

気化時の潜熱及び形状変化を考慮した温度分布解析

鹿島建設 今関 修(Osamu Imazeki) 牟田 紀一郎(Kiichiro Muta)
佐藤 博臣(Hiroomi Sato) 栗岡 均(Hitoshi Kurioka)
大内 富夫(Tomio Ouchi)

1. はじめに

化学材料を用いた複合壁体を構造物の各部位に使用する試みが近年見られる。壁体内部に用いられた化学材料は火災時には高温となり、気化するため空隙部が生じ、自由境界問題となる。更には気化したガスは、燃焼温度に達すると燃焼熱に変化する。そのため、自由境界及び燃焼熱を考慮しない従来の解析法でその熱挙動を追跡することは困難な場合がある。化学材料の場合一般的にはArrhenius型の化学反応を取り入れた解析法を用いるが、得られている物性値が少ない。そこで今回は、化学材料の融解及び燃焼熱を考慮し、既存の物性値で解析できる方程式を作成し、従来の解析法との比較検討、実験結果との比較検討、及びGreen関数を用いた解の安定性について報告する。

2. 支配方程式

支配方程式を作成するにあたり、次の①～⑤を仮定した。

- ① 化学反応は、温度と場所のアレニウス型の反応をするが、本解析では潜熱温度域に達した熱量だけ材質の表面部に集中して生ずるものとする。
- ② 燃焼過程でのガス領域では、化学物質の燃焼エネルギーは保有するが、ガス成分は不明なので、通常空気系として扱う。
- ③ 燃焼に要する酸素は、必要量だけ供給されて完全燃焼するか、又は不完全燃焼のみのどちらかを考える。
- ④ 生成された中空層のガス部は完全拡散する。

- ⑤ 中空層初期温は、中空部生成時の融解部と固体部の熱収支の結果、求められる固体部の温度とする。

2-1. 化学材料、不燃材料固体部支配方程式

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho C \theta) = \nabla (\lambda \nabla \theta) \quad (1)$$

2-2. 中空層支配方程式(0:中空層、j:周囲壁、s:境界部)

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_0 C_0 V \theta_0) = \sum_j S_j \left\{ \alpha_j (\theta_{sj} - \theta_0) + \epsilon_0 \epsilon_s \sigma (T_{sj}^4 - T_0^4) \right\} + Q \quad (2)$$

ただし、

$$Q = \sum \Delta l \rho Q_{bu} / \Delta t \quad (\theta_0 \geq \theta_{bu}) \quad (3)$$

2-3. 固体部境界条件(s:境界部、i:内部温度、 ∞ :周囲空気)

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\Delta X_s}{2} \rho_s C_s \theta_s \right) = \frac{R}{\Delta x_s} (\theta_{i-2} - \theta_s) + \alpha_s (\theta_{\infty(0)} - \theta_s) + \epsilon_{\infty(0)} \epsilon_s \sigma (T_{\infty(0)}^4 - T_s^4) \quad (4)$$

ただし

$$R = \frac{\lambda_s + \lambda_{i-2}}{2}$$

2-4. 移動境界

$$l^{t+\Delta t} = C \frac{\Delta x_s}{2} (\theta_s^{t+\Delta t} - \theta_{sen}) / Q_{sen} \quad (5)$$

従来法は(1)~(4)の方程式を解くものであり、又燃焼熱は考慮しないため $Q=0$ となる。

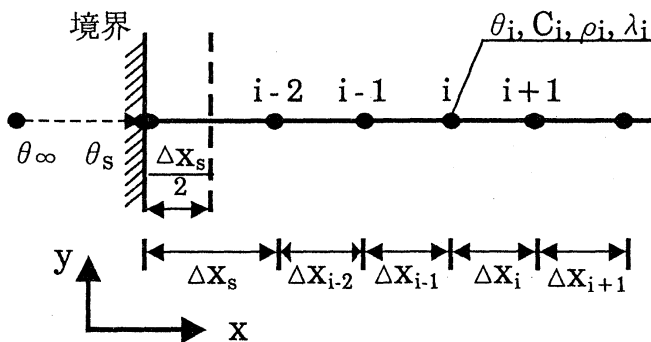


図1 解析モデル図

[記号の意味]

