

2 葉円板の Gamelin 定数

名城大理工 原 優 (Masaru Hara)

リーマン面 R 上の有界正則関数環 $H^\infty(R)$ の $f_1, \dots, f_n$ の n 組 $\{f_j\}$ が次の条件をみたすとき指数 (n, δ) のコロナデータと呼ぶ: $0 < \delta \leq (\sum |f_j|^2)^{\frac{1}{2}} \leq 1$. 環 $H^\infty(R)$ の n 組 $\{g_j\}$ が次の条件を満たすときデータ $\{f_j\}$ のコロナ解と呼ぶ: $\sum f_j g_j = 1$. 次で定義される数 $C(R; n, \delta)$ を指数 (n, δ) の R の Gamelin 定数と呼ぶ:

$$C(R; n, \delta) = \sup \{f_j\} \left(\inf \{g_j\} \left(\sup_R \left(\sum |g_j|^2 \right)^{\frac{1}{2}} \right) \right)$$

ただし, 最初の $\sup$ は指数 (n, δ) のコロナデータ $\{f_j\}$ に関してとり, 次の $\inf$ は各データ $\{f_j\}$ のコロナ解 $\{g_j\}$ に関してとり, もしコロナ解が存在しないときは $C(R; n, \delta) = \infty$ とおく.

我々が対象としているリーマン面は, 複素平面上の単位円板 $D = \{ |z| < 1 \}$ 上の非有界 2 葉被覆面で, 2 葉円板と呼び, 報告する結果は次の通りである.

主定理. $0 < \delta \leq 1$ に対して

$$C_\delta = \sup_{n \in \mathbb{N}} (\sup \{ C(R; n, \delta) : R \text{ は 2 葉円板} \}) < \infty.$$

各 n に対して 2 番目の $\sup$ が有限であることは [HN], [H] において, 一般の m 葉円板で, 証明されている. この報告の目的は 1 番目の $\sup$ が有限であることを証明することである. 単位円板の場合には [R][T] で証明されている.

主定理は次の定理よりえられる.

定理. 零点がすべて単純である有限ブラシュケ積 B から作られる 2 価関数 $\zeta = \sqrt{B}$ で定義される 2 葉円板を R とおく. 指数 (n, δ) のコロナデータ $\{f_j\}$ は次の条件をみたすとする:

$$f_j = a_j + b_j \sqrt{B} \quad a_j, b_j \in H^m(\bar{D}) \quad (1 \leq j \leq n).$$

このとき次の条件をみたす $\{f_j\}$ のコロナ解 $\{g_j\}$ が存在する:

$$(\sum_j |g_j|^2)^{\frac{1}{2}} \leq C \delta^{-12}$$

ただし, 定数 C は f, n, δ, B に無関係な正数である.

主定理の証明. 与えられた 2 葉円板 R を (R, D, π) とおく. π は R から D への射影とする. 数列 $\{r_m\}$ を $0 < r_m < 1, r_m < r_{m+1}$, $\lim_{m \rightarrow \infty} r_m = 1$ および $\pi^{-1}(\{z \mid |z| = r_m\})$ には分枝点が存在しない様にとる. 各 m に対して $D_m = \{z \mid |z| < r_m\}$, $R_m = \pi^{-1}(D_m)$ とおくと (R_m, D_m, π) は 2 葉

同板となる。与えられた指数 (n, δ) のコロナデータ $\{f_j\}$ に対して, $\{f_j\}$ を R_m に制限すれば定理の条件を満たす R_m における $\{f_j\}$ のコロナ解 $\{g_{j,m}\}$ が存在する。正規族の議論により主定理が成り立つ。

1. コロナ解の構成 (1)

$\mathbb{C}^n$ の元を列ベクトル $z = {}^t(z_1, \dots, z_n)$, $w = {}^t(w_1, \dots, w_n)$ で表わし $(z, w) = \sum_j z_j \bar{w}_j$ および $\|z\| = \sqrt{(z, z)}$ とかく。

定理の $f_j = a_j + b_j \sqrt{B}$ ($1 \leq j \leq n$) に対して

$$a = {}^t(a_1, \dots, a_n) \quad b = {}^t(b_1, \dots, b_n) \quad f = a + b \sqrt{B}$$

とかくと, これらは $\bar{D}$ または $\bar{R}$ 上の $\mathbb{C}^n$ 値関数である。関数 a, b は次の大きさをもつ。

補題 1. $\|a\| \leq 1, \|b\| \leq 1$.

