

多目的貯水池の容量配分に関する OR 的研究

矢野 勝正・石原 安雄

OPERATIONS RESEARCH AND WATER STORAGE CAPACITIES OF MULTI-PURPOSE RESERVOIRS

by Dr. Eng. Katsumasa YANO and Dr. Eng. Yasuo ISHIHARA

Synopsis

In order to prevent or decrease the damage resulting from a flood and to utilize the water most effectively, the multi-purpose reservoir projects have been planned, in many rivers, and high dams are constructing. As a large amount of construction cost is desired in performing those projects, it is our urgent problem, among others, how to decide scales and locations of reservoirs reasonably. In this paper, the decision problems of locations and storage capacities of flood control reservoirs in a river, and of the bounded elevation in a multi-purpose reservoir between the storage capacity for flood control and the one for water utilization were discussed by the use of Bellman's principle of optimality in dynamic programming. Furthermore, the fundamental equations in these two decision processes were proposed, and a computational example of decision of the bounded elevation in the Asahigawa multi-purpose reservoir was explained.

1. ま え が き

近年わが国の洪水災害を防止軽減する有力な手段として、貯水池による洪水調節が大きくとりあげられ、各所で大ダムの建設が盛んに行なわれ、また計画されつつある。ところで、こうしたダムは治水の目的だけでなく、利水の目的をも兼ねさせると、その経済性が大きく向上し、しかも水資源開発の観点からも有用であるところから、いわゆる多目的ダムとして建設されることが多い。さらに、わが国の河川流域の開発はかなり進んでおり、しかも地形が急峻なために、このようなダムが本川の下流部に設けられることはほとんどない。多くの場合は、防災対象地区よりかなり上流に設置され、時としては必要な貯水容量を確保するために、2, 3の支川に数コ建設されることもある。

さて、このような一水系にある1コあるいは数コの多目的貯水池は、合理的に計画され、しかも所期の目的を完全に発揮するよう有機的に操作されなければならないことはいうまでもない。しかしながら、治水と利水の利害が相反していることや、各支川からの出水状況の予知およびそれらの合流形態などに未解明の点が多いことなどのために、こうした課題に対する明確な解答をうることはかなり難かしい。

本文は多目的貯水池における容量配分問題をオペレーションズ・リサーチ（以下ではORと略す）の手法を用いて、2, 3の条件の場合を考究したものであるが、洪水調節を含む容量配分問題には、この他にも多くの重要課題が残されていることはいうまでもない。しかし、ここで述べた手法を適宜応用することによって、そうして問題を解明することができるものと思われる。

2. 容量配分に関する基礎的考察

洪水調節を含む多目的貯水池の容量配分問題を検討する前に、以後の考察の基礎となる若干の事項につい

て考察を加えておく。

特定多目的ダム法第30条には、「多目的ダムの操作は流水によつて生ずる公利を増進し、および公害を除去し、または軽減するとともに、ダム使用権を侵害しないよう行なわなければならない」と述べられている。ダムの操作とは、ゲートを開閉して流水を貯溜したり放流したりすること、およびこれらに関連した諸行為を指している。したがって、治水、利水の効果はダムの操作方法によつて変わるわけで、洪水調節を含む多目的貯水池の容量配分は、ダムの操作方法を勘案しながら決定しなければならないことになる。

ところで、われわれは現在河川を利用し、また時としては洪水災害を受けながら社会生活を営んでいる。すなわち、利水面では水道用水、かんがい用水、工業用水など他に代替することができないものを河川から取水している。また、治水面では社会生活の安定という点から、ある確率の洪水以下の出水に対しては絶対に災害を受けないよう要求され、それに対する防護措置を行なっているわけである。したがって、治水、利水の両面とも金銭で見積ることができない最低線があると考えることができよう。多目的ダムを築造した場合にも、当然このような最低必要量を確保しなければならないと考えられる。したがって、ダムの操作によつてえられる利益を見積る場合には、この最低線を越える部分についてのみ計算してよいわけであつて、ダムの最適操作はこうして計算される治水、利水の利益の総額が最大となるもので与えられるとしてよいであろう。

以上述べたように、洪水調節を含む多目的貯水池においては、その貯水容量を治水および利水の両目的のために使用するわけであるが、この場合、一方の目的のために貯水容量を全面的に使用することによつて、他の目的を侵害することは許されない。また、現段階では多くの場合、的確な洪水予報が期待しにくい。そこで、貯水池容量を洪水調節という治水の目的に使用する部分と、各種の利水の目的に使用する部分とに分けて、いわゆる制限水位を設けるのが普通である。

以上は多目的貯水池の経済効果という点を主眼とした考察であつたが、実際の問題に対しては、必ずしもこのような取り扱いで満足することができる場合だけとは限らない。流域開発が急激に進展してその経済活動が活発化し、しかも大災害を起こす可能性がある場合には、洪水調節用貯水容量の確保が急務となる。このような場合には、治水を第一の目的として貯水容量を確保したのち、利水を第二の目的と考えて、多目的貯水池を計画しなければならないだろう。以下においては簡単のために、このような場合の容量配分について考察し、ついで、前述の制限水位の問題を究明していくつもりである。

