

交通流における密度揺らぎ

湯川 諭 菊池 誠

大阪大学大学院理学研究科

交通流の現象を理解することは社会的に重要であり、また物理的にも大変興味もたれる問題です。それは、交通流に存在している物理的現象が非常に多岐にわたっており、それらを解明することは、大変な社会問題になっている交通渋滞を解消できるかもしれないという可能性に直接つながるからです。そのような交通流で非常によく知られている現象のひとつに $1/f$ 揺らぎの問題があります。この現象は 1976 年に武者らによって最初に報告されました [1,2]。武者らは東名高速で一定時間内に通過する車の通過時間を測定し、それから交通流の揺らぎのパワースペクトラムを得ました。その結果、パワースペクトラムの低振動数領域にべき乗則をみつけ、振動数を f として $1/f^\alpha$ という形でフィッティングできることを発見しました。彼らはデータのフィッティングから $\alpha = 1$ 、いわゆる $1/f$ 揺らぎ、を発見し [1]、またデータを Burgers 方程式で解析した結果からは、 $\alpha = 1.4$ という結果を得ています [2]。これに関連している現象に、粉体流に存在する密度揺らぎが同じようにべき乗則にしたがっている、というのがあります。粉体流では、細いパイプやホッパーを流れる粒子のパワースペクトラムが観測されており、そこでは $\alpha = 1$ や $\alpha = 1.5$ などといったべきが観測されています [3,4]。

そのようなパワースペクトラムに見られるべき乗則についてさまざまなモデルが提案され、調べられてきました。交通流の問題ではセルオートマトンを使ったモデルがあり、そこでは局所的な密度揺らぎに $1/f$ 揺らぎが観測されています [5,6]。また、粉体流についても、モレキュラーダイナミクス (MD) や格子ガスオートマトン (LGA) などで研究されています [7-11]。それらの研究でも同じように $1/f^\alpha$ 揺らぎが再現されており、例えば MD ではホッパー中の密度揺らぎに対し $\alpha = 2.7$ という値が [9]、また LGA ではパイプ中の流れにできる密度揺らぎに対して $0 < \alpha < 2$ の範囲にある値がシミュレーションの条件に応じて得られてい

ます [7,11]。これらの例のようにシミュレーションでは、なせ交通流や粉体流などでは密度揺らぎに $1/f$ 揺らぎが見られるのでしょうか？ また、交通流と粉体流、これらは相互作用をしている粒子の集団のダイナミクスという点では似ていますが、大きさのスケールや相互作用の仕方などは全然違うものです。そのような違う面を持つものになぜ同じような密度揺らぎが現れるのでしょうか？ ここでは、このような疑問を交通流の立場から考えていきましょう。

これらを具体的に考えるために、私たちは結合写像格子を使った一次元交通流モデルをもちいます [12-14]。モデルの詳細は別の論文に譲るとして、ここではモデルのエッセンスだけを示しましょう。モデルは離散時間、連続空間上で記述され、一台一台の車の運動を個別に取り扱います。また、速度を単位時間あたり進んだ距離として定義するので、車間距離と現在の速度から次の速度を決める写像が基本となります。まず、一台の車の運動から考えましょう。それは、次のような写像で与えられます。

$$v^{t+1} = F(v^t; v^F) \\ \equiv \gamma v^t + \beta \tanh\left(\frac{v^F - v^t}{\delta}\right) + \epsilon \quad (1)$$

ここで、 v^t と v^F はそれぞれ時刻 t での車の速度、運転手が走りたいと思っている速度 (希望速度) を表します。これ以外の β 、 γ 、 δ 、 ϵ はパラメーターで一台の車の運動を決めます。これからのシミュレーションでは、常に $\beta = 0.6$ 、 $\gamma = 1.001$ 、 $\delta = 0.1$ 、 $\epsilon = 0.1$ とすることにします。

次に車の間の相互作用を決めましょう。これも同じ様に速度の写像として与えます。この写像を前を走っている車と、自分との間の車間距離、また現在の自分の速度の写像として与えましょう。次のような状況を考えます。いま注目している車 A の位置を x_A として、その前の車 B の位置を $x_B (> x_A)$ としましょう。その