証明. $\sum_j |f_j|^2 \leq 1$ より R の 1 つの葉で $\sum_j |a_j + b_j \sqrt{B}|^2 \leq 1$, 他の葉で $\sum_j |a_j - b_j \sqrt{B}|^2 \leq 1$ が成り立つ。

$$|a_j + b_j \sqrt{B}|^2 + |a_j - b_j \sqrt{B}|^2 = 2(|a_j|^2 + |b_j|^2)$$

より $\|a\|^2 = \sum_j |a_j|^2 \leq 1$ および $\sum_j |b_j \sqrt{B}|^2 \leq 1$ が成り立つ。関数 $\sum_j |b_j|^2$ は D で劣調和で $\bar{D}$ で連続より境界で最大値をとるから

$$\|b\|^2 = \sum_j |b_j|^2 \leq \sup_{\partial D} \sum_j |b_j|^2 = \sup_{\partial D} \sum_j |b_j \sqrt{B}|^2 \leq 1.$$

コロナ解の C^n の場合は次の命題で与えられる.

命題 1. $x_j = (\|a\|^2 + \|b\|^2) a_j - ((a, b) + (b, a) B) b_j$

$$y_j = -((a, b) + (b, a) B) a_j + (\|a\|^2 + \|b\|^2) B b_j$$

$$\rho = \|a\|^4 + \|b\|^4 |B|^2 + (\|a\|^2 \|b\|^2 - |(a, b)|^2) (|B|^2 + 1) - (a, b)^2 \bar{B} - (b, a)^2 B$$

とおくと $x_j, y_j, \rho \in C^\infty(\bar{D})$ で次の条件を満たす:

$$(1) \rho \geq \delta^4 \quad (2) \sum_j (a_j + b_j \sqrt{B})(\bar{x}_j + \bar{y}_j \sqrt{B}) = \rho$$

証明. $\sum_j |f_j|^2 \geq \delta^2$ より $\sum_j |a_j + b_j \sqrt{B}|^2 \geq \delta^2, \sum_j |a_j - b_j \sqrt{B}|^2 \geq \delta^2$

が成り立つから

$$\delta^4 \leq (\sum_j |a_j + b_j \sqrt{B}|^2) (\sum_j |a_j - b_j \sqrt{B}|^2)$$

$$= \|a\|^4 + \|b\|^4 |B|^2 + (\|a\|^2 \|b\|^2 - |(a, b)|^2) \cdot 2 \cdot |B| - (a, b)^2 \bar{B} - (b, a)^2 B \leq \rho.$$

2. コロナ解の構成 (2)

次の関数は $\bar{D}$ のある近傍で C^∞ 級である. ($1 \leq j, k \leq n$)

$$h_j = \rho^{-1} (\bar{x}_j + \bar{y}_j \sqrt{B}) \quad h = {}^t(h_1, \dots, h_n)$$

$$u_{j,k} = \rho^{-2} \{ (\bar{x}_j \bar{\partial} \bar{x}_k - \bar{x}_k \bar{\partial} \bar{x}_j) + (\bar{y}_j \bar{\partial} \bar{y}_k - \bar{y}_k \bar{\partial} \bar{y}_j) B \} \quad u = [u_{j,k}]$$

$$v_{j,k} = \rho^{-2} \{ (\bar{x}_j \bar{\partial} \bar{y}_k - \bar{x}_k \bar{\partial} \bar{y}_j) + (\bar{y}_j \bar{\partial} \bar{x}_k - \bar{y}_k \bar{\partial} \bar{x}_j) \} \quad v = [v_{j,k}]$$