3. 洪水調節用貯水池群における貯水容量の配分

一つの水系に多数の洪水調節用貯水池を計画する場合に、どの地点にどれだけの調節容量をもつ貯水池を築造するのがもつとも経済的であるかという問題について考えてみよう。この問題は、単一目的、すなわち洪水調節のみを対象としているので、多目的貯水池群における容量配分の問題とは直接関係がないようにみえるが、上述したような洪水調節用容量を先きどりしなければならない場合や、社会生活上必要な最低の貯水容量を先きどりする場合などに適用することができるだろう。

さて、このような容量配分問題は、所期の洪水調節効果を確保するためのもつとも経済的な洪水調節用貯水容量の配分の問題である。さらに、対象としている水系のどの地点で貯水池を計画するかによつて、並列の場合、直列の場合、両者が混合している場合の三つのものが考えられるが、ここでははじめの場合についてのみ説明する。しかし、後二者の場合に対しても、以下で述べる手法を適宜利用することによつて、容易に最適解を求めることができる。

(1) 基 礎 式

Fig. 3-1 に示すように、一水系に並列に設けられた洪水調節池群について考えるわけであるが、ダムの建設地点はあらかじめ決定されており、地形、地質などの条件から、その可能な最大の貯水容量が定まつているものとする。したがって、この場合には、下流部の計画高水流量 Q_0 を一定としたとき、全貯水池群の

建設費を最小とするような貯水容量の配分を決定すればよいことになる。**Fig. 3-1** に示したように、つぎの記号を用いる。

Q_i : i 番目の貯水池への流入洪水の最大流量,

Q_i' : i 番目の貯水池からの最大放流量,

V_i : i 番目の貯水池において、 Q_i を Q_i' に調節するのに必要な貯水容量,

q_i : q_i' の洪水と残流域からの洪水(最大流量を q_i'' とする)とが合流したときの最大流量,

q_i' : 最大流量が q_{i-1} の洪水と、放流洪水 Q_i' とが合流したときの最大流量、ただし、 $q_1' = Q_1'$ である。

したがって、 $q_n = Q_0$ でなければならぬ。

さて、 $Q_1, Q_2, \dots, Q_n, q_1'', q_2'', \dots, q_n''$ は治水計画に定められた基本高水に対する各支川および各残流域からの出水の最大流量であらうと与えられるべき性質のものである。換言すると、これらの出水が合流して下流部の対象地点に流達する洪水の最大流量を、貯水池によつて計画高水流量 Q_0 に調節するように計画されるわけである。

一般に、 Q_i' と q_{i-1} とが合流して q_i' となるから、それらの間には関数関係が成立するはずである。すなわち、

$$Q_i' = Q_i'(q_{i-1}, q_i') \quad \dots\dots\dots (3.1)$$

一方、 q_i' と q_i'' とが合流して q_i となるが、 q_i'' に対応する hydrograph はあらかじめ与えられているので、 q_i は q_i' によつてきまる。この関係を(3.1)式に用いると、

$$Q_i' = Q_i'(q_{i-1}, q_i) \quad \dots\dots\dots (3.2)$$

の関係がえられる。つぎに、最大流量が Q_i の洪水を V_i の貯水容量をもつ貯水池で調節するときには、 Q_i の洪水を既知としているから、洪水調節方式を一定に保ち、(3.2)式の関係を考慮すると、結局、つぎの関係がえられる。

$$V_i = V_i(Q_i, Q_i') = V_i(q_{i-1}, q_i) \quad \dots\dots\dots (3.3)$$

さて、ダム地点 i に有効な洪水調節容量 V_i を確保するための費用(建造費)を $f_i(V_i)$ とすると、(3.3)式より、

$$f_i(V_i) = f_i\{V_i(q_{i-1}, q_i)\} \quad \dots\dots\dots (3.4)$$

となる。したがって、 i 番目の貯水池から、 n 番目のものまでを建造するのに要する費用 F_i は次式で与えられる。

$$F_i = \sum_{j=i}^n f_j\{V_j(q_{j-1}, q_j)\} = f_i\{V_i(q_{i-1}, q_i)\} + \sum_{j=i+1}^n f_j\{V_j(q_{j-1}, q_j)\} \quad \dots\dots\dots (3.5)$$

そこで、Bellman の最適性の原理²⁾によつて、 F_i を最小にするような V_i を決定すればよいことになる。すなわち、* でもつて最適値を表わすことにすると、

$$F_i\{V_i^*(q_{i-1})\} = \min_{\text{var. } q_i} [f_i\{V_i(q_{i-1}, q_i)\} + F_{i+1}\{V_{i+1}^*(q_i)\}] \quad \dots\dots\dots (3.6)$$