ときの車間距離 Δx を車の長さ l をつかって、

$$\Delta x = x_B - x_A + l \quad (2)$$

というようにします。この車間距離が車 A の速度 v_A^t より小さいとき、次の速度を Δx とします。また、車間距離が車 A の速度よりは大きい、ある値 αv_A^t より小さいとき、次の速度を

$$\begin{aligned} v_A^{t+1} &= G(\Delta x, v_A^t; v_A^F) \\ &\equiv \frac{F(v_A^t; v_A^F) - v_A^t}{(\alpha - 1)v_A^t} (\Delta x - v_A^t) + v_A^t \quad (3) \end{aligned}$$

とします。この二つが写像を構成し、車の次の時刻での速度を決め、また同時に、車どうしの相互作用も決めています。したがってこの写像を使うことによって、車が減速したり衝突を避けたりします。速度の写像ができたので、シミュレーションの方法を説明します。ここでは、閉じたサーキットを考えましょう。車の初期状態として、希望速度を 2.0 から 4.0 の一様分布に取り、車の位置をサーキット上にランダムに配置します。速度のアップデートは次の様に行います。まず、車間距離を測定し、その測定した車間距離と現在の速度に応じて位置をアップデートします。次に、いま測定した車間距離と現在の速度から、先に構成した写像をもちいて次の速度を決定します。この過程をシミュレーションの単位時間とし、シミュレーションを行います。

シミュレーションの結果を示しましょう。まず、全系の密度と流量の関係を図 1 に示します。ここで流量は平均速度に密度をかけたもので定義します。この図は交通工学の分野では基本図とよばれているもので、系のマクロな性質を表しています。また流量がある密度に対して最大になっていることがわかります。この密度は車が自由に走っている相と渋滞している相を分離していることが既にわかっており [12]、この密度より小さい密度領域は自由流に対応し、大きい方は渋滞流に対応しています。

さて今のモデルで密度揺らぎを考えてみましょう。実際に測定している状況を考え、密度の時系列をある区間で計算します。そして、得られた時系列からパワースペクトラムを計算します。図 2 はその結果を示しています。この図では、系の大きさは車の長さを単位と

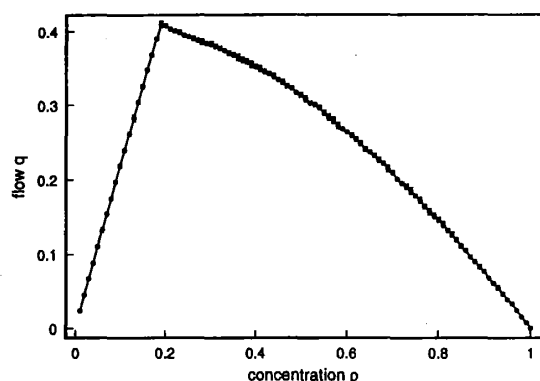


図 1: 全系の密度と流量の関係。系の大きさは車の大きさを単位として 1000 で、10 サンプルの平均を取った。それぞれは、5000 時間ステップ緩和させた後の 1000 時間ステップの平均である。

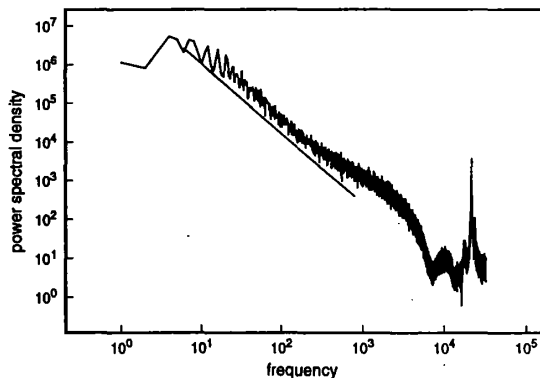


図 2: 密度揺らぎのパワースペクトラムの両対数プロット。車の密度は 0.19 で、系の大きさは 100000、測定した区間は 20 である。400000 時間ステップ緩和させ、その後の 65536 時間ステップ測定した。図中の直線は傾き -1.8 である。30 サンプルの平均をとった。

して 100000 あり、測定した区間は長さ 20 です。また、全系の車の密度は 0.19 で、自由流相に対応しています。プロットは 30 個の初期配置、希望速度分布の違うサンプルの平均を取っています。この図から見てわかるように、明らかにある振動数領域でべき乗則が見られます。そのべき乗則を示している領域に示している直線の傾きは -1.8 です。

