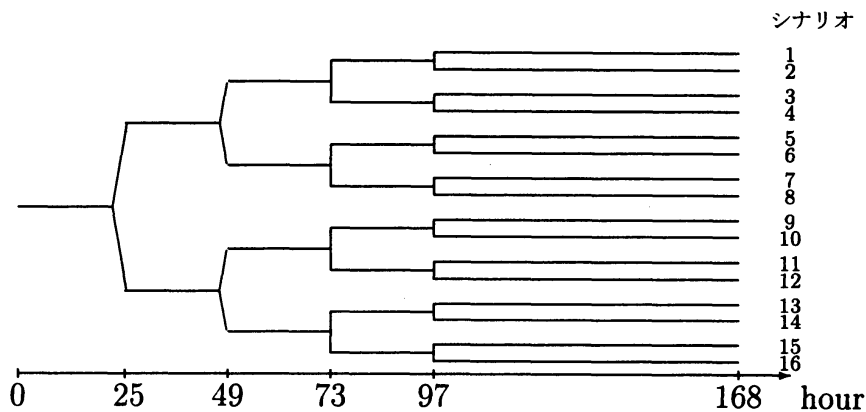


Fig.5. シナリオの構造

比較のため、確定的数理計画モデルについても解を求める。確定的数理計画モデルにおいては、得られた 0-1 実行可能スケジュールを Fig.1 の各シナリオにあてはめ、平均的な供給コストを求めることにより、確率計画モデルと比較する。確定的数理計画モデルでは、月火水木曜日の標準想定需要に需要の上昇分を加えた一つのシナリオが確率 1 で発生するものとする。確定的数理計画問題を解いて得られた起動停止 0-1 スケジュール $\bar{u}_{it}$ に対して、Table 1 の 16 シナリオが発生する時の平均供給コストを求める。平均供給コストは以下の 2 次計画問題 (ASCOP: Average Supply Cost Optimization Problem) の最適解として求められる。問題 (ASCOP) は AMPL [6] を用いて記述され、ILOG 社の数理計画ソルバー CPLEX7.0 を用いて

(ASCOP):

$$\begin{aligned}
& \min \quad \sum_{s=1}^S p_s \sum_{i=1}^I \sum_{t=1}^T f_i(x_{it}^s) \bar{u}_{it} + \sum_{i=1}^I \sum_{t=1}^T g_i(\bar{u}_{i,t-1}, \bar{u}_{i,t}) \\
& \text{subject to} \quad \sum_{i=1}^I x_{it}^s \geq d_t^s, t = 1, \dots, T, s = 1, \dots, S \\
& \quad q_i \bar{u}_{it} \leq x_{it}^s \leq Q_i \bar{u}_{it}, i = 1, \dots, I, t = 1, \dots, T, s = 1, \dots, S \\
& \quad x_{it}^{s_1} = x_{it}^{s_2}, i = 1, \dots, I, t = 1, \dots, T, \\
& \quad \forall s_1, s_2 \in \{1, \dots, S\}, s_1 \neq s_2, B(s_1, t) = B(s_2, t)
\end{aligned}$$

確定的数理計画モデル ($S = 1$ である問題) としては, 現実の運用 [16] を考慮して, 月火水木の各曜日の需要に対応する需要上昇率を供給予備率として (5%, 10%, 10%, 5%) (Table 1 の 16 個のシナリオにおける需要の平均値に対応) から (10%, 20%, 20%, 10%) (Table 1 において最も需要の大きい第 16 シナリオに対応) まで幅 (1%, 2%, 2%, 1%) で上昇させた 6 個の問題について考える. 確率計画問題 (SUC) は完全リコース性 (任意の初期決定に対して, 次期以降の実行可能な決定が存在するという性質 [4, 13]) を持たないため, 確定的な数理計画問題を解いて得られた 0-1 スケジュールに対しては, 問題 (ASCOP) の解は必ずしも存在しないということに注意されたい. 以下の結果は全て 10000 回のラグランジュ緩和法の反復を繰り返したものである.

Table 2. 各モデルに対する結果

モデル	最適目的関数値	下界値	ギャップ (%)	(ASCOP)
確率計画 (提案法)	3669641	3574354	2.60	—
確定的 (5%, 10%, 10%, 5%)	3661903	3565734	2.63	実行不可能
確定的 (6%, 12%, 12%, 6%)	3690471	3599839	2.46	実行不可能
確定的 (7%, 14%, 14%, 7%)	3723632	3634030	2.40	実行不可能
確定的 (8%, 16%, 16%, 8%)	3752530	3668190	2.25	実行不可能
確定的 (9%, 18%, 18%, 9%)	3788842	3702357	2.28	3858235
確定的 (10%, 20%, 20%, 10%)	3829294	3735353	2.45	3858235

確定的な数理計画モデルについては, 需要上昇率が (5%, 10%, 10%, 5%) から (8%, 16%, 16%, 8%) まで上昇させた 4 つの問題を解いて得られる起動停止スケジュールからは問題 (ASCOP) の実行可能解は得られない. すなわち, Table 1. の 16 個のシナリオで需要の満たされないものが存在することになる. 需要上昇率を (9%, 18%, 18%, 9%), (10%, 20%, 20%, 10%) とした残りの 2 つの問題の解を用いると, 問題 (ASCOP) は実行可能になる. これらの (ASCOP) の目的関数値と確率計画モデルの目的関数値を比較する. 提案した確率計画法によると従来の確定的数理計画モデルに比べ, 約 $4.89\% = 100 \times (1 - \frac{3669641}{3858235})$ 安い費用の発電機の起動停止スケジュールを作成可能となった. 最適な起動停止スケジュールを以下の Fig.6 に示す.