- l : 移動境界量[m]
- ρ : 密度[kg/m³]
- C : 比熱[Kcal/kg°C]
- λ : 熱伝導率[Kcal/mh°C]
- Q : ガスの燃焼熱[Kcal/h]
- Q_{sen} : 気化潜熱[Kcal/kg]
- Q_{bu} : 燃焼熱[Kcal/kg]
- θ_{sen} : 気化温度[°C]
- θ_{bu} : 燃焼温度[°C]
- θ : 温度[°C]
- V : 中空層容積[m³]
- S_j : 中空層に接する境界表面積[m²]

ただし、 $\alpha_s = a(\theta_{sj} - \theta)b$ 中空部及び θ_{sj} :境界表面温度[°C]
 壁体表面では、 $a=2.2$ 、 $b=\frac{1}{4}$ を用 θ_0 :中空層温度[°C]
 いた。加熱表面では、 $\alpha=22.7$ と ϵ :輻射率[-]
 した。 σ :ステファンボルツマン定数[Kcal/m²h°K⁴]
 $T = \theta + 273.16$ [°K]
 α :表面熱伝達率[Kcal/m²h°C]

3. 従来法との比較結果

計算モデルとしては図2、図3に示すように両端をモルタル、中にウレタンを満たし、鉄筋によって支持される壁体を考える。又加熱源としては建設省告示第2999号に定める標準加熱曲線を用い、裏面は20°Cとした。従来の解析法としてはウレタンが気化しないウレタンモデルと、ウレタンが気化して中空層となった中空層モデルを検討した。又ウレタン、モルタル及び空気の物性値は3-1、3-2、3-3の関係を用いた。ここで本手法をウレタン気化モデルとよぶ。

3-1. モルタルの物性値

$$\lambda = \begin{cases} 0.001333\theta + 0.7 & (0 \leq \theta < 100) \\ 0.8333 & (100 \leq \theta < 200) \\ 0.0005614\theta + 0.721 & (200 \leq \theta < 675) \\ 1.1 & (\theta \geq 675) \end{cases} \quad \begin{matrix} C = 0.21 [\text{Kcal/kg}^\circ\text{C}] \\ \rho = 2100.0 [\text{kg/m}^3] \end{matrix} \quad [\text{Kcal/mh}^\circ\text{C}]$$

3-2. ウレタンの物性値

$$\begin{aligned} \lambda &= 0.000125\theta + 0.01755 \quad [\text{Kcal/mh}^\circ\text{C}] \\ C &= 0.22 [\text{Kcal/kg}^\circ\text{C}] \\ \rho &= 27.0 [\text{kg/m}^3] \end{aligned}$$

3-3. 空気の物性値

$$C = \begin{cases} 0.24 & (\theta < 20) \\ 0.24 + 0.00005(\theta - 20) & (20 \leq \theta < 40) \\ 0.241 & (40 \leq \theta < 80) \\ 0.24 + 0.00005(\theta - 80) & (80 \leq \theta < 100) \\ 0.242 + 0.00003(\theta - 100) & (100 \leq \theta < 200) \\ 0.245 + 0.00005(\theta - 200) & (200 \leq \theta < 400) \\ 0.255 + 0.00006(\theta - 400) & (400 \leq \theta < 500) \\ 0.261 + 0.00006(\theta - 500) & (500 \leq \theta < 600) \\ 0.267 + 0.000045(\theta - 600) & (600 \leq \theta < 1000) \\ 0.285 + 0.00004(\theta - 1000) & (1000 \leq \theta < 1200) \\ 0.293 & (1200 \leq \theta) \end{cases} \quad \begin{matrix} \rho = 1.293 / (1.0 + 0.00366\theta) \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \end{matrix} \quad \begin{matrix} \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ [\text{kg/m}^3] \end{matrix} \quad [\text{Kcal/kg}^\circ\text{C}]$$