このように渋滞が発生する前には、べき乗則が再現されました。それでは、渋滞が発生してからはどうでしょうか？ 渋滞が発生している密度領域での密度揺ら

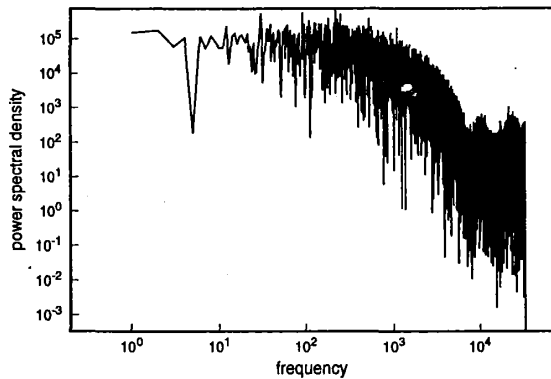


図 3: 密度揺らぎのパワースペクトラムの両対数プロット。車の密度は 0.20 で、系の大きさは 100000、測定した区間は 20 である。緩和時間、測定時間は図 2 と同じであるが、サンプル数は 1 つである。

ぎを図 3 にしめします。今度の図には、べき乗則は現れてはおらず、かなりの振動数領域にわたってホワイトノイズ的な振る舞いが見られます。さらに密度を細かく分けて見てみましょう。図 4 に示した図は、渋滞が発生していない領域と渋滞が発生している領域の境で密度揺らぎがどのように変化するか示した図です。(a) は密度が 0.197575、(b) は密度が 0.197576 に対応しており、それぞれ渋滞発生直前、直後に対応しています。この結果から、明らかにわかることは渋滞が発生する前は、かなりの周波数領域にわたってべき乗則がみられ、そして一度渋滞が発生してしまうと、べき乗則がなくなることです。これは、渋滞が発生する前は長時間相関が存在し、発生してしまうと長時間相関がなくなってしまうことを表しています。

密度揺らぎのパワースペクトラムがべきになっている状況を調べるために、図 2 と同じ長さ、同じ密度の系で密度プロファイルのスナップショットを調べてみました。図 5 がその結果です。この結果からすぐにわかることは車がクラスターを形成していることです。また、その形成されたクラスター内の平均密度が 0.33 であることもわかります。そして、そのクラスターが所々で揺らぎによって乱れているのが見て取れます。クラスター内における平均密度が 0.33 であることは、その中での平均車間距離が 2 (車の平均車頭距離では 3) であることを反映しています。そして、このクラスター内の平均車間に対応したピークが図 2 の高振動数側の

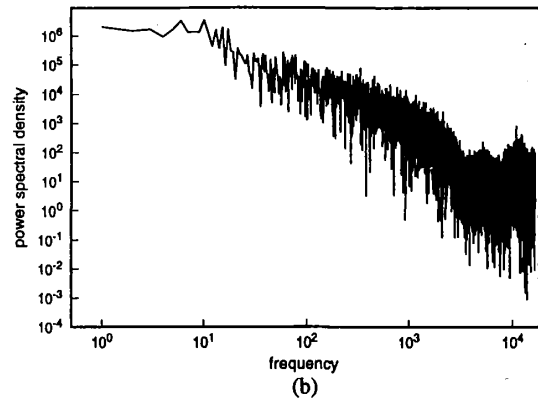
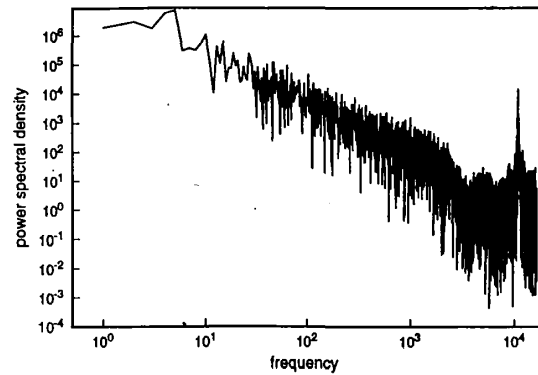


図 4: 密度揺らぎのパワースペクトラムの両対数プロット。系の大きさは 200000、緩和時間は 800000 時間ステップ、測定時間は 32768 時間ステップ。サンプル数は 1 つである。(a) は密度が 0.197575、(b) は密度が 0.197576 である。それぞれ順に渋滞発生直前、渋滞発生直後に対応する。

