

Lasso 解列挙による下顎骨再建計画に重要な特徴量の抽出

Extraction of Important Features for Mandibular Reconstruction by Enumeration of Lasso Solutions

○ 永井 一希¹, 中尾 恵¹, 上田 順宏², 今井 裕一郎³, 畠中 利英², 松田 哲也¹

¹ 京都大学大学院 情報学研究科

² 奈良県立医科大学

³ 洛和会音羽病院

Kazuki Nagai¹, Megumi Nakao¹, Nobuhiro Ueda², Yuichiro Imai³, Toshihide Hatanaka² and Tetsuya Matsuda¹

¹Graduate School of Informatics, Kyoto University

²Nara Medical University

³Rakuwakai Otowa Hospital

Abstract As implicit medical knowledge and experience are used to determine surgical plans, clarification of decision making is important for systematization of surgical procedures. We propose extraction methods of low dimensional features which are important to determine the number of fibular segments in mandibular reconstruction by enumeration of Lasso solutions. Experiments showed that the extracted four-dimensional features can correctly estimate 91.25% surgeons' plans.

1 はじめに

医療技術の高度化が進む中、医師は医学知識と経験を駆使して、診断や手術などの医療行為を遂行している。CT (Computed Tomography) や MRI (Magnetic Resonance Imaging) などによって計測された患者個人の三次元画像が手術計画や術中支援に広く利用され [1], 情報システムの活用によるさらなる治療プロセスの定量化と効率化が期待されている。例えば、患者自身の腓骨の移植による下顎骨の再建手術 [2][3] では、再建に用いる腓骨片数と下顎骨切除領域への配置を決定する必要があるが、下顎骨の形状の多様性から様々な再建計画が考えられる。現状において、再建計画の立案は過去の症例の習熟と参照に頼る部分が大きく、医師個人の知識や経験への要求が高くなっている。そのため、手技の標準化や客観的な手術計画の立案が求められている。近年では、三次元 CT 画像に対し、CAD (Computer Aided Design) 技術を用いた下顎骨再建システムが研究されており [4][5], 対話的に腓骨の分割・配置をシミュレートすることが可能となった。また、腓骨配置の自動化 [6] や、過去の手術計画データに基づく再建計画の合成 [7] が試みられている。しかし、研究者の洞察に基づいて指標を設計する方式は指標探索に時間を要することに加え、客観性に課題が残る。また、アルゴリズム内で自動算出された特徴量は解剖学的特徴点に基づかず、既存知識との関係性を議論することが困難である。信頼性の高い手術

計画を得るためには、人間による解釈が可能、かつ、一意に算出可能な特徴量を使用することが求められる。

一方で情報科学の分野では、高次元データに普遍的に内在するスパース性を利用することで最大限の情報を効率よく抽出できるスパースモデリング [8] が注目を集めている。データの適合と特徴量の選択を自動で行うために L_1 正則化が用いられ、その一つに Lasso (Least absolute shrinkage and selection operator) 回帰 [9] が知られている。スパースモデリングの考え方を手術計画データに導入することによって、計画の立案に重要となる特徴量を客観的に抽出できる可能性がある。一般に、類似した特徴量が存在する場合、同等の推定性能を持つモデルが複数存在するが Lasso 回帰では一つのモデルしか得られない。そこで、異なる特徴量組を用いたモデルを複数求める Lasso 解列挙 [10] が提案されている。これにより、Lasso 回帰では得られなかった特徴量を用いたモデルが得られるが、このアルゴリズムは二値分類を対象としており、多クラス分類には対応していない。

本研究では下顎骨再建術において用いられる腓骨片数は低次元特徴量 T_0 によって決定できるという仮説を置いている。Lasso 回帰を用いた場合、単純に重みが大きい順に特徴量を選定するだけでは高次元で一通りの特徴量組しか得られない。これに対し、本研究は Lasso 解列挙の考え方を下顎骨再建計画に応用し、腓骨片数の決定に重要な低次元特徴量を複数組列挙することを目指している。過去 10 年間の臨床論文 [3][4] において参照され