によつて、貯水池 i の最適容量 V_i^* を q_{i-1} のみの関数として求めることができる。

(2) 制 約 条 件

この場合の制約条件はつぎの二つである。その一つは貯水容量に対するもので、 i 番目のダムにおいて、地形的条件から定まる最大容量と、1~ i 番目までの貯水池で必要とされる洪水調節を i 番目の貯水池のみで調節するとしたときに要する貯水容量とのうちで小さいものを $\bar{V}_i$ とすると次式で与えられる。

$$0 \leq V_i \leq \bar{V}_i \quad \dots\dots\dots (3.7)$$

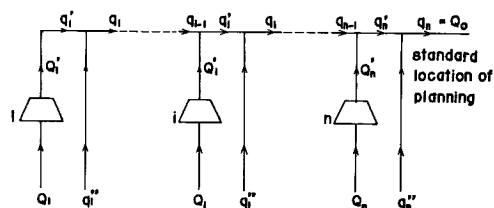


Fig. 3-1 Noattention and schematic figure of a group of reservoirs

他の一つは流量に対するもので、合流条件から、

$$0 \leq q_i \leq \sum_{j=1}^i (Q_j + q_j'') \dots\dots\dots (3.8)$$

および、計画高水流量を一定値に保つという条件から、

$$q_n' = q_n''(Q_0, q_n'') = \text{一定}, \text{または } q_n = Q_0 = \text{一定} \dots\dots\dots (3.9)$$

で与えられる。

(3) 解析の順序

結局、いまの問題に対しては、(3.7)、(3.8) および (3.9) 式で与えられる制約条件のもとで、(3.6) 式の解を求めればよいことになる。そのためには、まず n 番目の貯水池に着目すると、(3.9) 式の条件があるので、(3.3) 式によつて貯水容量 V_n は q_{n-1} のみの関数として一義的に与えられる。したがつて、この関数自体が $V_n^*(q_{n-1})$ となり、建設費は (3.4) 式より $f_n\{V_n^*(q_{n-1})\}$ によつて与えられる。つぎに、 $n-1$ 番目の貯水池に対しては、(3.6) 式より、

$$F_{n-1}\{V_{n-1}^*(q_{n-2})\} = \min_{\text{var. } q_{n-1}} [f\{V_{n-1}(q_{n-2}, q_{n-1})\} + f_n\{V_n^*(q_{n-1})\}] \dots\dots\dots (3.10)$$

を満足するように、貯水池容量 V_{n-1}^* を q_{n-2} の関数として決定する。以下同様にして下流から上流に向つて順次計算を進めることによつて、 $V_n^*(q_{n-1}), \dots, V_i^*(q_{i-1}), \dots, V_2^*(q_1)$ および $f_n\{V_n^*(q_{n-1})\}, \dots, F_i\{V_i^*(q_{i-1})\}, \dots, F_2\{V_2^*(q_1)\}$ まで求めることができる。

ところが、1 番目の貯水池に対しては、それより上流に貯水池がないので、(3.6) 式を多少変えなければならぬ。すなわち、

$$F_1\{V_1^*(q_1^*)\} = \min_{\text{var. } q_1} [f_1\{V_1(q_1)\} + F_2\{V_2^*(q_1)\}] \dots\dots\dots (3.11)$$

となる。したがつて、上式を満足するような $F_1\{V_1^*(q_1^*)\}$ を求めれば、所要の洪水調節機能を有し、しかも貯水池群の建造費を最小とするような容量配分が決定される。すなわち、最小の建造費が $F_1\{V_1^*(q_1^*)\}$ で与えられるとともに、1 番目の貯水池の最適容量 $V_1^*(q_1^*)$ 、および残流域からの出水をも加味した最適の最大放流量 q_1^* が求められる。こうして q_1^* が定められると、先きに求めた $V_2^*(q_1)$ の関係から 2 番目の貯水池容量の最適値は $V_2^*(q_1^*)$ で与えられる。つぎに、(3.3) 式の関係より、上で求めた $V_2^*(q_1^*)$ および q_1^* を用いて q_2^* を求めることができるから、上と同様にして 3 番目の貯水池の最適容量 $V_3^*(q_2^*)$ を求めることができる。以下同様にして最適の貯水池容量が決定されるわけであるが、これらの計算の過程において (3.7) 式の条件を満足するよう留意すべきことはいうまでもない。

4. 貯水池容量の治水、利水への配分

(1) 基礎的考察

多目的貯水池において、われわれが社会生活を営むのに必要とする最低の治水および利水のための容量を先きどりした残りの貯水容量は、経済的にもつとも有利になるように治水および利水へ配分するのが合理的と考えられる。しかも、前述したように、治水および利水は互に他の容量を侵害してはならない。以下においてはこうした場合の配分方法について考察を進めていく。

さて、基本高水ないしは計画高水流量の策定に当つては、最大可能高水を対象とする場合と、確率高水を対象とする場合とがある。前者は対象としている河川において、生起する可能性がある最大の高水を対象とするわけで、その考え方の根底には絶対に洪水災害を生ぜしめないという概念が存在している。したがつて、こうした場合の容量配分は、洪水調節に必要な貯水容量を先きどりしなければならない。よつて前節で述べたような方式で容量配分を決定することができ、したがつて制限水位も必然的に求められることになる。