ただし, u, v は n 次正方行列である. これらは次の関係式を

満たす: ${}^t f h = {}^t h f = 1$ および

$$u_{j,k} + v_{j,k} \sqrt{B} = h_j \bar{\partial} h_k - h_k \bar{\partial} h_j, \quad u + v \sqrt{B} = h ({}^t \bar{\partial} h) - \bar{\partial} h ({}^t h).$$

開円板 $\bar{D}$ を含む開円板 D_1 を適当にとれば, 次の積分は意味を

もち $\bar{D}$ のある近傍で $\bar{\partial} u_0 = u, \bar{\partial} v_0 = v$ を満たす.

$$u_0 = \frac{1}{\pi} \iint_{D_1} \frac{u}{z-\bar{z}} d\bar{z} dz, \quad v_0 = \frac{1}{\pi} \iint_{D_1} \frac{v}{z-\bar{z}} d\bar{z} dz.$$

作りかから分かる様に u_0, v_0 は歪対称行列である (${}^t u_0 = -u_0, {}^t v_0 = -v_0$).

正則なコロナ解を手える前にいくつかの定義を述べる.
 正方形行列 $W = [w_{jk}]$ に対して $\|W\| = (\sum_{j,k} |w_{jk}|^2)^{\frac{1}{2}}$, W が集合 S 上の関数のとき S 上の $\|W\|$ の上限を $\|W\|_{\infty S}$ とかく. 同様に S 上の関数 $g = {}^t(g_1, \dots, g_n)$ に対しても $\|g\|_{\infty S}$ を定義する. 各成分が $H^{\infty}(D) \cap C(\bar{D})$ の元である n 次正方形行列全体を $A_n(D)$ とかく.

命題 2. $W_u, W_v \in A_n(D)$ が歪対称のとき

$$g = {}^t(g_1, \dots, g_n) = h + i(W_u + u_0) + (W_v + v_0)\sqrt{B} \} f$$

とかくと n 組 $\{g_j\}$ は次の性質をもつ:

- (1) $\{g_j\}$ は $\{f_j\}$ のコロナ解である.
- (2) $g \in C(\bar{R})$ で次の不等式が成り立つ.

$$\|g\|_{\infty \partial R} \leq \|h\|_{\infty \partial R} + \|W_u + u_0\|_{\infty \partial D} + \|W_v + v_0\|_{\infty \partial D}.$$

証明. (1) ${}^t f h = 1$. 又 ${}^t f (W_u + u_0) f, {}^t f (W_v + v_0) f$ は 1 次元歪対称行列より 0 となるから ${}^t f g = 1$ となる. 分枝点を除いた R の領域において, ${}^t h f = 1$ より

$$\begin{aligned} \bar{\partial} g &= \bar{\partial} h + (u + v\sqrt{B}) f = \bar{\partial} h + (h({}^t \bar{\partial} h) - \bar{\partial} h({}^t h)) f \\ &= \bar{\partial} h + h \bar{\partial}({}^t h f) - \bar{\partial} h({}^t h f) = 0 \end{aligned}$$

g は $\bar{R}$ において連続より, 孤立特異点は除去可能より, g は R において正則である. (2) は $\|f\| \leq 1$ より成り立つ.

3. $\|g\|$ の上限の評価

命題 2 において, 先ず $\|h\|_{\infty, D_R}$ の評価は次の様にして得られる. $x = {}^t(x_1, \dots, x_n)$ $y = {}^t(y_1, \dots, y_n)$ とかくと, $\|x\| \leq 4$, $\|y\| \leq 4$ より $\|h\| = \rho^{-1} \|\bar{x} + \bar{y}\sqrt{B}\| \leq 8\delta^{-4}$. 次に $\inf \{ \|W + u_0\|_{\infty, D_D} : W \in A_n(D), \text{歪対称} \}$ の評価については, [N: pp. 288-292] で述べられている議論により次のことが成り立つ. Hardy クラス $H^2 = H^2(D)$ のノルムを $\|\cdot\|_2$ とかくと次の値より大きくない.