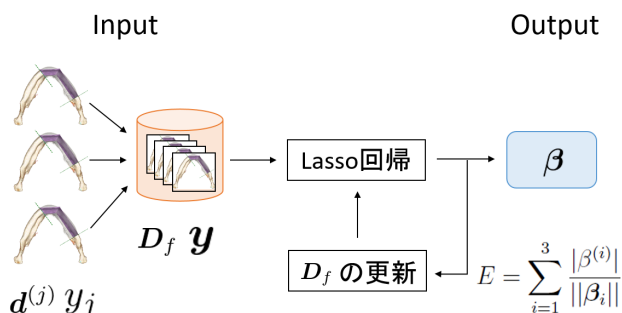


図 1: 提案手法における処理の流れ

た解剖学的名称や医学用語を特徴量として、計画の再現に有効な低次元特徴量を抽出する。特に本論文の学術的な貢献は以下のように整理できる。

- Lasso 解列挙を用いた手術計画に重要となる低次元特徴量の抽出
- 過去の臨床論文に基づく人間が解釈可能な特徴量設計

過去に下顎骨再建を受けた症例の三次元 CT 画像に基づいて医師によって定義された 80 通りの再建計画例を用いて提案概念の有効性を検証する。

2 提案手法

2.1 問題設定

本研究では下顎骨再建術において用いられる腭骨片数は低次元特徴量 T_0 によって決定できるという仮説から、高い推定性能を持つ N 次元特徴量を抽出することを目指す。本目的に対して、Lasso 解列挙の考え方を下顎骨再建計画に応用し、腭骨片数の決定に重要な低次元特徴量を複数組列挙するアルゴリズムを提案する。過去に医師によって対話的に設計された手術計画データをトレーニングデータとし、腭骨片数が 1 本、2 本、3 本の多クラス分類を行う。二値分類を対象する Lasso 解列挙を多クラス分類へ拡張するために、Lasso 回帰によって算出された特徴量の重みから各特徴量が分類に与える影響を指標化する評価値を導入する。提案手法を用いて、下顎骨の特徴や切除領域に基づいて定義された特徴量から計画の再現に有効な低次元特徴量の抽出を目的とする。

提案手法における処理の流れを図 1 に示す。まず症例 j の三次元 CT 画像に対して、下顎骨の特徴や切除領域の情報を格納した特徴ベクトル $d^{(j)}$ および腭骨片数 $y^{(j)}$ を用意する。そしてそれらを症例ごとに並べることで行列 D_f およびベクトル y を得る。本研究では D_f を特徴行列、 y を正解ラベルと呼び入力データとする。従来

の Lasso 回帰ではこれらから回帰係数である β が出力される。提案手法では、出力された β に基づき特徴行列 D_f を更新して再度 Lasso 回帰を行う。これにより β が複数列挙される。本研究では推定結果が正解ラベルと一致する割合を正解率とし、推定性能を示す指標として用いる。

2.2 腭骨片数の多クラス分類

本節では、腭骨片数の多クラス分類について説明する。まず各手術計画データに対し、下顎骨の形状や切除領域に基づいて n 個の特徴量を用意して特徴ベクトル $d^{(j)} = [d_1, d_2, \dots, d_n]^T$ を作成する。さらに特徴ベクトルを行方向に並べることで特徴行列 $D_f = [d^{(1)} d^{(2)} \dots d^{(m)}]^T$ を作成する。ここで m は手術計画データの数を表す。本研究では、線形回帰モデルを用いて腭骨片数の多クラス分類を行う。線形回帰では 2 クラスまでしか分類できないが、このような二値分類器を用いて多クラス分類を行う場合の手法の一つに one-versus-rest 法 [11] が知られている。腭骨片数が 1 本、2 本、3 本の計 3 クラスの分類を行う場合、以下の三つのグループを想定する。

1. 「腭骨片数が 1 本の手術計画データ」と「それ以外のデータ」
2. 「腭骨片数が 2 本の手術計画データ」と「それ以外のデータ」
3. 「腭骨片数が 3 本の手術計画データ」と「それ以外のデータ」

各グループに対し二値分類を行うことで 3 クラスの識別を実現する。そのために以下のように、症例 j に対し 3 次元ベクトル $y^{(j)} = (y_1, y_2, y_3)$ を用いて腭骨片数をラベリングする。