一方、確率高水を対象として治水計画を策定するときには、それを越すような出水が起る可能性を許しているわけで、当然洪水被害を覚悟しなければならない。したがつて、この場合には、事業への投資効果ないしは経済的に最大の効果をあげるように諸計画を立案してよいだろう。多目的貯水池における貯水容量の治

水、利水への配分問題もこのような観点から考察しなければならないわけである。

つぎに、貯水池容量の配分の基本方針は、純企業的な立場から経済効果が最大となるようにすればよいことがわかったが、その際経済効果を見積る方法にいろいろのものが考えられる。しかし、ここでは問題を簡単に、解析の手法を説明する意味で、つぎのような条件の場合を取り扱うことにする。

1) 洪水調節を含む多目的貯水池が一水系に単独に設置される。

2) 洪水被害額は堤内地および堤外地におけるものを同等に取り扱う。

3) ダム築造によつて生ずる利水上の利益増加額は、将来の数年を対象として算出し、数十年以降はその都度計算をやり直すものとする。

4) 河川の流量は、平均的な意味において 1 年を周期として繰返えされ、確率論的に取り扱うことができるものとする。

5) 治水および利水のために必要な最低の貯水容量は、すでに先きどりされていて、残部の容量の配分問題のみを取り扱う。

(2) 治水上の期待利益額

治水上の期待利益額とは、洪水調節によつて発生する洪水被害の減少額の期待値をいう。いま、1 年を n コの期間に分けた場合に、各期間内に起る洪水、河川の総流出量などの水文現象相互の間には、ある種の相関関係があると考えられるが、大部分の現象は互に独立な現象であると仮定する。

さて、 n コに分けられた期間を時間が経過する方向に $1, 2, \dots, i, \dots, n$ とし、 i 番目の期間に Q_p の洪水流量が生起する確率密度関数を f_i とすると、

$$f_i = f_i(Q_p), \text{ ただし } \int_0^{Q_{\max}} f_i(Q_p) dQ_p = 1 \quad \dots\dots\dots (4.1)$$

と書くことができる。ここに、 $Q_{\max}$ は最大可能高水流量である。

つぎに、下流部における無被害の最大流量を Q_{p1} とし、これを越える出水に対する被害額を x_1 とすると、下流部における洪水災害は、その河道を流下する最大流量によつてほぼ規定されると考えてよいから、

$$x_1 = x_1(Q_p), \text{ ただし } Q_p > Q_{p1} \quad \dots\dots\dots (4.2)$$

となる。同様に考えると、ダム築造後の被害額 x_2 も、調節後下流部の洪水流量が Q_{p1} となるような無調節洪水流量を Q_{p2} とすると、

$$x_2 = x_2(Q_p), \text{ ただし } Q_p > Q_{p2} \quad \dots\dots\dots (4.3)$$

と書くことができる。

したがつて、 i 番目の期間における被害軽減額の期待値 X_i は、次式で表わされる。

$$X_i = \int_{Q_{p1}}^{Q_{\max}} x_1 f_i dQ_p - \int_{Q_{p2}}^{Q_{\max}} x_2 f_i dQ_p = \int_{Q_{p1}}^{Q_{\max}} \{x_1(Q_p) - x_2(Q_p)\} f_i dQ_p \quad \dots\dots\dots (4.4)$$

しかるに、計画高水流量付近の出水に対しては、一定の方式によつて洪水調節を行なうのが普通であるので、一定の有効貯水容量をもつて調節することができる洪水には限界があるはずである。いま、この上限の洪水の最大流量を、 i 期間に対して Q_{fi} とすると、 Q_{fi} 以上の出水に対しては、洪水調節の効果が急激に減少し、流入洪水とほぼ同じピーク流量の洪水が放流されると考えてよいだろう。したがつて、(4.4) 式の積分範囲は近似的に Q_{p1} から Q_{fi} までで十分であろう。また、洪水被害額をピーク流量だけの関数と考えているので、 x_1 と x_2 とは本質的に同じである。すなわち、 Q_p' を調節量とし、 $m = (Q_p - Q_p')/Q_p$ とおくと、

$$x_1(mQ_p) = x_2(Q_p) \quad \dots\dots\dots (4.5)$$

の関係が成立する。ここに、 m は放流洪水流量と流入洪水流量との比である。さらに、わが国における大部分の洪水調節池では、ピークまでは一定率、ピーク後は一定量という調節方式を採用している。換言すると、(4.5) 式中の m の値を一定と考えてよい。以上の諸関係を (4.4) 式に用いると、結局次式がえられる。

$$X_i = \int_{Q_{p1}}^{Q_{fi}} \{x_1(Q_p) - x_1(mQ_p)\} f_i dQ_p \quad \dots\dots\dots (4.6)$$