$$\sup \left\{ C_1 \left(\int_D |\varphi|^2 \|u\|^2 \log \frac{1}{|z|} dx dy \right)^{\frac{1}{2}} + C_2 \left(\int_D |\varphi|^2 \|u\| \log \frac{1}{|z|} dx dy : \varphi \in H^2, \|\varphi\|_2 \leq 1 \right) \right\}$$

ただし, C_1, C_2 は絶対定数である. 残りの項についても u を v に代えて同様なことが成り立つ. これ以後で $\|u\|^2 \log \frac{1}{|z|} dx dy$, $\|u\| \log \frac{1}{|z|} dx dy$ が Carleson 測度になることを示す.

4. $\|u\|^2, \|u\|$ の評価

これらを求めるために必要な補題を与える.

補題 2. $z = {}^t(z_1, \dots, z_n)$ $w = {}^t(w_1, \dots, w_n)$ に対して次式が成り立つ.

$$\sum_{j,k} \left| \begin{vmatrix} z_j & w_j \\ z_k & w_k \end{vmatrix} \right| = 2 (\|z\|^2 \|w\|^2 - |(z, w)|^2) \leq 2 \|z\|^2 \|w\|^2.$$

補題 3. $X_j = c_1 a_j + c_2 b_j$, $Y_j = (\|\alpha'\|^2 + \|b'\|^2 + |B'|^2)^{\frac{1}{2}} (d_1 a_j + d_2 b_j + d_3 a'_j + d_4 b'_j)$ ($1 \leq j \leq n$) とおくとき次の不等式が成り立つ.

$$\sum_{j,k} \left| \frac{X_j}{X_k} \frac{Y_j}{Y_k} \right|^2 \leq 10 (|c_1|^2 + |c_2|^2) (|d_1|^2 + |d_2|^2 + |d_3|^2 + |d_4|^2) (\|\alpha'\|^2 + \|b'\|^2 + |B'|^2)$$

証明. Binet-Cauchy の公式により $\theta = (\|\alpha'\|^2 + \|b'\|^2 + |B'|^2)^{\frac{1}{2}}$ とおくと

$$\begin{vmatrix} X_j & Y_j \\ X_k & Y_k \end{vmatrix} = \begin{pmatrix} a_j & b_j & a'_j & b'_j \\ a_k & b_k & a'_k & b'_k \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_1 & \theta d_1 \\ c_2 & \theta d_2 \\ 0 & d_3 \\ 0 & d_4 \end{pmatrix} \quad \text{の行列式}$$

$$= \begin{vmatrix} a_j & b_j \\ a_k & b_k \end{vmatrix} \begin{vmatrix} c_1 & \theta d_1 \\ c_2 & \theta d_2 \end{vmatrix} + c_1 d_3 \begin{vmatrix} a_j & a'_j \\ a_k & a'_k \end{vmatrix} + c_1 d_4 \begin{vmatrix} a_j & b'_j \\ a_k & b'_k \end{vmatrix} + c_2 d_3 \begin{vmatrix} b_j & a'_j \\ b_k & a'_k \end{vmatrix} + c_2 d_4 \begin{vmatrix} b_j & b'_j \\ b_k & b'_k \end{vmatrix}.$$

Cauchy の不等式より

$$\begin{aligned} \left| \frac{X_j}{X_k} \frac{Y_j}{Y_k} \right|^2 &\leq 5 (\theta^2 (|c_1|^2 + |c_2|^2) (|d_1|^2 + |d_2|^2) \begin{vmatrix} a_j & b_j \\ a_k & b_k \end{vmatrix}^2 + |c_1|^2 |d_3|^2 \begin{vmatrix} a_j & a'_j \\ a_k & a'_k \end{vmatrix}^2 \\ &\quad + |c_1|^2 |d_4|^2 \begin{vmatrix} a_j & b'_j \\ a_k & b'_k \end{vmatrix}^2 + |c_2|^2 |d_3|^2 \begin{vmatrix} b_j & a'_j \\ b_k & a'_k \end{vmatrix}^2 + |c_2|^2 |d_4|^2 \begin{vmatrix} b_j & b'_j \\ b_k & b'_k \end{vmatrix}^2) \end{aligned}$$