- クラス 1 腭骨片数が 1 本の手術計画データ: $y^{(j)} = (1, 0, 0)$
- クラス 2 腭骨片数が 2 本の手術計画データ: $y^{(j)} = (0, 1, 0)$
- クラス 3 腭骨片数が 3 本の手術計画データ: $y^{(j)} = (0, 0, 1)$

各手術計画データに対しラベリングを行い、その後 y_i ごとに並べて正解ラベル群 $y_i = [y_i^{(1)} y_i^{(2)} \dots y_i^{(m)}]^T$ ($i = 1, 2, 3$) を作成する。このとき y_i に注目することで、クラス i とそれ以外のクラスの識別が可能となり、想定した三つのグループを表すことができる。したがって、 y_1, y_2, y_3 に対し二値分類を行い、最も大きな値が割り振ら

れた $\hat{y}_i$ に対応するクラスが肋骨片数の推定結果であるとする。二値分類の方法については 2.3 節で説明する。

2.3 Lasso 解列挙による特徴抽出

初めに前節で定義した y_1, y_2, y_3 に対し二値分類を行う方法について説明する。各特徴量のスパースな重み付き線形結合によって正解ラベル群 $\mathbf{y}_i$ を表現するために、重みベクトル $\beta_i = [\beta_1^{(i)} \beta_2^{(i)} \dots \beta_n^{(i)}]^T$ ($i = 1, 2, 3$) に対し、目的関数を式 (1) で定義しこれを最小化することでスパースな重みベクトル β_i^* を得る [9]。 L_1 正則化において効率的に適切な解を得るアルゴリズムは数多く存在するが、本研究ではその一つの ADMM 法 [12] を用いる。

$$L(\beta_i) = \|\mathbf{y}_i - \mathbf{D}_f \beta_i\|_2^2 + \lambda \|\beta_i\|_1 \quad (1)$$

ここで λ は β_i のスパース性を制御するパラメータであり、正則化係数と呼ばれる。本研究では、 β_i の非ゼロ要素に対応する特徴量が抽出されたとみなす。得られた $\beta_1^*, \beta_2^*, \beta_3^*$ と手術計画データの特徴ベクトル $\mathbf{d}^{(j)}$ の内積を計算し、最も大きな値となった $\hat{y}_i^{(j)}$ に対応するクラスが推定する肋骨片数となる。

次に、提案する特徴量を自動抽出するアルゴリズムについて説明する。このアルゴリズムでは Lasso 解列挙を導入することで、Lasso 回帰では得られなかった特徴量を含む複数の特徴量組を列挙することを試みる。Hara らの Lasso 解列挙では、Lasso 回帰により算出された重みベクトル β の各成分の大きさ、すなわち各特徴量について得られた重みの大きさに注目し特徴量組を列挙している。しかし本研究では肋骨片数の多クラス分類を対象としており、 y_1, y_2, y_3 に対し異なる三つの重み $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ が得られる。このとき、 $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ はそれぞれで重みのスケールが異なるため、単純に各特徴量について得られる重みを比べられず、Hara らの手法を用いることができない。そこで、各特徴量が肋骨片数の多クラス分類に与える影響を指標化する評価値 E を次式で定義する。

$$E = \sum_{i=1}^3 \frac{|\beta^{(i)}|}{\|\beta_i\|} \quad (2)$$

全ての特徴量に対し、式 (2) に基づいて評価を行う。このとき評価値 E が大きい特徴量ほど多クラス分類に与える影響が大きいと考えられる。したがって、評価値 E を列挙の指針として Lasso 解列挙を導入することで多クラス分類に拡張し、評価値の大きさ上位 N 個の特徴量組を列挙する枠組みが与えられる。

以上より、 N 次元特徴量を列挙するアルゴリズムの流れは以下の通りとなる。

N 次元特徴量の列挙アルゴリズム

STEP 1 特徴行列 $\mathbf{D}_f$ に対し、式 (1) より、重みベクトル $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ と三つの目的関数値 $L(\beta_1), L(\beta_2), L(\beta_3)$ の和 Q を得る。

STEP 2 全ての特徴量に対し、式 (2) に基づき評価を行い、評価値 E の大きさ上位 N 個の特徴量組 T を得る。 $(T, Q, \mathbf{D}_f)$ を解の候補として保持する。