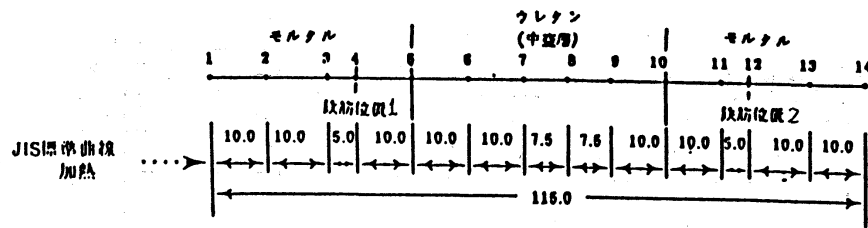


図2 モデル1の解析メッシュ

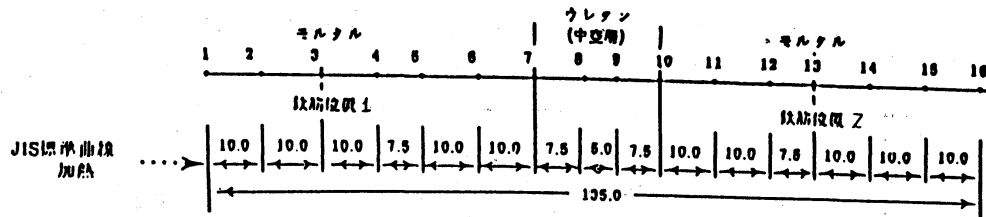


図3 モデル2の解析メッシュ

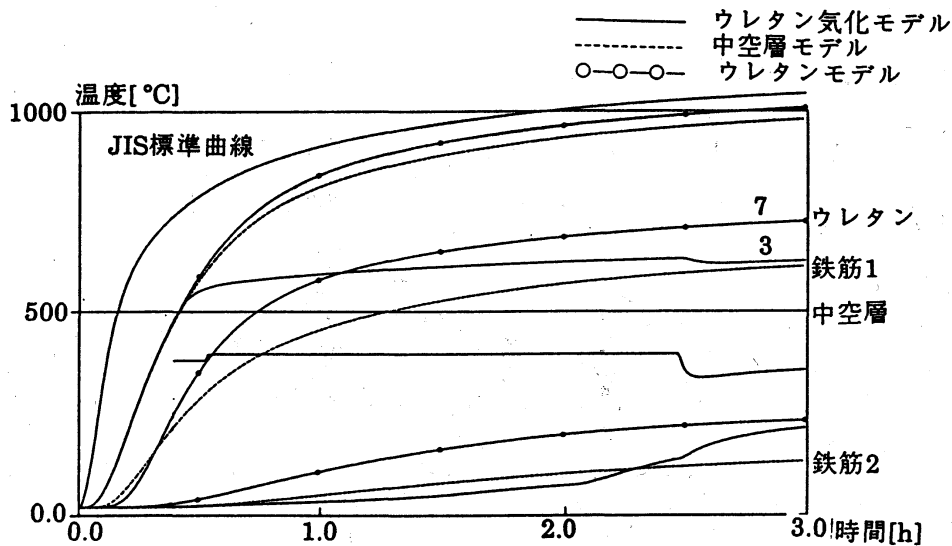


図4 温度の時刻歴(モデル1)