補題 2 より

$$\begin{aligned} \sum_{j,k} \left| \frac{X_j}{X_k} \frac{Y_j}{Y_k} \right|^2 &\leq 10 (\theta^2 (|c_1|^2 + |c_2|^2) (|d_1|^2 + |d_2|^2) \|\alpha\|^2 \|b\|^2 + |c_1|^2 |d_3|^2 \|\alpha\|^2 \|\alpha'\|^2 \\ &\quad + |c_1|^2 |d_4|^2 \|\alpha\|^2 \|b'\|^2 + |c_2|^2 |d_3|^2 \|b\|^2 \|\alpha'\|^2 + |c_2|^2 |d_4|^2 \|b\|^2 \|b'\|^2). \end{aligned}$$

$\|\alpha\|, \|b\| \leq 1$ および $\|\alpha'\|, \|b'\| \leq \theta$ より補題 3 が成り立つ.

求める評価は次の命題で与えられる.

命題3. 次の不等式が成り立つ.

$$\|u\|^2 \leq C \delta^{-16} (\|\alpha'\|^2 + \|b'\|^2 + |B'|^2)$$

$$\|\partial u\| \leq C \delta^{-12} (\|\alpha'\|^2 + \|b'\|^2 + |B'|^2)$$

$$\|v\|^2 \leq C \delta^{-16} (\|\alpha'\|^2 + \|b'\|^2 + |B'|^2)$$

$$\|\partial v\| \leq C \delta^{-12} (\|\alpha'\|^2 + \|b'\|^2 + |B'|^2)$$

ただし, C は ϵ, n, δ, B に無関係な定数である.

証明. 付録における表により,

$$\|u\|^2 \leq \sum_{j,k} |u_{j,k}|^2 \leq 2 \rho^{-4} \sum_{j,k} \left(\left| \frac{x_j \partial x_j}{x_k \partial x_k} \right|^2 + \left| \frac{y_j \partial y_j}{y_k \partial y_k} \right|^2 \right)$$

となる. 補題3において $X_j = x_j$, $Y_j = \partial x_j$ とおくと, $|c_1| \leq 2$.

$|c_2| \leq 2$, $|d_1| \leq 2$, $|d_2| \leq 3$, $|d_3| \leq 2$, $|d_4| \leq 2$ となる. $X_j = y_j$, $Y_j = \partial y_j$ とおくと,

$|c_1| \leq 2$, $|c_2| \leq 2$, $|d_1| \leq 3$, $|d_2| \leq 4$, $|d_3| \leq 2$, $|d_4| \leq 2$ となる. 故に $\|u\|^2$ に

ついでこの不等式が成り立つ. 又付録の表より

$$\begin{aligned} \|\partial u\|^2 \leq & \rho^{-6} \left(\sum_{j,k} (8 |\partial \rho|^2 \left(\left| \frac{x_j \partial x_j}{x_k \partial x_k} \right|^2 + \left| \frac{y_j \partial y_j}{y_k \partial y_k} \right|^2 \right) + 5 |\rho|^2 \left(\left| \frac{\bar{\partial} x_j \partial x_j}{\bar{\partial} x_k \partial x_k} \right|^2 \right. \right. \right. \\ & \left. \left. \left. + \left| \frac{\bar{\partial} y_j \partial y_j}{\bar{\partial} y_k \partial y_k} \right|^2 + \left| \frac{x_j \partial \bar{\partial} x_j}{x_k \partial \bar{\partial} x_k} \right|^2 + \left| \frac{y_j \partial \bar{\partial} y_j}{y_k \partial \bar{\partial} y_k} \right|^2 + \left| \frac{y_j \partial y_j}{y_k \partial y_k} \right|^2 |B'|^2 \right) \right) \right) \end{aligned}$$

$\theta = (\|\alpha'\|^2 + \|b'\|^2 + |B'|^2)^{\frac{1}{2}}$ とおくと表より, $|\rho| \leq 6$, $|\partial \rho| \leq 18\theta$ が分かる.

