

冥王星の運動に現れるカオス

国立天文台・ 中井 宏, 木下 宙

概要

冥王星の軌道は最大リアプノフ指数が正という意味でカオス的な軌道といわれている。しかし、リアプノフ指数が充分正の有限値を示す期間に於いても、冥王星の軌道は不規則的な運動を示さない。冥王星と初期値が僅かに異なる近接軌道上のテスト天体との軌道要素の差や両天体間の距離は、時間に比例して増加した後、指数関数的に増加し、最後に飽和する。これらの値が飽和する原因は、両天体の臨界引数の差が180度の回り180度以下の振幅で秤動している限り、テスト天体は冥王星と60度以上離れる事が出来ない、ことに起因している。

現在の冥王星の軌道は次のような特徴がある。

- 1) 臨界引数が180度の回り約85度の振幅で秤動する。
- 2) 近日点引数が90度の回り約27度の振幅で秤動する。
- 3) 海王星と冥王星の昇交点経度の差の周期は、冥王星の離心率、軌道傾斜角、近日点引数の周期と一致する。

このような安定化機構が働いている限り、冥王星はミクロ的にはカオス軌道を示しても、マクロ的には飽和により規則的な軌道を示すと考えられる。

1 はじめに

太陽系の安定に関しては多くの人に関心をもっている。計算機の発達につれて計算機による太陽系の長期間数値シミュレーションもその期間が長くなってきた(Cohen, Hubbard, Oesterwinter, 1972, Kinoshita, Nakai, 1984)。1988年 Sussman, Wisdom による8.45億年の数値シミュレーションによれば、冥王星の軌道はリアプノフタイムが2000万年のカオスであり、その後の数値シミュレーションによれば、太陽系全体もリアプノフタイムが約500万年 (Laskar, 1989), 400万年 (Sussman, Wisdom, 1992) のカオス的な系といわれている。

しかし、我々が行った長期間の外惑星系の数値シミュレーションの結果によると、冥王星の軌道要素は10億年以上にわたって何等不規則な運動を示さない。

2 冥王星の最大リアプノフ指数

冥王星と初期値が僅かに異なる近接軌道上との2点間の τ 時間毎の距離増加率の時間平均で最大リアプノフ指数を計算した。

$$\lambda_n = \frac{1}{n\tau} \sum_{i=1}^n \ln \frac{|d_i(\tau)|}{|d_i(0)|}; \quad \lambda = \lim_{n \rightarrow \infty} \lambda_n.$$

但し、 $d_i(0)$ は初期値の差、 $d_i(\tau)$ は τ 時間後の距離である。計算期間は6.6億年で、計算は Symmetric 積分法、4倍精度演算で行った。4.4億年以上でリアプノフ指数は約1800万年分の1の一定値を示す。この値は、桁数が必要な所だけ4倍精度演算、その他は2倍精度演

算を行った結果(Nakai, Kinoshita, Yoshida, 1992)や, Störmer法のSussman, Wisdom(1988)の値に近い結果である。

3 冥王星とテスト天体の軌道要素の差

冥王星と初期値が僅かに異なる近接軌道上のテスト天体の距離, 平均経度, 軌道長半径, 臨界引数の差を図1に示す。軌道要素と臨界引数共に, 時間に比例して増加した後, 指数関数的に増加し, 飽和している。表1は飽和の値である。

表1 冥王星とテスト天体の飽和値

軌道長半径	0.3 AU
離心率	0.006
軌道傾斜角	0.08 度
近日点引数	2 度
昇交点経度	3 度
平均近日点離角	56 度
平均経度	55 度
臨界引数	162 度
距離	43 AU

