

回転成層乱流中の渦構造の生成について

名大多元数理 木村芳文 (Yoshifumi Kimura)

大気や海洋などの大規模な地球流体の特徴はそれらが(安定な)密度成層と回転の大きな影響下にあることである。この安定密度成層と回転は単独に存在する場合にはどちらも流れを2次元化することが知られているがそのメカニズムや結果として得られる流れの様相には大きな違いがある。この報告の目的は線形の安定密度成層と一様回転の効果を取り込んだ Navier-Stokes 方程式の直接シミュレーションを行い、得られたデータよりこの違いを渦構造生成の点から考察することである。

Bousinesq 近似の規格可された非圧縮の Navier-Stokes 方程式、

$$(\partial_t - \nu \nabla^2) \mathbf{u} = -\mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} - \nabla p + \theta \hat{\mathbf{z}} - 2\Omega \hat{\mathbf{z}} \times \mathbf{u} \quad (1)$$

$$(\partial_t - \kappa \nabla^2) \theta = -N^2 w - \mathbf{u} \cdot \nabla \theta \quad (2)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (3)$$

(u, v, w : x, y, z 方向の速度成分、 θ : 温度攪乱、 $\hat{\mathbf{z}}$: z 方向の単位ベクトル) を周期境界条件のもと¹ 擬スペクトル法を用いて解く(格子点数: 128^3 、dealiasing: $2/3$ rule、時間積分: 3 次の Runge-Kutta 法、 $\nu = \kappa = 0.01$)² 成層と回転はそれぞれ $N^2 (= \frac{g\alpha}{T_0} \frac{\partial T}{\partial z}$: Brunt-Väisälä frequency) と Ω (angular velocity) によって特徴づけられる。^[1]

¹ N^2, Ω を定数とすることによって z 方向にも周期境界条件が使える。

² (1) は回転座標系(角速度 Ω) から見た運動を表わす。

図1は回転がゼロの時の統計量 (左上：運動エネルギー、右上：エンストロフィー、左下： $\frac{\partial u}{\partial x}$ のskewness、右下： $\frac{\partial w}{\partial z}$ のskewness) の時間発展を様々な N^2 の値の場合について要約したものである。