(3) 基礎方程式

利水における水の使用法は、利水の有効貯水容量、河川の自然流量、および必要水量などを勘案してもつとも効果的に決定しなければならない。以下においては、J.D.C. Little の方法³⁾を用い、在庫モデルを応用してつぎのように考えた。

1) 1 年を n コの期間に分けたとき、 i 番目における水の使用法はその期間の初めに決定する。

2) その決定に当つては、 $i-1$ 番目の期間内の総流入量 Q_{i-1} とその期間の初期の貯水位 H_i とを考慮する。

3) 貯水池容量の使用法は、上記の事項を考慮したうえで、 i 番目の期間をも含めてその年の終りまでの間の治水および利水の総期待利益が最大になるようにする。

さて、以下においてはつぎの記号を用いる。

V_i : i 番目の期間における初期貯水量

V_{ui} : i 番目の期間に対する利水用貯水容量

V_{fi} : i 番目の期間に対する治水用貯水容量

Q_i : i 番目の期間における河川の自然流量

S_i : i 番目の期間に利用すべき貯水水量、すなわち、補給水量

$h(Q_i)$: Q_i の生起確率密度関数

$k(V_i)$: V_i の生起確率密度関数

$g(Q_i|Q_{i-1})$: Q_{i-1} が与えられたとき Q_i が生起する同時確率密度関数

$C_i(V_i, Q_i, S_i)$: i 番目の期間の利水上の利益増加額

いま、 $i+1$ 番目以降において治水および利水の利益増加額の期待値 E_{i+1} が最大となるように決定されたものを E_{i+1}^* とすると、 i 番目の期間において V_{ui} , Q_i , V_i , S_i としたときの i 番目以降の利益増加額は $E_{i+1}^* + C_i + X_i$ で表わされる。しかるに、 E_i の中に含まれる変数はある確率をもつて生起するから、結局、 i 期間以降における総利益額の期待値はつぎのようになる。

$$E_i = \int_0^{V_{ui}} \int_0^\infty \int_0^\infty [E_{i+1}^* + C_i + X_i] g(Q_i|Q_{i-1}) dQ_i \cdot h(Q_{i-1}) dQ_{i-1} \cdot k(V_i) dV_i \cdots (4.7)$$

一方、 X_i については、洪水が河川の自然流量と無関係であると仮定すると、上式において積分の外にでる。よつて、決定条件、すなわち E_i を最大とするようにしなければならないということから、基礎式として次式がえられる。

$$E_i^* = \max \left[\left\{ \left\{ \left\{ (E_{i+1}^* + C_i) g h k \cdot dQ_i \cdot dQ_{i-1} \cdot dV_i + X_i \right\} \right\} \right\} \right] \cdots (4.8)$$

(4) 容量配分の決定

(4.8) 式によつて、任意に仮定された V_{ui} に対して、 E_i を最大とするように S_i を決定すれば、最大の利益をもたらすことができるような貯水池の使用法がわかるわけであるが、このままでは容量配分を決定したことにはならない。つぎにこうした場合の計算方法について考察しよう。

さて、(4.8) 式は漸化式であり、しかも自然条件のみから決定することができない貯水池の初期水位の生起確率関数 $k(V_i)$ を含んでいる。したがつて、実際の計算に当つては試算法によらなければならないこととなる。

ところで、計算に当つて第一に問題となる点は、1 年をどのような期間に区切るかということである。たとえば数カ月程度を単位とする場合には、その期間内で洪水発生の頻度が変化したり、河川流量も変化して統計的な処理が困難となつたり、あるいはわが国の貯水池の大きさからして、とくに利水上その間を一定の方針で操作することに無理があるように考えられる、などの点から長すぎるように思われる。逆に 1 週間程度の短期間の場合には、利水上は好ましいが、洪水の発生頻度、洪水の継続時間ないしは洪水調節操作など

から短かすぎるだろう。このような点を考慮すると、数週間ないしは 1 カ月程度を単位とするのがもっとも好ましいように考えられる。

つぎに、1 年の単位として、いつからいつまでを採用すべきかということが問題となる。これを決定する確定的な方法はないが、非出水期でしかも豊水であるようなときを選ぶと都合がよい。このような時期においては、豊水であるので、どんな年でも貯水位がほぼ一定に保たれ、その前の期間における利水上の利益額がほぼ一定になることが期待されるからである。

このようにして、1 年の区切り方とその中の期間のとり方が決められると、 V_{ni} を仮定しながら E_n から順次時間の経過とは逆の方向に E_1 まで計算することができる。 E_1 は、当然第 1 番目の期間における制限水位の関数として計算され、しかもその一つ一つの値は第 2 番目の期間における制限水位が一对一で対応しているはずである。以下順次第 2 番目、第 3 番目の期間に対しても同様である。すなわち、 E_1 のうちある制限水位に対する値を採用したとすると、年間の制限水位や補給水量などは、各期間ごとに一義的に定まることになる。したがって E_1 の最大値に対応するものが所要の解となるわけである。