STEP 3 保持する解の候補のうち、三つの目的関数値の和が最小のものを k 番目の解として出力する。

STEP 4 STEP 3 で出力した解の全ての特徴量 t に対し、以下の操作を行う。

- (a) 特徴行列 $\mathbf{D}_f$ から特徴量 t に対応する列を取り除き、新たに特徴行列 $\mathbf{D}_f$ を作成する。
- (b) 特徴行列 $\mathbf{D}_f$ に対し、式 (1) より、重みベクトル $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ と三つの目的関数値 $L(\beta_1), L(\beta_2), L(\beta_3)$ の和 Q を得る。
- (c) 全ての特徴量に対し、式 (2) に基づき評価を行い、評価値 E の大きさ上位 N 個の特徴量組 T を得る。 $(T, Q, \mathbf{D}_f)$ を解の候補として保持する。

STEP 5 STEP 3, STEP 4 を繰り返す。

提案手法では、重要特徴量として抽出されたものに対し、それ以外の特徴量を用いて分類および特徴量抽出を行うことで Lasso 回帰を一度適用するだけでは得られなかった特徴量を抽出する。まず STEP 1, STEP 2 では、全ての特徴量を用いて多クラス分類を行い、評価値の大きさが上位 N 個の特徴量組 T を得て、解の候補として保持する。STEP 3 では、保持している解のうち目的関数値の和が小さいものから順に解として出力するが、この段階ではまだ 1 つしか保持していないため、そのまま 1 番目の解として出力する。このとき出力される特徴量組は従来の Lasso 回帰に対して評価値に基づいて選択した際に得られる特徴量組と同じであるが、それらが肋骨片数の決定において高い推定性能を示す特徴量であることは保証されない。そこで、出力した解の全ての特徴量に対して STEP 4 を行うことでそれ以外の特徴量の抽出を試みる。まず、特徴行列 $\mathbf{D}_f$ から出力された特徴量 t に対応する列を取り除いて得られた特徴行列を新たに $\mathbf{D}_f$ とし、 $\mathbf{D}_f$ を用いて分類および特徴量抽出を行い解の候補として保持する。STEP 4 は STEP 3 で出力された

N 個の特徴量に対して行われるため、新たに N 個の特徴量組が得られ解の候補として保持される。保持されている解の候補のうち、最も目的関数値の和が小さいものを次の解として出力する。ただし、このとき出力されなかった特徴量組はそのまま解の候補として保持される。STEP 3, STEP 4 を繰り返すことで、異なる N 次元特徴量を列挙することができる。このとき列挙数は問題依存となる。また本アルゴリズムでは、STEP 4(a) において列を取り除くことにより特徴行列の大きさが変わることを避けるために、対応する列を全て 0 に置き換え特徴行列 D_f を更新した。これら二つの特徴行列から算出される各特徴量の重みは同じであることを予備実験により確認している。

最後に、出力された N 次元特徴量の推定性能の評価方法について説明する。全ての特徴量を用いる場合、前述の通り得られた $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ と手術計画データの特徴ベクトル $d^{(j)}$ の内積を計算し、腭骨片数を推定する。そこで、得られた評価値の大きさの上位 N 個の特徴量より下位の特徴量に対応する重みをゼロに置き換え、 $\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2, \hat{\beta}_3$ を作成する。これらと手術計画データの特徴ベクトルの内積を計算することで、 N 次元特徴量のみを用いて腭骨片数を推定することができ、正解ラベルと一致する割合を正解率として推定性能の評価を行う。

3 実験

本章では提案手法の有効性を検証するために、過去に下顎骨再建術を受けた患者 10 名の三次元 CT 画像を対象に特徴量の抽出と腭骨片数の推定に関する実験を行う。最初に、医師の指導の下で過去の下顎骨再建術を模擬した手術計画データを取得し、その後下顎骨の形状や切除領域より特徴量を取得する。得られた特徴量群を入力、腭骨片数を出力とした Lasso 解列挙による特徴量抽出を試み、Lasso 回帰との比較を通して提案手法の有効性を示す。

