

氏 名	伊 師 英 之
学位(専攻分野)	博 士 (理 学)
学 位 記 番 号	理 博 第 2241 号
学位授与の日付	平 成 12 年 3 月 23 日
学位授与の要件	学 位 規 則 第 4 条 第 1 項 該 当
研究科・専攻	理 学 研 究 科 数 学 ・ 数 理 解 析 専 攻
学位論文題目	Representations of the affine transformation groups acting simply transitively on Siegel domains (Siegel 領域に単純推移的に作用する affine 変換群の表現)

論文調査委員 (主 査) 教 授 西 田 孝 明 教 授 西 田 吾 郎 助 教 授 野 村 隆 昭

論 文 内 容 の 要 旨

学位申請者伊師英之の主論文では、等質ジークル領域 D に単純推移的に作用する可解リー群 G の既約ユニタリ表現の内、 D 上の正則関数のなすヒルベルト空間に実現されるものの研究を行い、その完全な分類に成功した。対称領域の場合は、これは複素解析的離散系列表現の解析接続の問題として従前より多くの研究がなされてきたテーマで、申請者の今回の研究は領域の対称性の仮定をはずし、より一般な設定でなされたものである。そこでは日本数学会発行の定期学術雑誌から出版予定である参考論文

Positive Riesz distributions on homogeneous cones

における成果を踏まえている。その成果とは、等質錐 Ω 上のリース超関数がいつ正の超関数、従って測度になるかという問題に対する完全な解答であり、 Ω の閉包における軌道構造を詳しく解析し、その軌道に台を持ち、そして群作用に関して相対不変であるような測度としての明示的な記述である。

学位申請主論文では、ジークル領域の定義データである等質錐 Ω の双対錐 Ω^* に上記参考論文の成果を適用している。まず、ジークル領域上の正則関数全体からなる関数空間の部分空間で、それが再生核を持つヒルベルト空間となり、しかもリー群 G の自然なユニタリ表現がそこに実現されるものを考えた。再生核の性質から、そのようなヒルベルト空間は、非消滅であれば、一意的である。まずその空間が非消滅、つまり恒等的に 0 以外の正則関数を含む条件が、あるリース超関数が正である条件に対応することを明示的に示して、その非消滅条件を、ジークル領域の基本データである正規 j 代数のルート系の言葉で与えた。次にそのリース測度のフーリエ・ラプラス変換によって、扱っているヒルベルト空間を記述した。より具体的に述べると、そのヒルベルト空間は、 Ω^* の閉包内にある一つの軌道をパラメタ空間とするフォック空間の族を、対応するリース測度で直積分して得られるヒルベルト空間に、フーリエ・ラプラス変換によってユニタリ同型になっているのである。これによって、リー群 G のユニタリ表現を具体的に構成したことになるが、再生核の共変性と古典的なクンジーの定理によって、この表現は必然的に既約であることがわかる。

さて G は分裂可解リー群なので、そのユニタリ双対、すなわち既約ユニタリ表現の同値類は、 G のリー代数 $\mathfrak{g}$ の双対ベクトル空間 $\mathfrak{g}^*$ における G の軌道 (余随伴軌道) によって完全に記述できることがわかっている (キリロフ・ベルナ対応)。本申請論文の最後の定理は、先に得られた G の既約ユニタリ表現が、実際にどの余随伴軌道に対応しているかをつぶさに調べ上げるものである。つまり、得られた既約ユニタリ表現を標準的記法で記述することにより、分類したことになる。そこでは実の polarization から誘導される G の既約ユニタリ表現 (キリロフ・ベルナ対応における標準的な既約ユニタリ表現の実現) との同値性を示すための詳しい解析がなされている。これにより、主論文に現れる既約ユニタリ表現には、開余随伴軌道、およびその閉包に張り付いている次元の低い軌道に対応するものであることが示されている。