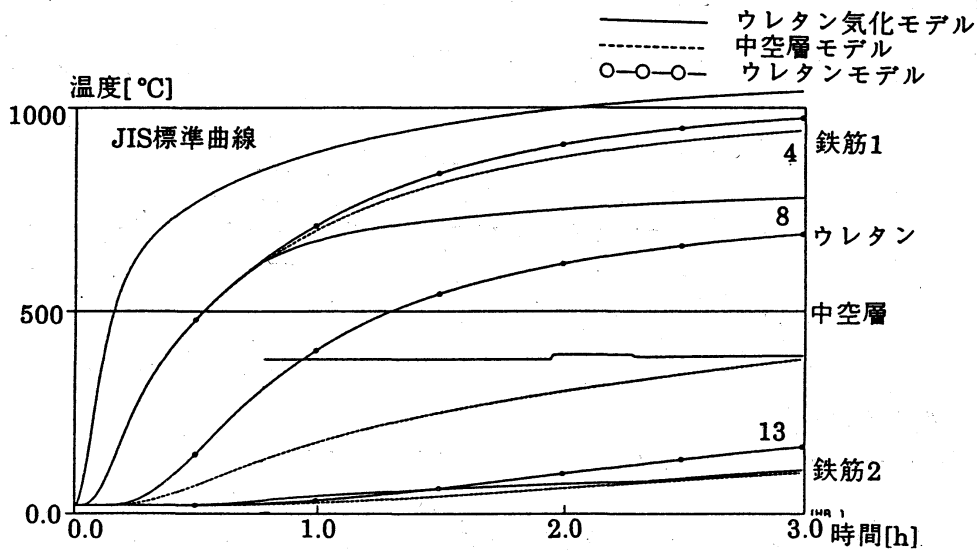


図5 温度の時刻歴(モデル2)