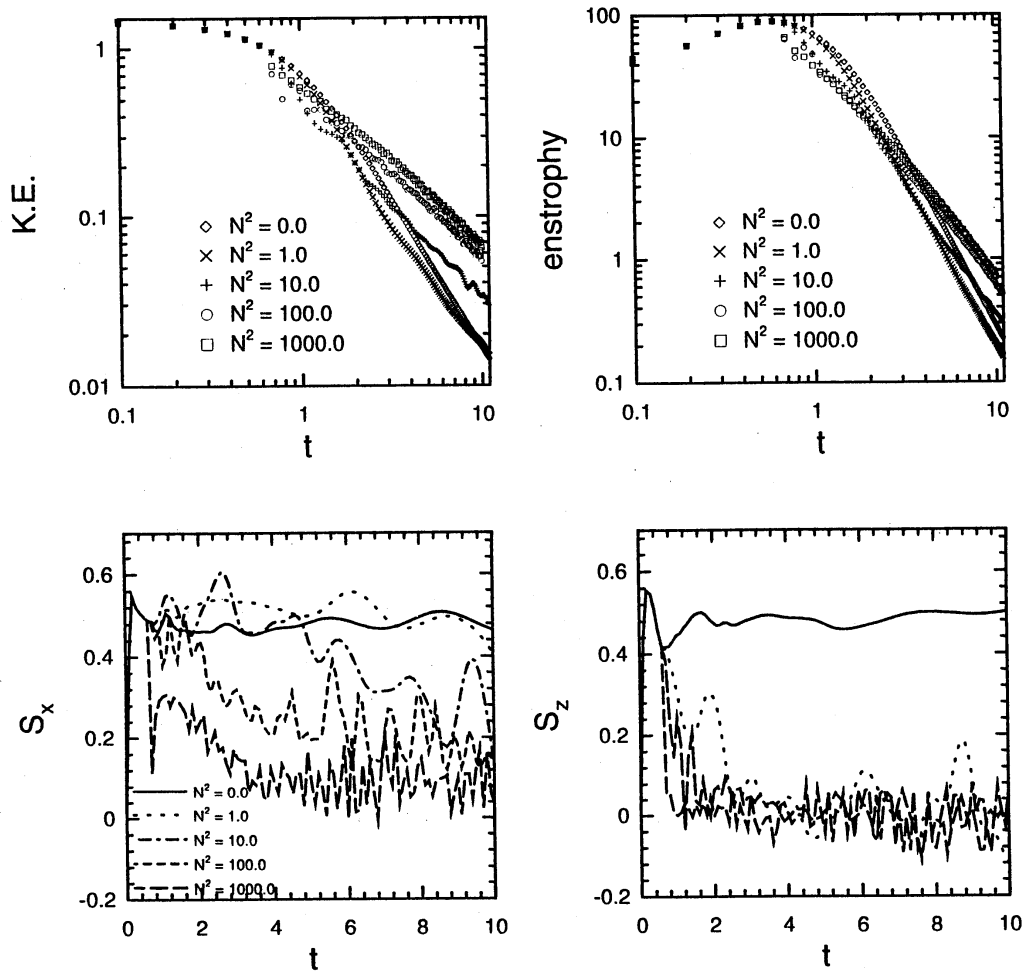


図1： 回転なしの場合の統計量 (運動エネルギー、エンストロフィー、 $\frac{\partial u}{\partial x}$ のskewness、 $\frac{\partial w}{\partial z}$ のskewness) の時間変化

運動エネルギー、エンストロフィーはどちらも t が大きいところでは $t^{-\alpha}$ と振る舞い、 α の値は N の値が大きくなるにしたがって小さくなっていることがわかる。これは成層が強くなるに従って小さなスケールの生成が抑えられエネルギー散逸が減少することを示唆している。以上のことは速度微分の