5. 適用例

上述の考え方によつて、既設の旭川(岡山県)の貯水池容量の治水、利水への合理的配分を具体的に計算した結果について述べよう。本地点には第一ダム、第一発電所、および第二ダム、第二発電所が設けられているが、第二ダムは逆調整池であつて洪水調節を行なわないので、第一貯水池を対象として計算を進めた。

(1) 洪水のピーク流量および日流量の発生頻度

まず、1 年を暦月の 12 コの期間に分割することとし、各月ごとの洪水および総流入量の確率論的特性を調べた。使用した資料は過去約 20 年間にわたるものである。

各年各月の出水の資料が必要であるが、他の河川の場合と同様に本河川においても詳細な資料がなかった。そこで、月間最大日流量とそのときの洪水ピーク流量との関係を調べたところ、Fig. 5・1 のようにほぼ直線関係が成立することがわかった。また、月間最大日流量が対数正規分布に従うこともわかったもので、これら二つの関係から各月の洪水ピーク流量の発生する確率を計算することとした。

つぎに、連続した二つの月間における総流出量の間の関係を調べたが、明確な相関が認められなかったため、以後の計算においては一応独立な事象として取り扱うことにした。

(2) 治水上の条件

洪水のピーク流量と被害額との関係は、普通あまり明確に求めることができないが、旭川における過去 6 回の洪水資料によつ

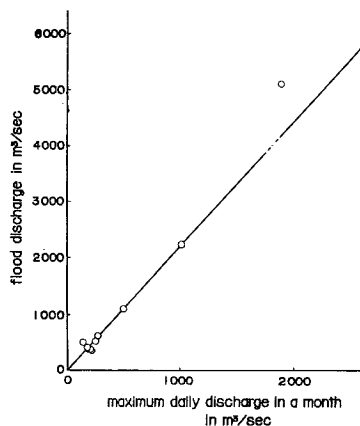


Fig. 5.1 The relation between flood discharge and maximum daily discharge in a month in the Asahi River

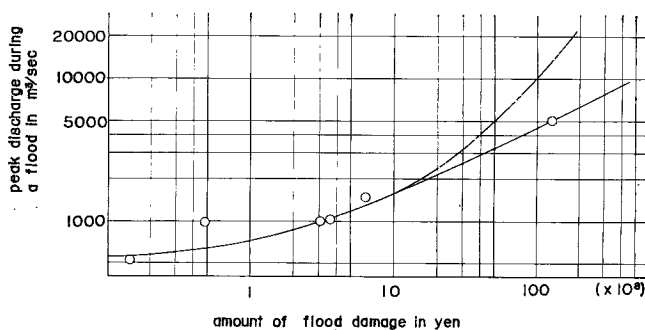


Fig. 5.2 The relation between peak discharge and amount of damage during a flood in the Asahi River

てその関係を図示すると **Fig. 5.2** のようになる。被害額の内容については多少疑問の点はあるが、以後の計算ではこの関係をそのまま採用した。

つぎに、将来発生する洪水の形を推定することはかなりむずかしいので、**Fig. 5.3** に示す本河川の基本高水（昭和9年室戸台風）を基準として、これと継続時間が等しく流量のみを一定の割合で増減させた洪水が発生するものと仮定した。また、洪水調節方式は現状どおりとし、80%放流の一定率放流方式を考える。したがって、流入洪水のピーク流量およびその調節に必要な貯水容量と V_f の関係は **Fig. 5.4** のようになる。

(3) 利水上の条件⁵⁾

旭川ダムの築造によつて生れる利水上の利益には各種のものがあるが、ここでは簡単のために、水力発電と農業利益のみを考えることとした。

第一発電所から生ずる利益 e_{1i} は、対象時間を $T_i(\text{hr})$ 、初期貯水水位を $H_i(\text{m})$ 、終期貯水水位を $H_{i+1}(\text{m})$ 、使用水量を $q_{1i}(\text{m}^3/\text{sec})$ とした場合、

$$e_{1i} = 28.59 q_{1i} \cdot T_i \left(\frac{H_i + H_{i+1}}{2} - 73.00 \right) (\text{yen}) \quad \left. \vphantom{\frac{H_i + H_{i+1}}{2}} \right\} \dots\dots\dots (5.1)$$

ただし、 $22.0 \text{ m}^3/\text{sec} \leq q_{1i} \leq 60.0 \text{ m}^3/\text{sec}$

また、第二発電所に対しては、逆調節池があるので、使用水量を $q_{2i}(\text{m}^3/\text{sec})$ とすると、

$$e_{2i} = 282.6 q_{2i} T_i (\text{yen}) \quad \left. \vphantom{q_{2i}} \right\} \dots\dots\dots (5.2)$$