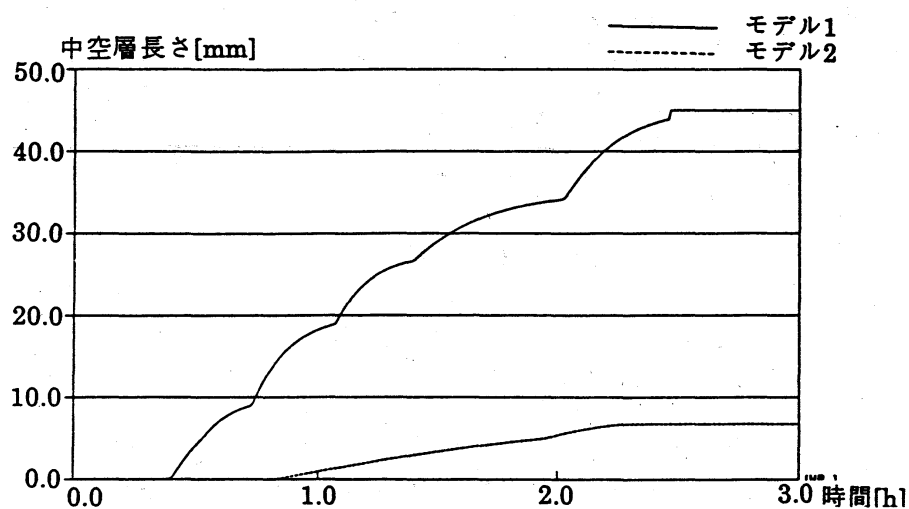


図6 中空層長さの時刻歴

4. 実験結果との比較結果

実験では化学材料にスチレンが使用され、以下の物性値を使用した。その他の条件は従来法との比較結果のところで述べたものと同様である。

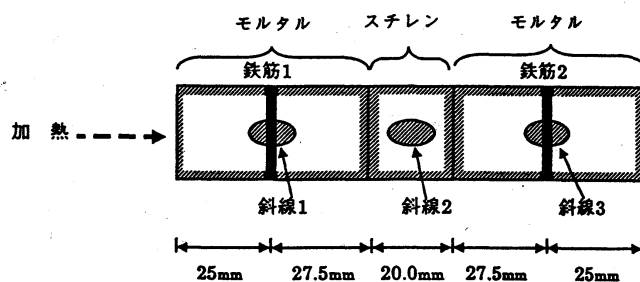
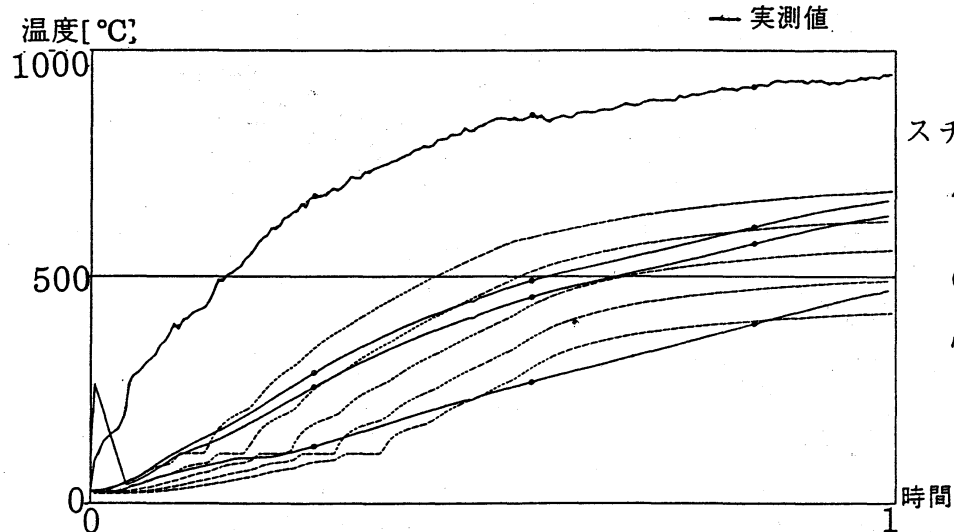


図7 実験モデル



スチレンの物性値
 $\lambda = 0.00011\theta + 0.0278$
 [Kcal/mh°C]
 $C = 0.22$ [Kcal/kg°C]
 $\rho = 27.0$ [kg/m³]