3.1 手術計画データ

まず、使用する手術計画データについて説明する。最初に、過去に下顎骨再建術を受けた患者 10 名の頭部および下肢の三次元 CT 画像に対して医用画像処理ソフトウェアを用いて手動で関心領域を設定し、下顎骨領域および腭骨領域を抽出した。次に切除領域による違いを評価するために、医師の指導の下で図 2 に示す 6 種類の切断面を定義した。各切断面は下顎骨の解剖学的特徴に基づいて決定しており、 C_0 : 下顎枝、 C_1 : 正中と C_0 の中点、 C_2 : C_3 の正中に関する対称点、 C_3 : 正中と C_5 の中点、 C_4 : C_3 と C_5 の

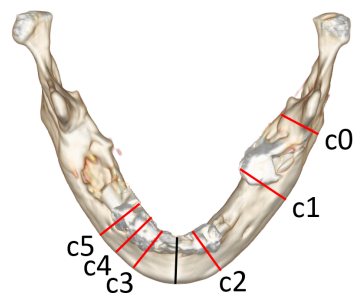


図 2: 切除領域を定義する面

中点、 C_5 : オトガイ孔とした。これらの切断面を用いて、 $(C_0, C_2), (C_0, C_3), (C_0, C_4), (C_0, C_5), (C_1, C_2), (C_1, C_3), (C_1, C_4), (C_1, C_5)$ の 8 種類の切除領域を各下顎骨データに対して設定した。以上のようにして作成した計 80 例のデータに対し、使用する腭骨片数が 1 本、2 本、3 本の場合を想定し、1 名の医師により専門的見地から最適な腭骨片数とその配置を対話型の下顎骨再建計画システムを用いて決定し、計 80 例の手術計画データを取得した。提案手法では、各手術計画データに対し選択された腭骨片数から正解ラベル群 y_1, y_2, y_3 を作成した。

次に、使用する特徴量について説明する。本実験では、過去 10 年間程度の臨床論文より解剖学的名称や医学用語として定義された指標を選定し特徴量として使用する。座標系への依存を排除するため座標値そのものは用いず、各特徴量は全て距離や角度とする。まず解剖学的特徴点として図 3 に示すように、左右の下顎頭、下顎角、オトガイ孔、オトガイ結節の 8 点を設定する。これらの特徴点から以下の 49 次元の特徴量が定義され、 $F_1, F_2, \dots, F_{49}$ とする。

- 前下顎下縁から下顎頭間ラインまでの距離 : 1 次元
- 前部下顎角 : 1 次元
- 後部下顎角 : 2 次元
- 下顎頭角 : 1 次元
- 解剖学的特徴点間の距離 : 28 次元
- 左右の切断点と解剖学的特徴点間の距離 : 16 次元

前下顎下縁から下顎頭間ラインまでの距離は下顎の下縁で最も前方に突出している点と左右の下顎頭を結ぶ線との距離として定義する。前部下顎角は、左右の下顎角とオトガイ結節を結ぶ線分のなす角で定義される。後部下顎角は、下顎角と下顎頭を結ぶ線分と下顎角とオトガイ結節を結ぶ線分のなす角で定義され、左右に二つ存在する。下顎頭角は、左右の下顎頭と下顎角を結ぶ線分のな

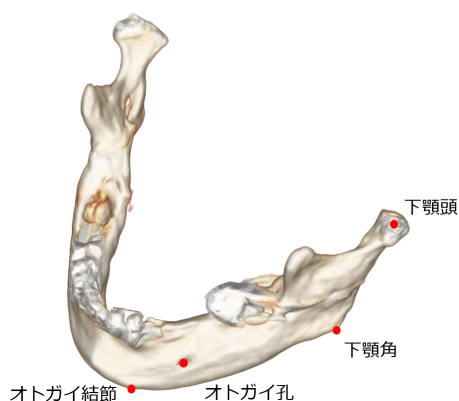


図 3: 解剖学的特徴点

す角で定義される。また、患者の下顎形態に関する情報をより多く特徴量として組み込むために、解剖学的特徴点の全ての組み合わせ (${}_8C_2 = 28$ 通り) の距離を使用する。また、左右 2 点の切断点と解剖学的特徴点の距離 ($2 \times 8 = 16$ 通り) を使用することで、切断面を相対位置で表現し、特徴量に組み込む。