ただし、 $22.0 \text{ m}^3/\text{sec} \leq q_{2i} \leq 45.0 \text{ m}^3/\text{sec}$

で与えられるとした。

つぎに、農業利益の見積りはかなり困難であるが、利用できる農業用水の増大によつて、約4,600石の米の増収が見込まれている⁵⁾。そこで、これによる利益をかんがい期の5～9月に配分して、1年当り5月と9月は400万円、6月、7月、8月は800万円とし、計3,200万円の利益になるとした。

(4) 基礎式の簡易化

容量配分、すなわち制限水位を決定する基礎式は (4.8) 式であつた。しかし、本節(1)で述べたように、本例では $g(Q_i | Q_{i-1})$ の関数を明確にすることができなかつた。そこで、近似的な方法として、 i 番目の月の総流入量 Q_i の確率分布 $h(Q_i)$ のみを考慮することになると、(4.8) 式はつぎのようになる。

$$E_i^* = \max \left[\int_0^{V_i} \int_0^\infty (E_{i+1}^* + C_i) h \cdot k \cdot dQ_i \cdot dV_i + X_i \right] \dots\dots\dots (5.3)$$

しかるに、いまの場合には制限水位の決定を主目的としているので、月間の総流入量は長年月の平均値 $\bar{Q}_i$ を用いてよいと考えられる。したがって、上式は、

$$\bar{E}_i^* = \max \left[\int_0^{V_i} (\bar{E}_{i+1}^* + \bar{C}_i) k dV_i + X_i \right] \dots\dots\dots (5.4)$$

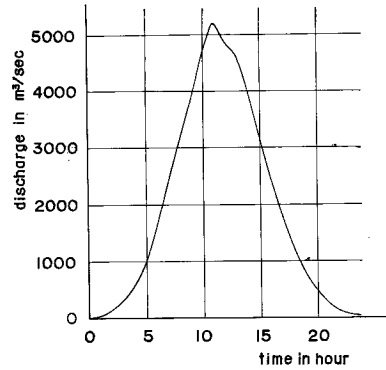


Fig. 5.3 The design flood in the Asahi River

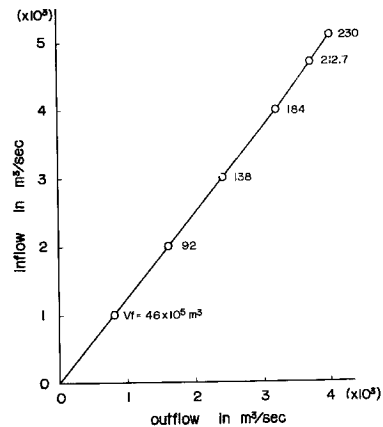


Fig. 5.4 The relation between inflow discharge, outflow discharge, and desired storage capacity for flood control in the Asahi Reservoir

となる。ただし、 $\bar{Q}_i$ は平均流入量を用いたときの値である。さらに、 $\bar{Q}_i$ を用いると、後述する計算例からもわかるように、 i 期間における初期貯水位 V_i は一義的に定まることになるので、(5.4) 式はつぎのように書くことができる。ただし、 a_i は前項で述べた農業利益である。

$$\begin{aligned}\bar{E}_i^* &= \max[\bar{E}_{i+1}^* + \bar{C}_i + X_i] \\ &= \max[\bar{E}_{i+1}^* + \bar{e}_{1i} + \bar{e}_{2i} + a_i + \int_{Q_{p1}}^{Q_{fi}} \{x_1(Q_p) - x_1(mQ_p)\} f_i dQ_p] \dots \dots (5.5)\end{aligned}$$

上式が平均流入量 $\bar{Q}_i$ を考えた場合の容量配分問題の基礎式である。なお、上式中の右辺の積分は、 f_i の代りに超過確率 $W(Q_p)$ を用いて、 $f_i dQ_p = -dW(Q_p)$ の形で数値的に積分をすると便利である。

なお、(5.5) 式も (4.8) 式と同様に漸化式であるので、 $\bar{E}_{12}$ からはじめて時間の経過する方向とは逆に、 $\bar{E}_{11}, \bar{E}_{10}, \dots, \bar{E}_1$ と年のはじめの方に向つて逐次計算を進めなければならない。たとえば $i+1$ 期間における $\bar{E}_{i+1}^*(H_{i+1})$ が求められているとし、まず H_i を与えていろいろの H_{i+1} に対して i 期間から終期までの利益の期待値 $\bar{E}_i$ を計算する。つぎに求められた $\bar{E}_i$ のうちから最大値となるものを選ぶと、 H_i に対する所要の解 $\bar{E}_i^*$ が求められる。このようにしていろいろの H_i に対する解 $\bar{E}_i^*(H_i)$ を求めることができる。この場合、 Q_{fi} としては、治水の重要性を認めて、 H_i と H_{i+1} とのうちいずれか大きいものを制限水位としたときの調節可能な洪水最大流量を採用すべきであろう。

以上のようにして最後に、 $\bar{E}_1^*$ が H_1 の関数として求められることになるが、そのうちの最大値に対応する各月の初期水位を結んだものが、平均的な意味での利水上の最適使用条件を与え、その包絡線が制限水位を与えることになる。