図8 斜線1近傍の温度時刻歴

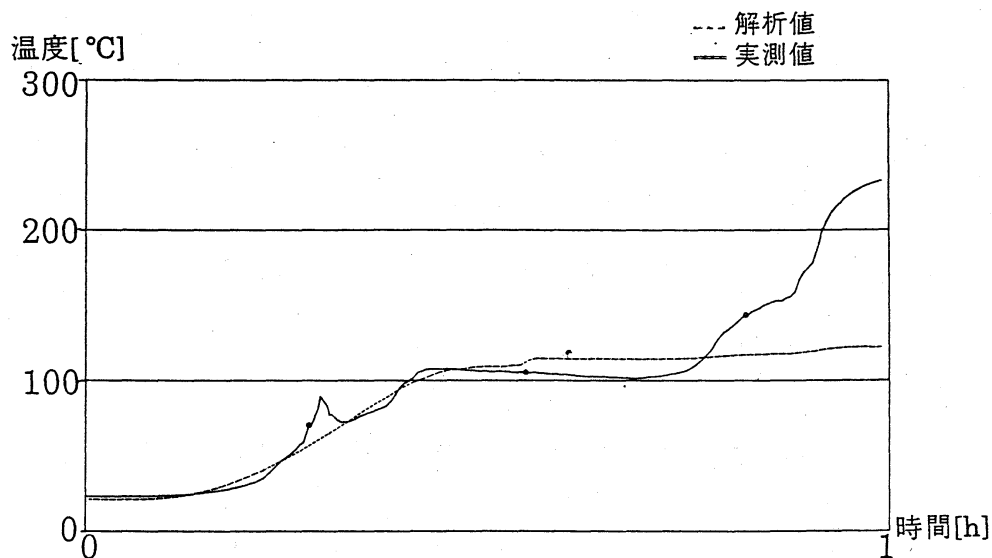


図9 斜線2近傍の温度時刻歴

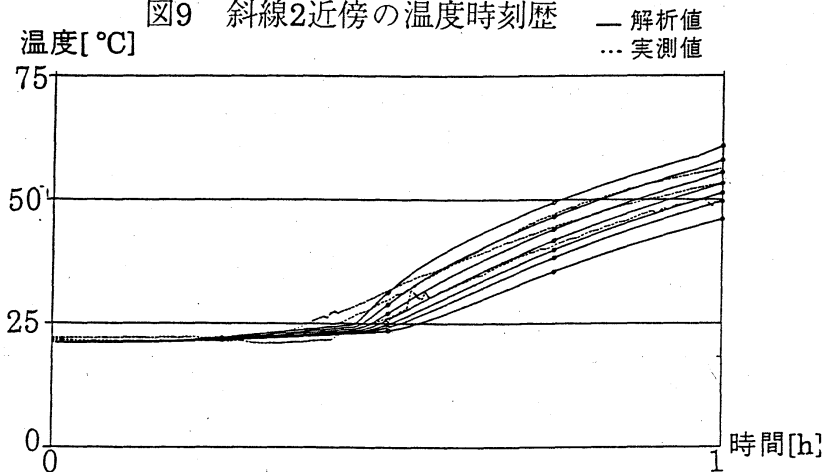


図10 斜線3近傍の温度時刻歴

5. Green関数を用いた解の安定性について

一次元熱伝導方程式を陽な解法(explicit method)で解こうとする場合、解が安定するための条件(6)を満足するように時間刻み Δt を小さく取らなければならない。

$$\Delta t < \frac{\rho c}{2\lambda} \Delta x^2 \quad (6)$$

空間刻み Δx が小さければその2乗に比例して Δt を小さくしなければならないため、計算時間も非常にかかる。

自由境界問題の場合(融解)、空間刻み Δx が時々刻々小さくなっていくため、 Δt を非常に小さく取らなければ解が不安定になる。

そのため、一般的には空間メッシュの切り直し(リメッシュ)を行って Δx がある程

度の大きさを保つようにして解が不安定になることを避けるが、本解析では物性値が不均一なため、リメッシュを行うことが困難である。そのため、解が不安定になりやすい。それでは空間刻みが解の安定性に悪影響を及ぼすならば空間微分項をなくしてしまうことを考えた。そこで、Green関数を導入し、以下の問題を解き、その有効性を検討した。

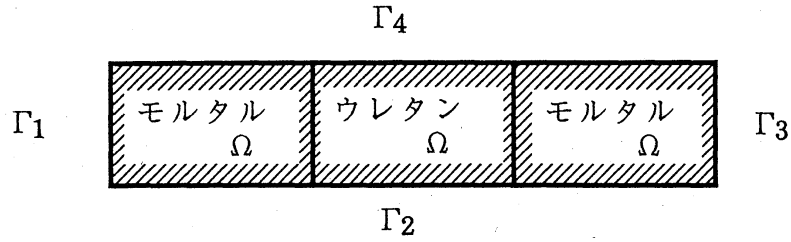


図11 モデル図

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial t}(\rho c \theta) = \nabla(\lambda \nabla \theta) & (\text{in } \Omega) \end{cases} \quad (7)$$

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial t}(\Delta x_s \rho_s c_s \theta_s) = -\frac{\partial}{\partial n}(\lambda_s \theta_s) + \alpha_s(\theta_\infty - \theta_s) + \epsilon_\infty \epsilon_0 \sigma (T_\infty^4 - T_s^4) & (\text{at } \Gamma_1, \Gamma_3) \end{cases} \quad (8)$$

$$\begin{cases} \frac{\partial \theta}{\partial n} = 0 & (\text{at } \Gamma_2, \Gamma_4) \end{cases} \quad (9)$$

グリーン関数の公式は以下である。

$$\int_{\Omega} \nabla^2 \theta G d\Omega - \int_{\Omega} \nabla^2 G \theta d\Omega = \int_{\Gamma} \frac{\partial \theta}{\partial n} G d\Gamma - \int_{\Gamma} \frac{\partial G}{\partial n} \theta d\Gamma \quad (10)$$