skewness をエネルギーカスケードの指標と考えた時にその値が時間と共に小さくなっていることに対応している。

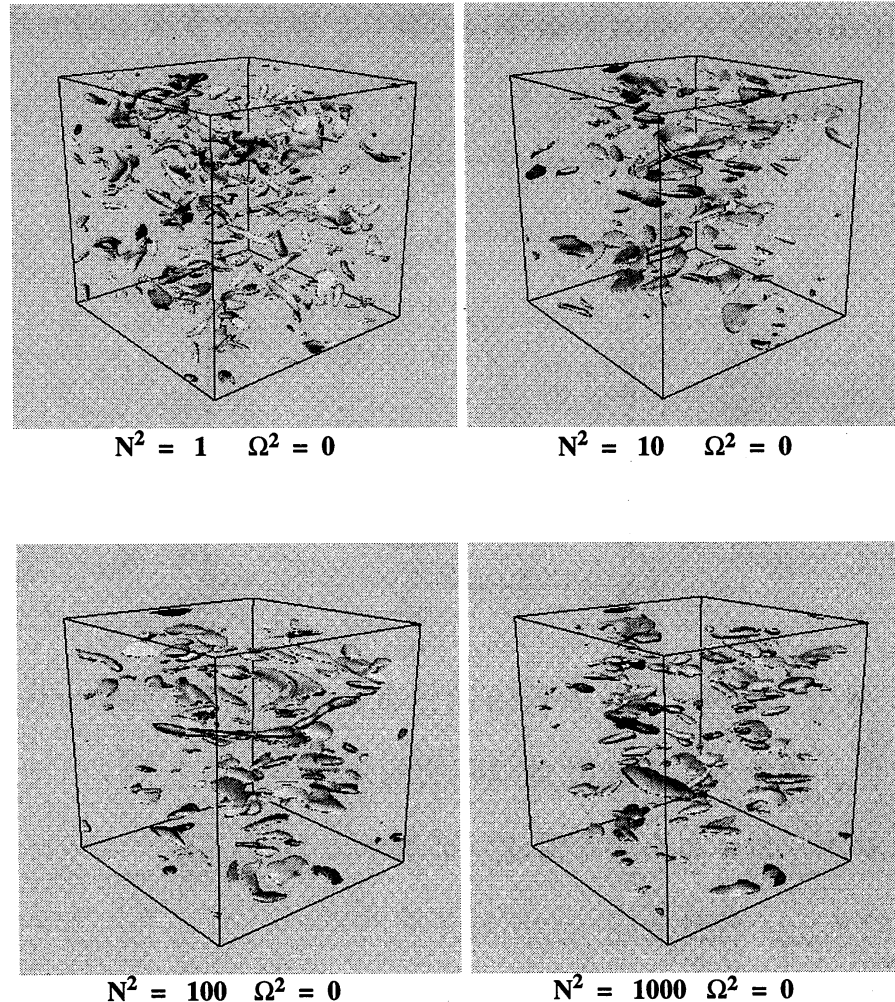


図 2: $t = 5.0$ におけるエンストロフィーの等高面 ($4 \times \text{rms. value}$)。 $N^2 = 1, 10, 100, 1000$

図 2 は $t = 5.0$ におけるエンストロフィーの等高面 ($4 \times \text{rms. value}$) を $N^2 = 1, 10, 100, 1000$ の場合に描いたものである。成層の影響によりパンケーキ型の渦構造が水平方向に発達しそれらが空間的に散在している様子がわかる。この渦構造を定量的に特徴付けるために格子点上における渦度ベクトルの鉛直方向となす角度 ($\Theta = \cos^{-1}(\omega_z/|\omega|)$) の分布をプロットしたのが図 3 であ

る。上の図では得られた分布を $2\pi \sin \theta$ で割ってあるのでもし θ が一様に分布するのであれば水平な直線が得られるはずである。結果は N の値が大きくなるに従って中心付近に分布が局在しており、渦度ベクトルは水平方向を向く傾向が強くなることがわかる。³

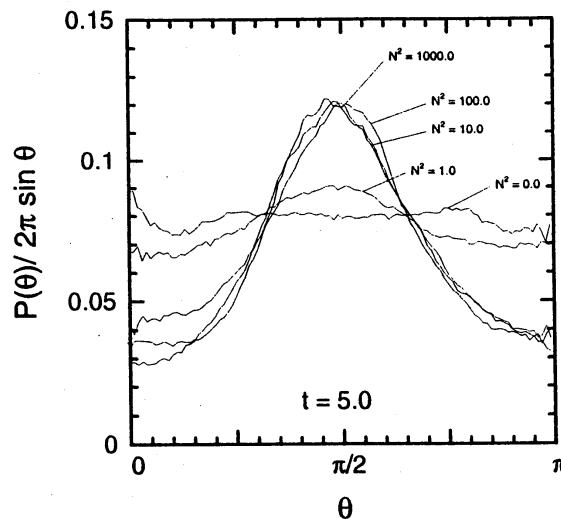


図 3: 渦度ベクトルの方向分布 成層 $\neq 0$ 、回転 $= 0$

図 1、2、3 で示した統計量の時間変化、エンストロフィーの等高面、渦度ベクトルの方向分布を回転乱流（成層 $= 0$ ）についてプロットしたのが図 4、5、6 である。統計量についてはエネルギー、エンストロフィーが時間のべき関数のように減少することは成層乱流と同様であるが、最も大きな違いは $\frac{\partial w}{\partial z}$ の skewness の振る舞いである。回転が非常に強い場合にはこの値は速やかにゼロに落ちその周りを振動するが、回転が弱い程減衰に時間を要することが見える。また成層乱流と比べて S_x と S_z に大きな差がないこともわかる。これらは一様回転による z 方向への異方性が成層によるものとは違っており、乱流を（成層の場合ほど）抑制しないことを示している。図 5 のエンストロフィーの等高面は成層の時と大きく異なり z 方向に伸長した構造が