鋭いピークとなって現れています。また、図 1 からわかるように低密度では平均速度は、希望速度がもっとも小さい車の速度に一致します。この速度から車が一周する時間を計算でき、それが図 2 の低振動数側のカットオフを決めていることがわかります。

最後にまとめておくと、今のモデルでも同じように密度揺らぎにおけるべき乗則が再現できました。また、このべき乗則は渋滞が発生していない密度領域にのみ存在し、渋滞が発生すればなくなることがわかりました。これは、自由流では長時間相関が存在し、渋滞が発生した渋滞流では長時間相関が消失していることをあらわしています。現実の交通流を考えてみても、渋滞が発生する前のほうが長時間相関が存在するようにおもわれます。このべき乗則の直接の原因は、時間方

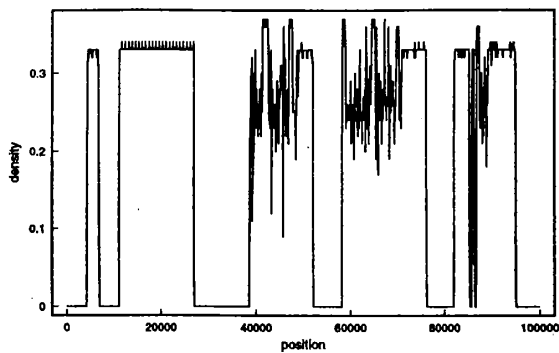


図 5: 密度プロファイルのスナップショット。系の大きさは 100000、車の密度は 0.19 である。500000 時間ステップ緩和させて、スナップショットを取った。密度は系を 1000 に分割して計算した。

向、空間方向の違いはあるものの、低密度でのクラスターの分布によっていると考えられます。¹このクラスター化を引き起こしているのは、モデルに導入した車の個性のためです。今のモデルでは希望速度の違いによりもっとも希望速度が遅い車の後ろに速い車が追いついてクラスターを形成します。そして、サイズの大きい系のスナップショットでクラスターがいくつも見られたのは、希望速度の遅い車の数がたくさんあるためです。この希望速度の遅い車の分布によって、クラスター分布が決まっていると考えられます。

また、シミュレーションで得られたべきについて考えてみましょう。ここで得られたべきは実際に交通流で観測されているべきと比較して少し大きなものです。しかし、観測においてもべきの値は 1 から 1.4 と幅を持っています。従って、このべきの値の違いは本質的ではないとおもわれます。また、交通流のモデルでも、粉体流と同じようなべきが得られていることを考えると、密度揺らぎに現れているべき乗則というものはモデルの詳細によらないのではないかと考えられます。すなわち、密度揺らぎに関しては、交通流、粉体流の差はないと考えられます。

¹最近の結果からこのべき乗則はクラスター内の車間分布のべき乗則に依存していることがわかりました。これは、低密度で見られる密度波が原因です。しかし、本文の個性の違いによるクラスター形成は依然として重要であり、クラスター化がおきないと密度波も形成されません。

参考文献

- [1] T. Musha and H. Higuchi: Japan. J. appl. Phys. **15** (1976) 1271.
- [2] T. Musha and H. Higuchi: Japan. J. appl. Phys. **17** (1978) 811.
- [3] K. L. Schick and A. A. Verveen: Nature **251** (1974) 599.
- [4] S. Horikawa, A. Nakahara, T. Nakayama, and M. Matsushita: J. Phys. Soc. Jpn. **64** (1995) 1870.
- [5] M. Takayasu and H. Takayasu: Fractals **1** (1993) 860.
- [6] K. Nagel and M. Paczuski: Phys. Rev. E **51** (1995) 2909.
- [7] G. Peng and H. J. Herrmann: Phys. Rev. E **49** (1994) R1796.
- [8] T. Pöschel: J. Phys. I France **4** (1994) 499.
- [9] G. H. Ristrow and H. J. Herrmann: Phys. Rev. E **50** (1994) R5.
- [10] K. Ichiki: Preprint adap-org/9505004
- [11] G. Peng and H. J. Herrmann: Phys. Rev. E **51** (1995) 1745.
- [12] S. Yukawa and M. Kikuchi: J. Phys. Soc. Jpn. **64** (1995) 35.
- [13] 湯川論: 大阪大学理学研究科修士論文 (物性研究掲載予定)
- [14] S. Yukawa and M. Kikuchi: Preprint OUCMT95-5