本実験では異なる単位系の値を特徴量として使用するため、以下の手順で各特徴量を算出し正規化する。

1. 三次元 CT 画像上で解剖学的特徴点と切断点を目視で確認し、その三次元座標を手動プロットで取得して各特徴量を算出する
2. 各特徴量は算出後にそれぞれの特徴量内で最小値が 0, 最大値が 1 になるように正規化する

10 症例 CT データ 8 切除領域の計 80 例全ての手術計画データに対し、定義した 49 の特徴量を算出し特徴ベクトルを作成する。その後症例ごとに並べて特徴行列 D_f を作成し、入力データとして用いる。

3.2 Lasso 解列挙による特徴抽出

本実験では、提案手法を用いて腭骨片数の分類問題において推定性能の高い低次元特徴量を複数組求めることを目的とする。提案手法の有効性を検証するために、以下の 2 条件において評価値 E に基づき抽出される N 次元特徴量のみを用いて腭骨片数を推定し正解率を求める。

条件 1 Lasso 回帰を一度適用した場合

条件 2 提案手法を用いた場合

条件 1 では、Lasso 回帰を一度適用し、算出された重みベクトル $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ より式 (2) に基づいて評価値 E を算出し、評価値の大きさの上位 N 個の特徴量組を得る。得られた特徴量組より下位の特徴量に対する重みをゼロ

N	条件 1 (従来手法)	条件 2 (提案手法)
3	22.5%	81.25%(1 組)
4	60%	91.25%(1 組)
5	78.75%	90%(3 組)

表 1: $\lambda = 1.0$ における条件 1, 条件 2 の結果

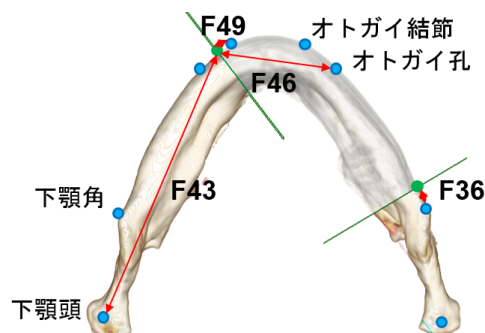


図 4: 4 次元特徴量組

として腭骨片数の推定を行った。条件 2 の提案手法では N 次元特徴量を列挙するが、本実験では列挙する特徴量組を 1000 とした。1000 個の特徴量組の中で最も正解率が高くなった特徴量組を選択し、条件 1 と比較する。抽出する特徴量次元は $N = 3, 4, 5$ とする。正則化係数は、数通りを試して正解率が最も良くなった $\lambda = 1.0$ を採用する。

$N = 3, 4, 5$ において条件 1, 条件 2 より得られた特徴量組による正解率を表 1 に示す。条件 2 では、最も高い正解率を示した特徴量組の数を同時に示す。 $N = 3, 4, 5$ いずれの場合も、提案手法によって Lasso 回帰を用いて得られる特徴量組よりも推定性能の高い特徴量組が得られた。また条件 1 の結果より Lasso 回帰のみを用いた場合、低次元かつ高い推定性能を持つ特徴量組を抽出することは困難であることが示唆される。

提案手法によって抽出された特徴量組について考察する。例として 91.25% の推定性能を持つ 4 次元特徴量を図 4 に示す。図は下側から見た下顎骨となっている。青点は解剖学的特徴点を示し、緑点および緑線は切断点および切断面を示す。赤の矢印は抽出された特徴量を示している。ここで F36 は左切断点と左下顎角の距離、F43 は右切断点と右下顎角の距離、F46 は右切断点と左オトガイ孔の距離、F49 は右切断点と右オトガイ結節の距離となっている。抽出された特徴量はいずれも距離であり一方の点が切断点となっていることから、解剖学的特徴点に対する切断面の相対位置が腭骨片数の決定に重要であることが示唆される。F1 から F33 までの患者元来の

下顎形態に関する特徴量が抽出されなかった理由の一つとして、使用した CT データには形態的な差異が少なかったことが考えられる。実際には、下顎が一部欠損していたり変形している場合もあるため、より多様な下顎形態での検証が望まれる。

4 結論

本研究では手術計画を決定する上で重要視される特徴量を抽出することを目的として、下顎骨再建手術を対象に再建に用いられる腓骨片数の決定に重要な特徴量の自動抽出アルゴリズムを提案した。提案手法では、各特徴量が分類に与える影響を指標化する評価値によって多クラス分類に拡張した Lasso 解列挙を導入し、高い推定性能を示す低次元特徴量を複数組抽出した。