³ 渦度の強いところ程この傾向が強いことが確かめられている。

発達することが観察される。図3と同様に渦度ベクトルの方向分布をプロットしたのが図6であるが成層のときと違い渦度ベクトルは一様回転に伴い鉛直方向（±）を向く傾向があることがわかる。

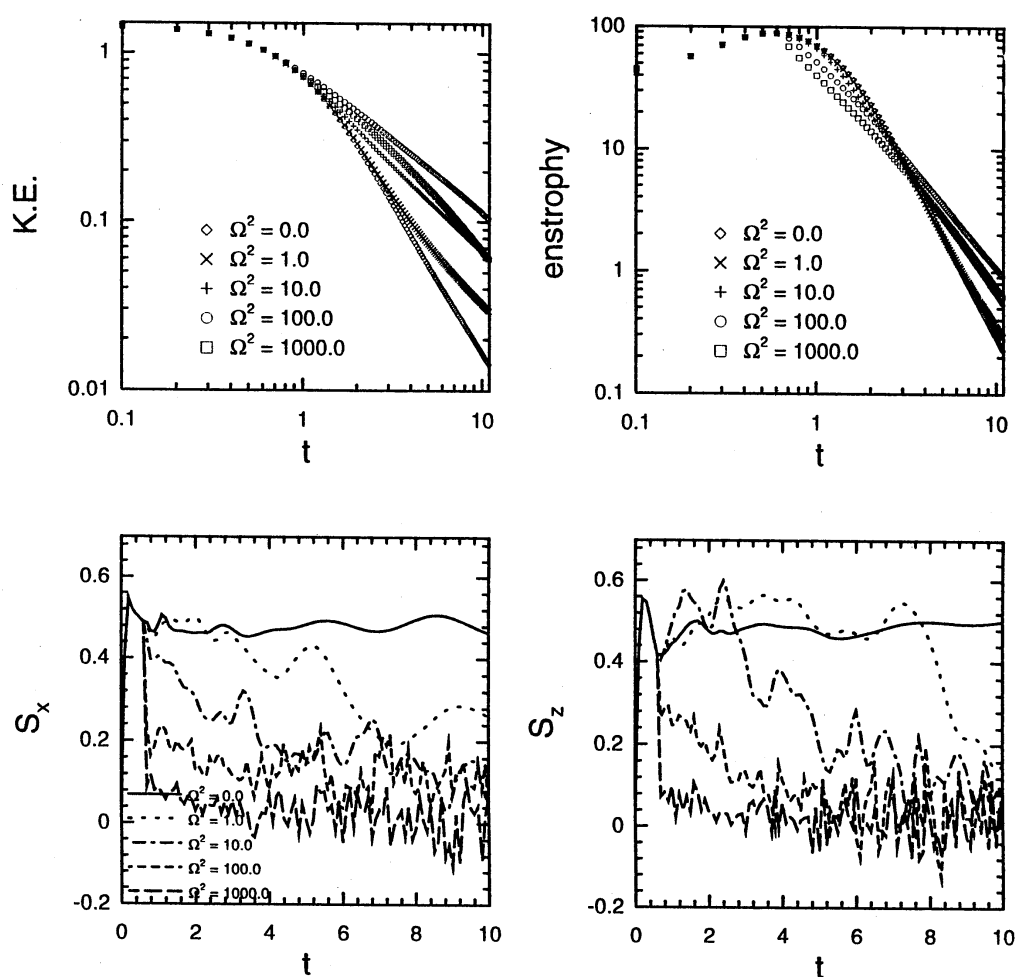


図4： 成層なしの場合の統計量（運動エネルギー、エンストロフィー、 $\frac{\partial u}{\partial x}$ のskewness、 $\frac{\partial w}{\partial z}$ のskewness）の時間変化