補題3において $X_j = \bar{\partial} x_j$, $Y_j = \partial x_j$ とおくと, $|c_1| \leq 20$, $|c_2| \leq 20$

$|d_1| \leq 2$, $|d_2| \leq 3$, $|d_3| \leq 2$, $|d_4| \leq 2$ である. $X_j = \bar{\partial} y_j$, $Y_j = \partial y_j$ とおくと

類似の評価が得られる。以上より $\|\partial u\|$ についての不等式が成り立つ。 $\|v\|^2, \|\partial v\|$ についても同様にして得られる。

5. 定理の証明

関数 $w = \|a\|^2 + \|b\|^2 + |B|^2$ は $\Delta w = 4(\|\alpha'\|^2 + \|b'\|^2 + |B'|^2)$ より次の補題に適用できる。

補題 4. (N: pp. 290)

関数 $w \in C^2(\bar{D})$ が $w \geq 0, \Delta w \geq 0$ をみたすならば、測度 $(\Delta w) \log \frac{1}{|z|} dx dy$ は Carleson 測度で、そのノルムは高々 $(2\pi e) \sup_D w)^{\frac{1}{2}}$ である。

故に次の不等式が成り立つ。

$$\left(\int_D |\varphi|^2 \|u\|^2 \log \frac{1}{|z|} dx dy \right)^{\frac{1}{2}} \leq C \delta^{-8}, \quad \int_D |\varphi|^2 \|\partial u\| \log \frac{1}{|z|} dx dy \leq C \delta^{-12}.$$

以上より定理が成り立つ。

6. 付録

$$\rho = \|a\|^4 + \|b\|^4 |B|^2 + (\|a\|^2 \|b\|^2 - |(a, b)|^2)(|B|^2 + 1) - (a, b)^2 \bar{B} - (b, a)^2 B$$

$$\partial \rho = \|a\|^2 (a', a) + \|b\|^2 (b', b) |B|^2 + \|b\|^4 B' \bar{B} + (\|a\|^2 \|b\|^2 - |(a, b)|^2) B' \bar{B}$$

$$+ \{(\alpha', a) \|b\|^2 + \|a\|^2 (b', b) - (a', b)(b, a) - (a, b)(b', a)\} (|B|^2 + 1)$$

$$- 2(a, b)(a', b) \bar{B} - 2(b, a)(b', a) B - (b, a)^2 B'$$

$$x_j = (\|a\|^2 + \|b\|^2) a_j - \{(a, b) + (b, a) B\} b_j$$

$$\partial x_j = \{(a', a) + (b', b)\} a_j - \{(a', b) + (b', a) B + (b, a) B'\} b_j \\ + (\|a\|^2 + \|b\|^2) a'_j - \{(a, b) + (b, a) B\} b'_j$$

$$\bar{\partial} x_j = \{(a, a') + (b, b')\} a_j - \{(a, b') + (b, a') B\} b_j$$

$$\partial \bar{\partial} x_j = (\|a'\|^2 + \|b'\|^2) a_j - \{(a', b') + (b', a') B + (b, a') B'\} b_j \\ + \{(a, a') + (b, b')\} a'_j - \{(a, b') + (b, a') B\} b'_j$$

$$y_j = -\{(a, b) + (b, a) B\} a_j + (\|a\|^2 + \|b\|^2) B b_j$$

$$\partial y_j = -\{(a', b) + (b', a) B + (b, a) B'\} a_j - \{(a, b) + (b, a) B\} a'_j \\ + \{(a', a) + (b', b)\} B + (\|a\|^2 + \|b\|^2) B' \} b_j + (\|a\|^2 + \|b\|^2) B b'_j$$

$$\bar{\partial} y_j = -\{(a, b') + (b, a') B\} a_j + \{(a, a') + (b, b')\} B b_j$$