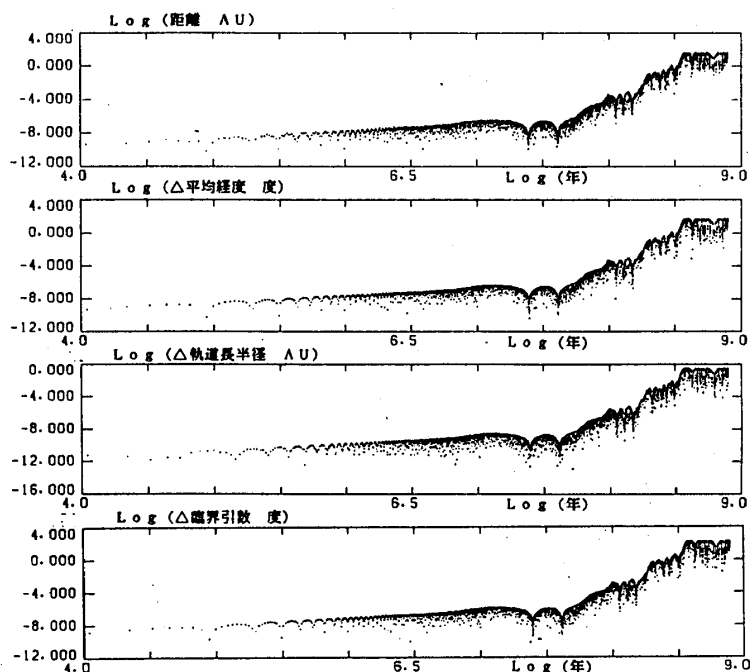


図1 冥王星とテスト天体の軌道要素の差

臨界引数は $\delta = 3\lambda_P - 2\lambda_N - \omega_P$ で定義される。但し, λ_P , λ_N は冥王星, 海王星の平均経度, ω_P は冥王星の近日点経度である。この値は180度の回りを振幅85度, 約1.9万年の周期で秤動している。180度の回りを秤動することは海王星が冥王星を追い越す経度は冥王星の遠日点付近となり, 冥王星が海王星に接近しない安定化機構となっている。冥王星とテスト天体の臨界引数の差が180度を越えないことから, 両天体の経度差は60度以下となり, 距離も48AU以上には離れない。又, 冥王星の臨界引数と軌道長半径の関係は図2で, テスト

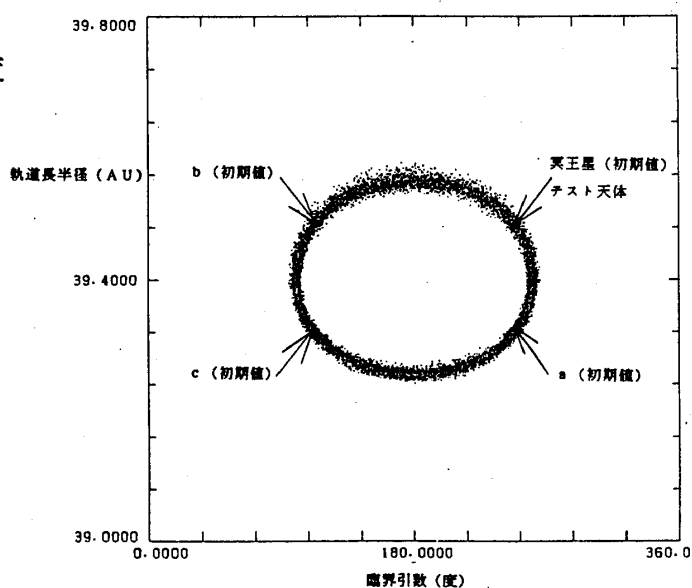


図2 冥王星の臨界引数と軌道長半径

天体の臨界引数と軌道長半径の関係もこの図と殆ど同じである。

冥王星とテスト天体は時間と共に指数関数的に離れていくが、図2のように運動領域が限られているために、最終的には運動領域の両端で飽和する。このことは近接軌道に限らず、離心率、近日点引数、軌道傾斜角、昇交点経度は冥王星と同じで軌道長半径と臨界引数が図2のa, b, cとなる初期値で数値シミュレーションを行ったテスト天体の運動領域も図2と殆ど同じになり、軌道要素の差の飽和値も表1と同じような値を示す。

4 冥王星の軌道の特徴

近日点引数が90度の回り約27度の振幅、390万年の周期で秤動する。この周期は冥王星と海王星の昇交点経度、冥王星の離心率、軌道傾斜角の周期と一致している。冥王星と海王星の軌道が重なった時、冥王星の軌道傾斜角が一番大きく、近日点引数が約90度になっている。この様な関係により冥王星の近日点は海王星の軌道面には近づくかないし、冥王星は海王星に約18AU以下には接近しなくなっている。

5 結論

冥王星の軌道は最大リアプノフ指数が正の有限値を持つという意味でカオス的な軌道である。冥王星と近接軌道上のテスト天体との軌道要素の差や距離は時間に比例する部分、指数関数的に増加する部分、飽和する部分に分かれる。軌道長半径、離心率、平均経度、距離等における飽和の値は、現在の冥王星とテスト天体の経度差が60度以上離れないことによる。冥王星の近日点引数は90度の回りを秤動し、その周期と離心率、軌道傾斜角、海王星と冥王星の昇交点経度の差の周期が一致する。同様に、テスト天体でもこれらの関係が成立している。これらは冥王星が海王星に接近しない安定化機構として働いている。現在の冥王星の軌道はミクロ的にはカオス的な性質を示しても、運動領域が限られているために、マクロ的には規則的な軌道と考えられる。

6 おわりに

冥王星の軌道は最大リアプノフ指数が正の有限値を持つにも関わらず、何故、規則的な軌道なのかに重点をおいて考えた。今後は冥王星とテスト天体の軌道要素の差が時間に比例し、その後指数関数的に増加する機構について考えると共に、現在の冥王星が長期間にわたって現在と同じ様な規則的な軌道を維持することが出来るのか、検討する必要がある。

7 参考文献

- Cohen, C. J., Hubbard, E. C. and Oesterwinter, C.: Astronomical papers of the American Ephemeris and Nautical Almanac, 22, 1, 1972.
- Kinoshita, H. and Nakai, H.: Celes. Mech., 34, 203, 1984.
- Laskar, J.: Nature, 338, 237, 1989.
- 中井宏, 木下宙, 吉田春夫: 第25回天体力学研究会集録, 1, 1992.
- Sussman, G. J. and Wisdom, J.: Science, 241, 433, 1988.
- Sussman, G. J. and Wisdom, J.: Science, 257, 54, 1992.