以上、まとめると成層は水平面に広がったパンケーキ型の渦を生成しその渦度ベクトルは水平方向を向いているのに対し、回転は鉛直方向に伸びたチューブ型の渦を生成しその渦度ベクトルはやはり鉛直方向を向いていることがわかった。また、 z 方向への異方性については成層のほうがより強く非

線形性を抑制することが観察された。このことは成層乱流に対する線形モデルの可能性を示唆するものである。[2],[3]

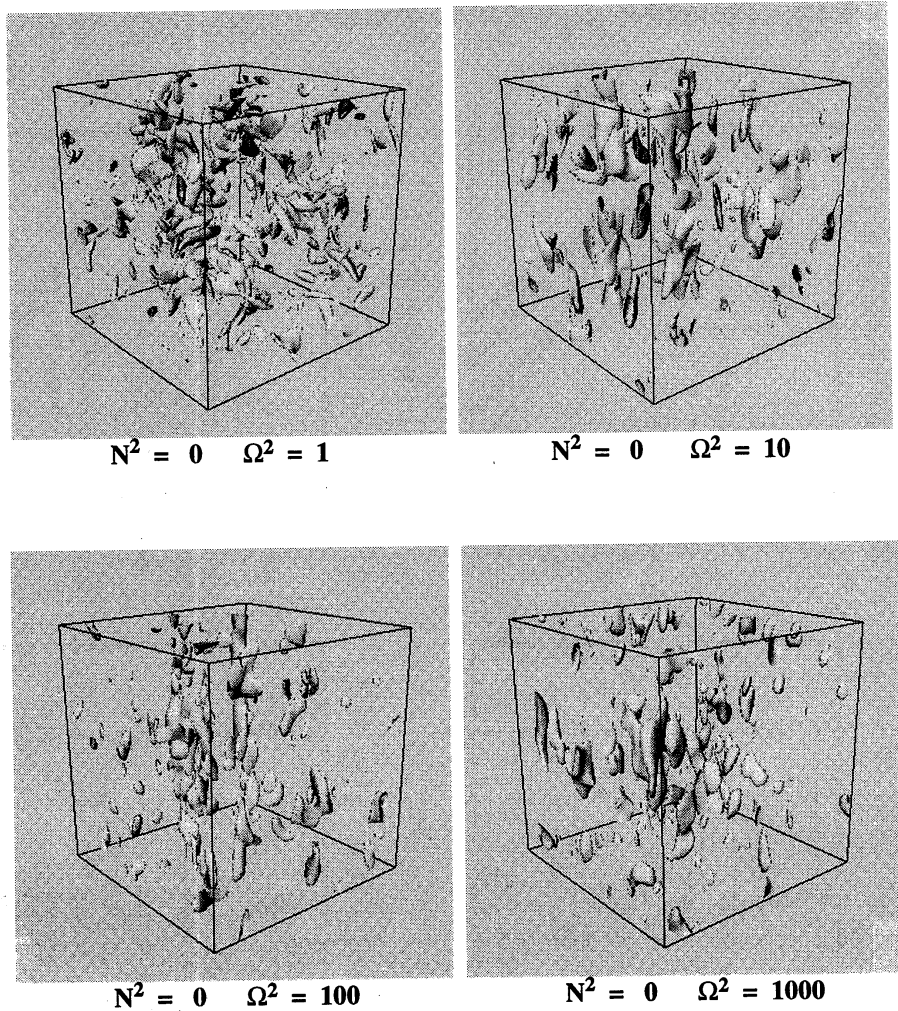


図 5: $t = 5.0$ におけるエンストロフィーの等高面 ($4 \times \text{rms. value}$)。 $\Omega^2 = 1, 10, 100, 1000$