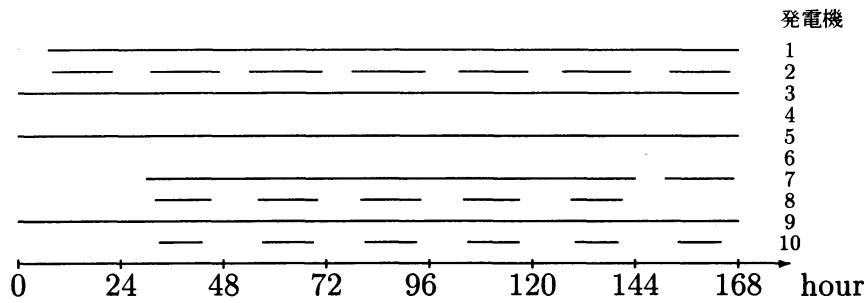


Fig.6. 最適スケジュール

発電機 4 と 6 は常に停止, 発電機 3,5,10 は常に稼動であり, その他の発電機が起動と停止を行う。

6 結語

本論文では, 発電機起動停止問題に対して現実のシステムの運用を反映させ, かつ電力需要の不確実性を考慮した新たな確率計画モデルを開発した. この問題を解くためにラグランジュ緩和法と動的計画法に基づく解法アルゴリズムを開発した. 本手法により, 需要変動による供給費用コスト上昇のリスクを回避することができる. 今後予想される電力自由化に向けて, 電力取引などを考慮したモデルを開発することが課題である.

参考文献

- [1] J. F. Bard: Short-term scheduling of thermal-electric generators using Lagrangian relaxations. *Operations Research*, **36**(1988) 756-766.
- [2] D. P. Bertsekas: *Constrained Optimization and Lagrange Multiplier Methods* (Academic Press, 1982).
- [3] J. R. Birge: Stochastic programming computation and applications. *INFORMS Journal on Computing*, **9**(1997) 111-133.
- [4] J. R. Birge and F. Louveaux: *Introduction to Stochastic Programming* (Springer-Verlag, 1997).
- [5] J. K. Delson and S. M. Shahidehpour: Linear programming applications to power system economics, planning and operations. *IEEE Transactions on Power Systems*, **7**(1992) 1155-1163.
- [6] R. Fourer, D. M. Gay and B. W. Kernighan, AMPL: A Modeling Language for Mathematical Programming. Scientific Press, 1993.
- [7] J. A. Muckstadt and S. A. Koenig: An application of Lagrangian relaxation to scheduling in power-generation systems. *Operations Research*, **25**(1977) 387-403.
- [8] R. T. Rockafellar and R. J. -B. Wets: Scenarios and policy aggregation in optimization under uncertainty. *Mathematics of Operations Research*, **16**(1991) 119-147.
- [9] G. B. Sheble and G. N. Fahd: Unit commitment literature synopsis. *IEEE Transactions on Power Systems*, **11**(1994) 128-135.

- [10] T. Shiina, Numerical solution technique for joint chance constrained programming problem –an application to electric power capacity expansion–. *Journal of the Operations Research Society of Japan*, **42**(1999) 128–140.
- [11] T. Shiina, L-shaped decomposition method for multi-stage stochastic concentrator location problem. *Journal of the Operations Research Society of Japan*, **43**(2000) 317–332.
- [12] 椎名孝之, コンピューターネットワーク設計に対する確率計画モデル. 日本応用数理学会論文誌, **10**(2000) 37–50.
- [13] 椎名孝之, 確率計画法. In 久保幹雄, 田村明久, 松井知己編, 応用数理計画ハンドブック (第13章 (710–769), 朝倉書店, 2002).
- [14] S. Takriti, J. R. Birge and E. Long: A stochastic model for the unit commitment problem. *IEEE Transactions on Power Systems*, **11**(1996) 1497–1508.
- [15] S. Takriti and J. R. Birge: Lagrangian solution techniques and bounds for loosely coupled mixed-integer stochastic programs. *Operations Research*, **48**(2000) 91–98.
- [16] 田村康男 編, 電力システムの計画と運用 (オーム社, 1991).
- [17] A. J. Wood and B. J. Wollenberg: *Power Generation, Operation and Control* (John Wiley & Sons, 1996).