$$\partial \bar{\partial} y_j = -\{(a', b') + (b', a') B + (b, a') B'\} a_j - \{(a, b') + (b, a') B\} a'_j \\ + \{(\|a'\|^2 + \|b'\|^2) B + ((a, a') + (b, b')) B'\} b_j + \{(a, a') + (b, b')\} B b'_j$$

$$u_{j,k} = \rho^{-2} \{(\bar{x}_j, \bar{\partial} \bar{x}_k - \bar{x}_k \bar{\partial} \bar{x}_j) + (\bar{y}_j, \bar{\partial} \bar{y}_k - \bar{y}_k \bar{\partial} \bar{y}_j) B\}$$

$$\partial u_{j,k} = -2 \rho^{-3} \partial \rho \{(\bar{x}_j, \bar{\partial} \bar{x}_k - \bar{x}_k \bar{\partial} \bar{x}_j) + (\bar{y}_j, \bar{\partial} \bar{y}_k - \bar{y}_k \bar{\partial} \bar{y}_j) B\} \\ + \rho^{-2} \{(\partial \bar{x}_j, \bar{\partial} \bar{x}_k - \bar{x}_k \bar{\partial} \bar{x}_j) + (\partial \bar{y}_j, \bar{\partial} \bar{y}_k - \bar{y}_k \bar{\partial} \bar{y}_j) B\} \\ + \rho^{-2} \{(\bar{x}_j, \partial \bar{\partial} \bar{x}_k - \bar{x}_k \partial \bar{\partial} \bar{x}_j) + (\bar{y}_j, \partial \bar{\partial} \bar{y}_k - \bar{y}_k \partial \bar{\partial} \bar{y}_j) B\} \\ + \rho^{-2} (\bar{y}_j, \bar{\partial} \bar{y}_k - \bar{y}_k \bar{\partial} \bar{y}_j) B'$$

$$v_{j,k} = \rho^{-2} \{(\bar{x}_j, \bar{\partial} \bar{y}_k - \bar{x}_k \bar{\partial} \bar{y}_j) + (\bar{y}_j, \bar{\partial} \bar{x}_k - \bar{y}_k \bar{\partial} \bar{x}_j) B\}$$

$$\partial v_{j,k} = -2 \rho^{-3} \partial \rho \{(\bar{x}_j, \bar{\partial} \bar{y}_k - \bar{x}_k \bar{\partial} \bar{y}_j) + (\bar{y}_j, \bar{\partial} \bar{x}_k - \bar{y}_k \bar{\partial} \bar{x}_j) B\} \\ + \rho^{-2} \{(\partial \bar{x}_j, \bar{\partial} \bar{y}_k - \bar{x}_k \bar{\partial} \bar{y}_j) + (\partial \bar{y}_j, \bar{\partial} \bar{x}_k - \bar{y}_k \bar{\partial} \bar{x}_j) B\} \\ + \rho^{-2} \{(\bar{x}_j, \partial \bar{\partial} \bar{y}_k - \bar{x}_k \partial \bar{\partial} \bar{y}_j) + (\bar{y}_j, \partial \bar{\partial} \bar{x}_k - \bar{y}_k \partial \bar{\partial} \bar{x}_j) B\}$$

参考文献

- [H] Hara, M., Ideals of bounded holomorphic on simple n -sheeted discs,
Nagoya Math. J., 123 (1991), 171-201.
- [HN] Hara, M. and M. Nakai, Corona theorem with bounds for finitely
sheeted disks, Tohoku Math. J., 37 (1985), 225-240.
- [N] Nikol'skii, N.K., Treatise on the shift operator, Springer, 1986.
- [R] Rosenblum, M., A corona theorem for countably many functions,
Integral equations and operator theory, 3 (1980), 125-137.
- [T] Tolokonnikov, V. A., Estimates in Carleson's corona theorem and
finitely generated ideals in the algebra H^∞ , Funkcional. Anal. i
Priloz, 14 (1980), 85-86. [Russian].