最後に成層と回転が共存する場合であるが最も興味があるのは N も Ω も共に大きく⁴ 圧力勾配とのあいだにある釣合が成り立っている（準地衡流近似）時であろう。McWilliams らは 3 次元準地衡流近似方程式を数地的に解き、鉛直方向の大規模渦（柱）が生成されると報告している。[4] ところがこ

⁴ $N, \Omega \gg \tau^{-1}$, ここで τ は eddy-turnover time scale

ここで今見たように成層と回転は渦構造の生成については決定的に違った特徴を持っており、これらが共存する時にはどちらのタイプの渦ができ易いかという競合状態にあると考えられる。

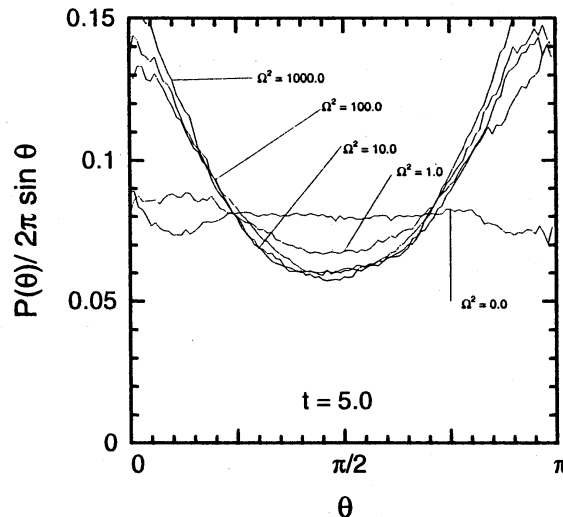


図 6: 渦度ベクトルの方向分布 成層=0、回転 $\neq 0$

なぜ渦柱が選択されるのかは準地衡流近似の物理的意味を解釈するうえで重要な問題であろう。そこで今度は Ω の値を1000と置いて N の値を1, 10, 100, 1000と変えてシミュレーションを行った。他の場合と同じく統計量の時間変化、エンストロフィーの等高面そして渦度ベクトルの方向分布を示したのが図7、8、9である。

図7で最も特徴的なのは skewness の値 (S_x と S_z のどちらも) が速やかに小さくなることである。これは全方向にわたってエネルギーカスケードが抑制されていることを示しており、結果として各種の線形モデルがうまく働くことを予測させる。

図8では特に N も Ω も共に大きい場合 (右下) にスモールスケールの発達を抑えられ大規模な渦が生成されることが顕著に現われている。さらに時間が経過した後にはほとんど z の全領域 ($0 \leq z \leq 2\pi$) に伸びた渦が観察さ