論文審査の結果の要旨

学位申請者伊師英之の研究は、等質領域、特に等質錐や等質ジューゲル領域上の解析学、およびこれらの領域に作用するリー群のユニタリ表現の幾何学的・解析学的実現が主なテーマである。そして可解リー群の表現論・調和解析の研究に、半単純リー群で用いられてきた手法やその成果を取り入れそれらの統合化を図る—という大きな枠組みの中で研究を続けている。等質錐やジューゲル領域という幾何学的対象は、対称領域となる特別な場合があり、それ故にこの統合化というプログラム遂行の第一歩として、極めて重要な位置を占める。対称領域となるときには、ジョルダン代数やジョルダン3重系といった代数系が、領域の対称な幾何学的構造を符号化するものとして現れてくるが、一般の場合に、類似の非結合的代数系とともに、群作用をつぶさに研究し、解析学及びユニタリ表現論を展開するという点に申請者の研究の創意がある。この研究の流れはラトガス大学ギンディキン教授により60年代初頭に始まり、ヴィンベルグやケッチャーの研究を経て、70年代のヴェルニュー、ロッシらの研究へと続くが、その後の進展はやや沈滞気味であった。しかし主論文は、ファロー、コラニ、ワラック、ハウ、アラジー、ウプマイヤ等による80年・90年代の対称領域上での研究成果や研究手法を取り入れることによりそういった現状を打開し、当該研究分野に新たな発展方向を開拓し、著しい貢献をなした。

主論文では、等質ジューゲル領域 D に単純推移的に作用する可解リー群 G の既約ユニタリ表現の中で、 D 上の正則関数のなすヒルベルト空間に実現されるものの研究を行い、その完全な分類に成功した。対称領域の場合は、これは複素解析的離散系列表現の解析接続の問題として多くの研究がなされてきたテーマで、申請者の今回の研究は領域の対称性の仮定をはずし、より一般的な設定でなされたものである。そこでは日本数学会の定期刊行学術雑誌に出版予定である参考論文

Positive Riesz distributions on homogeneous cones

における成果を踏まえている。その成果とは、等質錐 Ω 上のリース超関数がいつ正の測度になるかという問題に対する完全な解答であり、 Ω の閉包の軌道構造を詳しく解析し、その軌道に台を持ち、そして群作用に関して相対不変であるような測度としての明示的な記述である。主論文では、ジューゲル領域の定義データである等質錐 Ω の双対錐に参考論文の成果を適用し、リース測度のフーリエ・ラプラス変換を経由してヒルベルト空間を導入し、リー群 G の既約ユニタリ表現を具体的に構成した。そしてこの既約表現を、軌道法と呼ばれる余随伴軌道をパラメータとする既約ユニタリ表現の同値類の標準的記法で記述することにより、分類した。主論文に現れる既約ユニタリ表現には、開余随伴軌道の閉包に張り付いている次元の低い軌道に対応するものも含まれている。以上の点から主論文の結果は決定的なもので、しかも数学的に綺麗な形をしたものである。もちろんそこにいたる道筋は平坦ではなく、特に参考論文における研究では、群の作用を「形式的行列演算」と解釈する方法を考案し（数学的には、結合法則を必ずしもみたさないある2項演算の導入を意味する）、複雑な計算を理論上透明化したところにも申請者の独創性がある。

主論文は、函数解析学における権威ある国際的学術誌 *Journal of Functional Analysis* にすでに掲載済み（1999年10月刊行）であり、その編集委員の一人ヴェルニュー教授からの掲載決定通知状には、「レフェリーとともに興味深く原稿を読ませてもらった」という直筆のコメントがついていたことも、主論文の学問的レベルの高さ、結果の重要性を物語っているといえよう。

以上の点から、主論文は函数解析学・ユニタリ表現論における新しい知見を与える卓越した業績であり、国際的に高く評価され、この分野の研究に本質的に寄与するものである。従って、申請者は大学院在学が5年未満ではあるが、例外的に博士（理学）の学位を授与するに十分であると判断した。