医師の指導の下で過去の下顎骨再建術を模擬した 80 例の再建計画例を取得し、腓骨片数を推定する実験を行った。提案手法で得られる特徴量組と Lasso 回帰で得られる特徴量組の推定性能を比較して提案手法の有効性を確認した。提案手法によって、過去 10 年間の臨床分野において参照されてきた解剖学的名称や医学用語で定義された 49 の特徴量の中から 91.25% の推定性能を持つ 4 次元特徴量の抽出に成功した。

今後の課題として、下顎欠損を含む多様な下顎形態データでの実験を行うことが挙げられる。また、腓骨片数のみではなく腓骨片の配置を対象に特徴量の抽出を行い、手術手技の体系化に繋げていきたい。

参考文献

- [1] M. Nakao, S. Endo, S. Nakao, M. Yoshida and T. Matsuda, "Augmented Endoscopic Images Overlaying Shape Changes in Bone Cutting Procedures", *PLoS One*, Vol. 11, No. 9, e0161815, Sep 2016.
- [2] A. F. Flemming, M. D. Brough, N. D. Evans, H. R. Grant, M. Harris, D. R. James, M. Lawlor and I. M. Laws, "Mandibular Reconstruction Using Vascularised Fibula", *Brit. J. Plastic Surg.*, Vol. 43, No. 4, pp. 403-409, Jul 1990.
- [3] J. S. Brown, C. Barry, M. Ho, R. Shaw, "A New Classification for Mandibular Defects after Oncological Resection", *The Lancet Oncology*, Vol. 17, No. 1, e23-e30, Jan 2016.
- [4] A. K. Antony, W. F. Chen, A. Kolokythas, K. A. Weimer, and M. N. Cohen, "Use of Virtual Surgery and Stereolithography-guided Osteotomy for Mandibular Reconstruction with the Free Fibula", *Plastic and Reconstructive Surgery*, Vol. 128, No. 5, pp. 1080-1084, Nov 2011.
- [5] M. Nakao, M. Hosokawa, Y. Imai, N. Ueda, T. Hatanaka, T. Kirita and T. Matsuda, "Volumetric Fibular Transfer Planning with Shape-based Indicators in Mandibular Reconstruction", *IEEE Journal of Biomedical and Informatics*, Vol. 19, No. 2, pp. 581-589, Mar 2015.
- [6] M. Nakao, S. Aso, Y. Imai, N. Ueda, T. Hatanaka, M. Shiba, T. Kirita and T. Matsuda, "Automated Planning with Multivariate Shape Descriptors for Fibular Transfer in Mandibular Reconstruction", *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, Vol. 64, No. 8, pp. 1772-1785, Aug 2017.
- [7] R. Kawasaki, M. Nakao, Y. Imai, N. Ueda, T. Hatanaka, M. Shiba, T. Kirita, T. Matsuda, "Sparse Shape Model for Fibular Transfer Planning in Mandibular Reconstruction", *38th Annual International Conference of the IEEE Engineering in Medicine and Biology Society (EMBC)*, pp. 2508-2511, Aug 2016.
- [8] 田中 利幸, "圧縮センシングの数理", *IEICE Fundamental Review*, Vol. 4, No. 1, pp. 39-47, 2010.
- [9] R. Tibshirani, "Regression Shrinkage and Selection via the Lasso", *Journal of the Royal Statistical Society : Series B (Statistical Methodology)*, Vol. 58, No. 1, pp. 267-288, 1996.
- [10] S. Hara and T. Maehara, "Enumerate Lasso Solutions for Feature Selection", *In Proceedings of the Thirty-First AAAI Conference on Artificial Intelligence*, 2017.
- [11] U. Kressel, "Pairwise Classification and Support Vector Machines", *Advances in kernel methods: support vector learning*, The MIT Press, pp. 255-268, 1999.
- [12] S. Boyd, N. Parikh, E. Chu, B. Peleato, and J. Eckstein, "Distributed Optimization and Statistical Learning via the Alternating Direction Method of Multipliers", *Foundations and Trends in Machine Learning*, Vol. 3, No. 1, pp. 1-122, 2011.