れ3次元準地衡流近似方程式で得られた結果と consistent である。

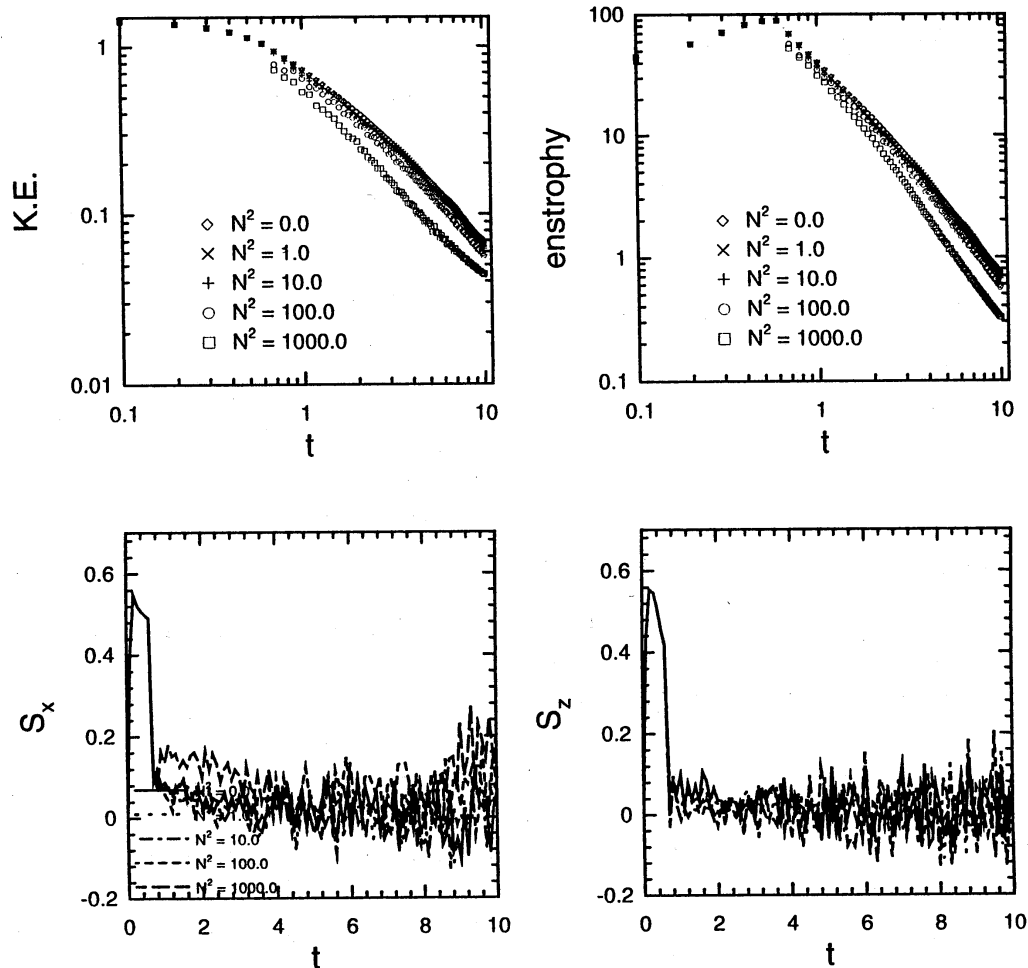


図7: Ω を1000に置いて N を0,1,10,100,1000と変えたときの統計量(運動エネルギー、エンストロフィー、 $\frac{\partial u}{\partial x}$ のskewness、 $\frac{\partial w}{\partial z}$ のskewness)の時間変化

図9の渦度ベクトルの方向分布は成層と回転が単独で存在した時とは違った様子を示している。図3では成層は水平方向に渦度ベクトルを向かせる作用があったが図9では成層が強くなると渦度ベクトルはむしろ鉛直方向を向く傾向がある。この成層と回転の相互作用の渦生成におけるメカニズムの解明はこれからの問題であるといえる。

謝辞: ここで述べた内容は Dr. Jackson R. Herring (National Center for Atmospheric Research, USA) との共同研究の一部である。