ここで、Gは(11)を満たす解である。

$$\nabla^2 G + \delta_{(x)} \delta_{(y)} = 0 \quad (11)$$

従って、

$$G = \frac{1}{2\pi} \ln \frac{1}{r} \quad (12)$$

である。(10)の左辺第1項に(7)を代入し、境界条件(8)、(9)を適用し又(11)を使って整理すると、

$$\begin{aligned} \int_{\Omega} \left(\frac{\rho c \partial \theta}{\lambda \partial t} - \frac{\nabla \lambda \nabla \theta}{\lambda} \right) G d\Omega + \alpha \delta_{ij} \theta = & - \int_{\Gamma} \frac{\partial G}{\partial n} \theta d\Gamma \\ & + \int_{\Gamma_1 + \Gamma_3} \left\{ -\frac{1}{\lambda_s} \frac{\partial \lambda_s}{\partial n} \theta_s - \frac{\Delta x_s \rho_s c_s}{\lambda_s} \frac{\partial \theta_s}{\partial t} + \frac{\alpha_s}{\lambda_s} (\theta_\infty - \theta_s) + \frac{\epsilon_\infty \epsilon_0 \sigma}{\lambda_s} (T_\infty^4 - T_s^4) \right\} G d\Gamma \end{aligned} \quad (13)$$

ここで δ_{ij} はクロネッカーのデルタである。

(13)は一定要素を用い、離散的に書くと以下ようになる。

$$\begin{aligned} \sum_j \int_{\Omega_j} \frac{\rho_j c_j}{\lambda_j} \frac{\partial \theta_j}{\partial t} G_{ij} d\Omega_j + \alpha \theta_i = & \sum_{j \in \Gamma} \int_{\Gamma_j} \frac{\partial G_{ij}}{\partial n} \theta_j d\Gamma_j \\ & + \sum_{j \in \Gamma_1 + \Gamma_3} \int_{\Gamma_j} \left\{ -\frac{\Delta x_j \rho_j c_j}{\lambda_j} \frac{\partial \theta_j}{\partial t} + \frac{\alpha_j}{\lambda_j} (\theta_\infty - \theta_j) + \frac{\varepsilon_\infty \varepsilon_0 \sigma}{\lambda_j} (T_\infty^4 - T_j^4) \right\} G_{ij} d\Gamma_j \end{aligned} \quad (14)$$

一定要素を用いるため(14)の各積分はGreen関数の各要素ごとの積分となり、これは解析的に求めることができる。

Green関数は $r \rightarrow 0$ で特異性があり、それを考慮したために α という係数を用いた。

すなわち α は、以下である。

$$\alpha = \begin{cases} \frac{1}{2} & (i=j \in \Gamma_1, \Gamma_3) \\ 1 & (i \neq j) \end{cases} \quad (15)$$

(14)を以下のように表す。

$$(M+K) \frac{\partial \theta}{\partial t} + N\theta + \alpha \delta_{ij} \theta = b \quad (16)$$

$$m_{ij} = \sum_j \int_{\Omega_j} \frac{\rho_j c_j}{\lambda_j} G_{ij} d\Omega_j \quad (17)$$

$$k_{ij} = \sum_{j \in \Gamma_1 + \Gamma_3} \int_{\Gamma_j} \frac{\Delta x_j \rho_j c_j}{\lambda_j} G_{ij} d\Gamma_j \quad (18)$$

$$n_{ij} = \sum_{j \in \Gamma_1 + \Gamma_3} \int_{\Gamma_j} \left\{ \frac{\alpha_j}{\lambda_j} + \frac{\varepsilon_\infty \varepsilon_0 \sigma}{\lambda_j} (T_\infty^2 + T_j^2)(T_\infty + T_j) \right\} G_{ij} d\Gamma_j - \sum_{j \in \Gamma} \int_{\Gamma_j} \frac{\partial G_{ij}}{\partial n} d\Gamma_j \quad (19)$$

$$b_{ij} = \sum_{j \in \Gamma_1 + \Gamma_3} \int_{\Gamma_j} \left\{ \frac{\alpha_j}{\lambda_j} \theta_\infty + \frac{\varepsilon_\infty \varepsilon_0 \sigma}{\lambda_j} (T_\infty^2 + T_j^2)(T_\infty + T_j) \theta_\infty \right\} G_{ij} d\Gamma_j \quad (20)$$