(5) 計算結果とその考察

実際の計算に際して、まず他の河川におけると同様に過去の実績から 6～10月の5カ月間を出水期とし、この期間においてのみ制限水位を設定するものとした。つぎに、各暦月における平均的な流入量としては、統計的処理を行なつて、その中央値として求められた流量 (m^3/sec)、1月25.7、2月31.1、3月51.3、4月46.3、5月40.2、6月50.3、7月78.0、8月31.5、9月56.0、10月32.8、11月26.6、12月26.1を用いることとした。また、計算上12番目の月としては、洪水の心配がなく、しかも比較的豊水である4月を選んだ。

さて、以上述べた諸条件の下で計算を行なつたわけであるが、比較のためにさらにつぎの二つの場合を取り扱つた。

(a) 本貯水池の最大の洪水調節能力として、基本高水のピーク流量 $5,100 \text{ m}^3/\text{sec}$ を $4,000 \text{ m}^3/\text{sec}$ に調節できればよく(そのために必要な貯水容量は $2.3 \times 10^7 \text{ m}^3$ である)、それを越える貯水容量は利水の目的に使用しなければならない。また洪水被害曲線は Fig. 5.2 の実線とする。

(b) 上の場合の洪水調節能力に対する条件

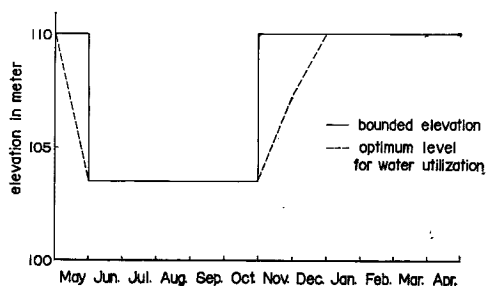


Fig. 5.5 The result of calculation in the case (a)

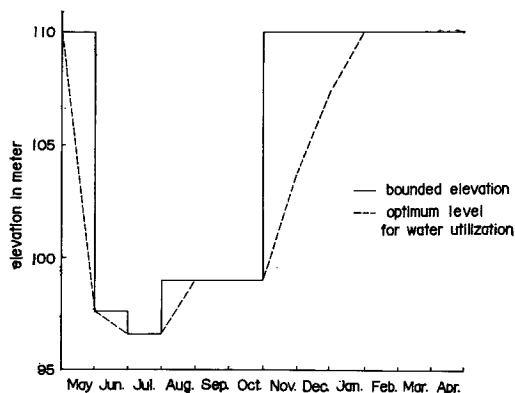


Fig. 5.6 The result of calculation in the case (b)

をとり除いて、最大の利益があがるような制限水位を対象とし、さらに、洪水被害曲線を Fig. 5.3 の鎖線とした場合である。

計算結果は Fig. 5.5 および Fig. 5.6 に示されている。すなわち、本例では洪水被害の軽減額の期待値がかなり大きく、そのため Fig. 5.5 に示されている場合には、 $5,100\text{m}^3/\text{sec}$ を調節して $4,000\text{m}^3/\text{sec}$ とする現在の治水計画の場合には、出水期全期間を通じて一定の制限水位を設定することが好ましい。しかし、絶対的な総期待利益額を最大とするという観点からすると、Fig. 5.6 に示されている場合には、さらに制限水位を下げる必要があり、また各月ごとに、洪水の発生頻度と大きさによって、制限水位を変化させることが好ましいことがわかる。

6. む す び

以上洪水調節を含む多目的貯水池の配分問題について一般的考察を加え、ORの手法、とくに在庫モデルの応用として合理的に解析することができることを示した。とくに、一水系に洪水調節池を多数設ける場合における貯水池の貯水容量の決定問題と、一水系に単独に設けられた多目的貯水池の貯水容量の治水、利水への配分問題とを理論的に考究して、その基礎式を提示することができた。また、後者の場合については、旭川ダムを具体例として、適当な仮定の下に制限水位の設定を試み、妥当な結果をうることができた。

最後に、本研究で取り扱った課題に限らず、治水上の諸計画においては、上述のように純企業的観点から経済効果を最大とするように決定された基準は、治水事業の特殊性、とくに人命尊重の立場から、事業計画の最低基準を与えるものと解すべきであることを強調しておきたい。

なお、本研究は昭和34年度および35年度建設省建設技術補助金の交付を受け、また計算に際しては松原峯生、長尾正志の両君の労を煩わした。ここに明記して謝意を表する。

参 考 文 献

- 1) 玉井正彰：淀川の河川計画と水管理の研究，昭36.3.
- 2) たとえば、横山保，福場庸：在庫管理，共立出版，昭34.5，pp. 91-95.
- 3) Little, J.D.C. : The Use of Storage Water in a Hydroelectric System, Journal of ORSA, Vol. 3, 1955, pp. 187-197.
- 4) 旭川水害史，建設省岡山工事事務所，昭31.6.
- 5) 旭川ダム，岡山県，昭31.1.