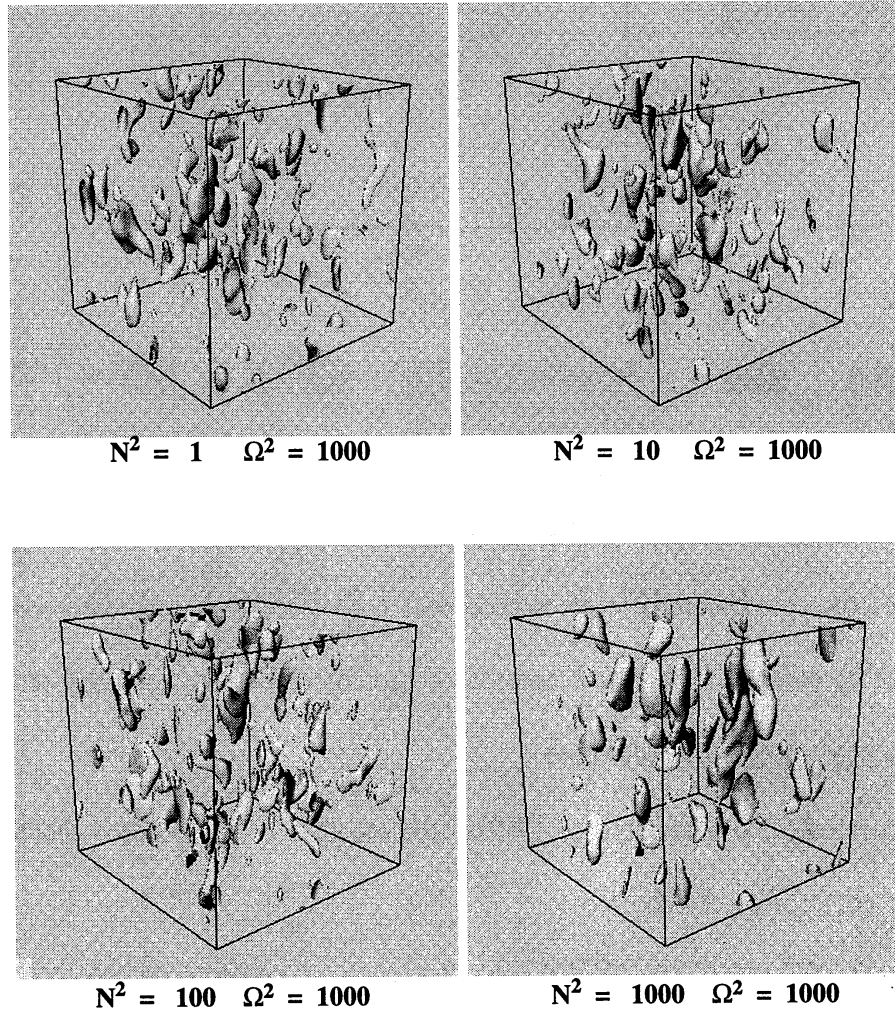


図 8: $t = 5.0$ におけるエンストロフィーの等高面 ($4 \times \text{rms. value}$)。 $\Omega^2 = 1000$, $N^2 = 1, 10, 100, 1000$

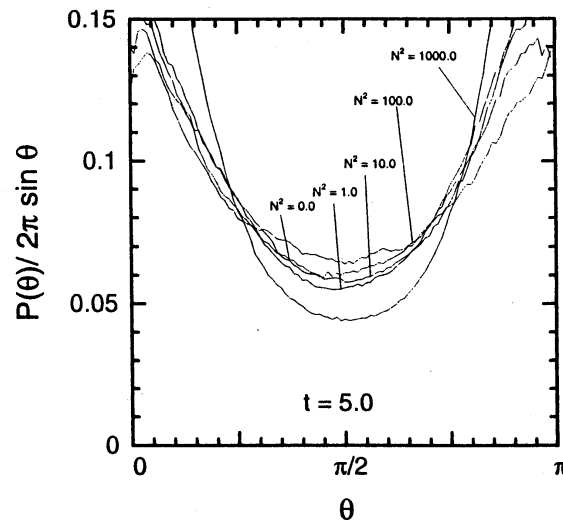


図 9: 渦度ベクトルの方向分布 成層 $\neq 0$ 、回転 = 1000

References

- [1] O., Métais, P. Bartello, E. Garnier, J.J. Riley, & M. Lesieur: Inverse cascade in stably stratified rotating turbulence, to appear in *Dynamics of Atmospheres and Oceans*.
- [2] Y. Kimura & J.R. Herring: Diffusion in stably stratified turbulence, to appear in *J. Fluid Mech.*
- [3] H. Hanazaki & J. C. R. Hunt: Linear processes in unsteady stably stratified turbulence, to appear in *J. Fluid Mech.*
- [4] J.C. WcWilliams, J. B. Weiss, & I. Yavneh: Anisotropy and coherent vortex structures in planetary turbulence, *Science*, **264** (1994) pp. 410–413.