次に(16)により計算した結果を以下に示す。

まずGreen関数を用いた方法と差分法について Δt が解の安定性に及ぼす影響を比較してみた。

	$\Delta t(h)$	解の安定性
積分方程式	0.0001	○
	0.001	○
	0.01	○
差分法	0.0001	○
	0.001	×
	0.01	×

図12 Δt による解の安定性

Green関数を用いた方法のほうが Δt を粗くとることができるため計算時間を20倍近く短縮できた。

次にGreen関数を用いた方法と差分法によりそれぞれ計算した一例を示す。

以下ではGreen関数を用いる方法を積分方程式とよぶ。

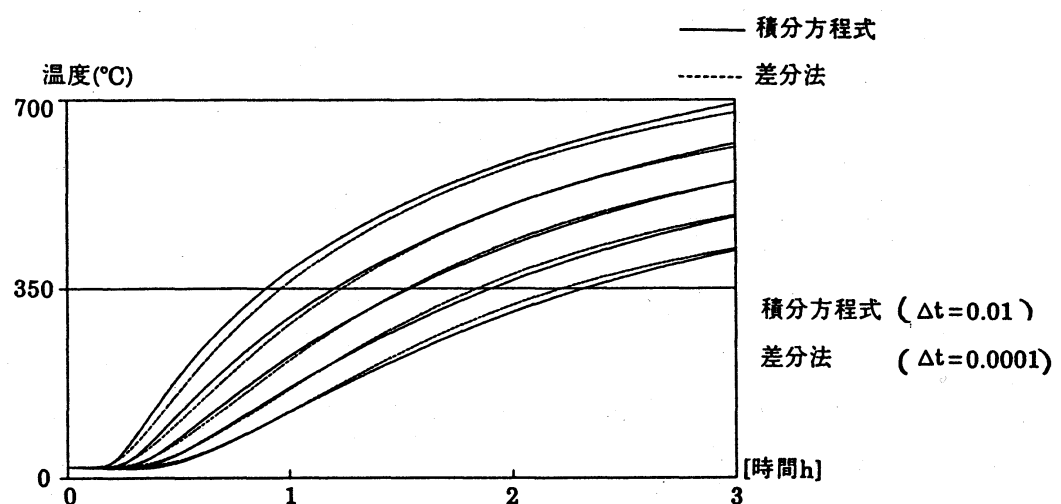


図13 積分方程式と差分法による計算結果

6. おわりに

従来法と本手法を比較すると従来法の計算結果は、初期より周囲の輻射及び熱対流しか考慮していないため周囲の温度勾配に依存して増加していき、領域内を熱伝導解析した時と同様の挙動を示した。一方、本手法(ウレタン気化モデル)では化学材料の気化の過程を考慮したため、気化時の潜熱の影響により、鉄筋1の時間に対する温度勾配は従来法(ウレタンモデル、中空層モデル)に比べて小さくなっている。尚、燃焼温 500°C には達していないため燃焼は起こらなかった。実験結果に対して計算結果はよい傾向を示していると考えられる。しかしながら図9を見ると潜熱域からの温度の立ち上がりが実験のほうが早い。これは、物性値のちがいが、あるいは潜熱量の設定に問題があると考えられる。積分方程式と差分法を比較してみると積分方程式を用いる方が解の安定性がよい。又図13で両解法の計算結果が一致しないのは、一定要素を用いたため、又 Δt のちがいににより境界に与えたJIS標準加熱曲線の温度のとり方がちがったものと考えられる。

参考文献

- (1) 栗岡 均; 他3名 : 火災時における合成耐火被覆工法の温度予測計算 日本建築学会学術講演梗概集,1987年 10月
- (2) 日本建築センター : 建築物の総合防火設計法