
講義ノート

第2回講義 1979年10月8日

“高密度物質”

イリノイ大学 Gordon Baym

第1回の講義では中性子星について概説したが、ここではもっと微視的な立場から高密度物質の性質がいかに導かれるか示す。

“液体”領域の粒子組成

星の内部にはいるほど密度は上昇するが，“液体”領域より内側では核物質より高い密度を有する^{*)}。この領域の物質は、主に中性子・陽子・電子で、その組成はベータ平衡、

$$\begin{cases} n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu} \\ e^- + p \rightarrow n + \nu \end{cases} \quad (1)$$

の条件で決まる。即ち、化学ポテンシャル (Fermi エネルギー) に対して

$$\mu_n = \mu_p + \mu_e \quad (2)$$

となる。(図1)又、電荷の保存則より

$$n_p = n_e$$

である。

ここで高密度物質に特有のおもしろいことが起る。この密度での電子の化学ポテンシャルは、

$$\mu_e \sim 110 \text{ MeV} \sim m_\mu c^2 \quad (3)$$

^{*)} 第1回講義 図4参照

Gordon Baym

であり、エネルギー的に次の反応が可能である。

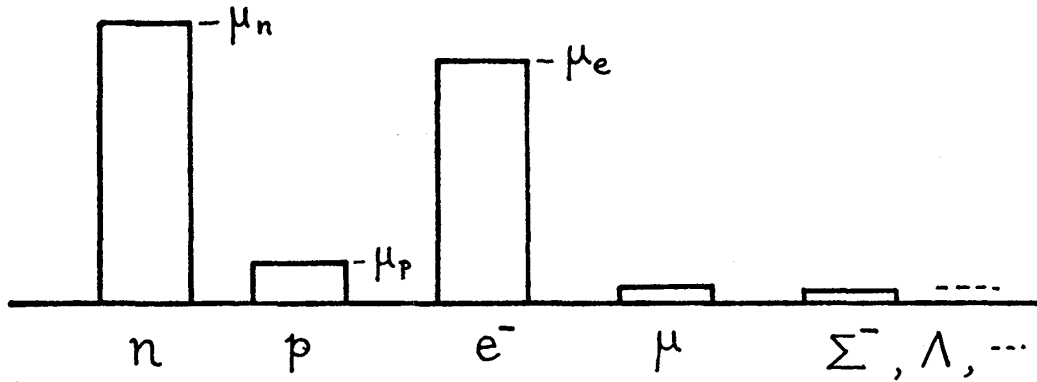


図 1. “液体”領域に現れる種々の Fermi 海

$$e^- \rightarrow \mu + \nu + \bar{\nu} \quad (4)$$

この過程は、電子の方がミュー粒子より軽いので、真空中では不可能である。しかし、中性子星の中ではこのような過程に運動量保存はいらない。まわりのたくさんの粒子の散乱により運動量は吸収されるからである。よって電子の Fermi エネルギーがミュー粒子の静止質量を越えるところでこの過程が可能となる。その為、負電荷ミュー粒子の小さな Fermi 海が現れる。(図 1) 逆の過程,

$$\mu \rightarrow e^- + \nu + \bar{\nu} \quad (5)$$

は、電子の Fermi 準位が充分高い限り Pauli 原理により起らないから、ミュー粒子の Fermi 海は安定である。(実際に生ずるミュー粒子の数は非常に小さく余り重要ではないが、これを生み出す機構は重要である) 同様にもっと高い密度では他の過程が可能になる。たとえば、中性子の Fermi エネルギーが充分高くなれば,

$$n \rightarrow \Lambda \quad (6)$$

により中性子より重いラムダ粒子の Fermi 海が形成されるだろう。しかし、実際にはハ

イペロンのうちではシグマ粒子の方が先にできるだろう。



何故なら、この過程には中性子だけでなく電子も関与するので、電子の Fermi エネルギーが Λ と Σ^- の質量差 ($m_\Lambda < m_{\Sigma^-}$) よりも大きければシグマ粒子が先に発生するからである。

このようにしてあらゆる種類の Fermi 海が生まれる可能性がある。しかし、理論的にそれを評価するには媒質となる物質と粒子との相互作用を知る必要があるが、高エネルギー物理の知識は乏しく不可能である。 Λ と Σ^- の相互作用等は全くわからず、SU(3)等に基づく簡単なモデル、有効ポテンシャルによる予想ができるぐらいだ。ハイパー核の Λ や中性子等々の相互作用の知識はあるが、理論の大きな問題として残されている。更に疑問となるのは、この様な高密度でこれらの粒子が物質の状態を記述するのに適当な自由度かどうかである。他の例として、水素ガスでは原子間距離が $10^{-2} \text{ \AA}$ ぐらいの高密度において水素原子は存在しないで陽子と電子のプラズマとなる。同様に、これら非常に高密度の物質では点粒子の集まりと考えるより拵った1つの物体と考えるべきで、クォークでものを考えねばならないだろう。

核物質の多体問題

“液体”領域でのアプローチには2つの方法がある。1つは Brueckner 理論で、2粒子のハシゴを加え合わせて基底状態のエネルギーを勘定するもので(図2)、他の1つは変分法で、波動函数の見当をつけて基底状態のエネルギー

$$\frac{\langle \Psi | H | \Psi \rangle}{\langle \Psi | \Psi \rangle} \quad (8)$$

を勘定するものである。このテクニックは最近の数年で大きく改善された。

核物質のエネルギーと Fermi 運動量の関係(図3)を見よう。結合エネルギー及び平均

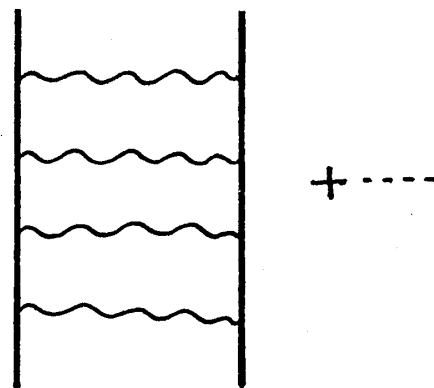


図2.

Gordon Baym

Fermi 波数 (密度) の実験値は, 各々 -16 MeV 及び $k_f \simeq 1.2 \text{ fm}^{-1}$ である。又, 極小点の回りの曲率は, 原子核のブリージング・モードから測定されるものである。これに対し理論曲線 (①~⑤) はどうか。①~③は変分計算によるもので, ④, ⑤は Brueckner-Bethe-Goldstone (BBG) 理論によるものである。曲線⑤は, 3体及び4体のクラスターまでを正確に計算したものだが, 結合エネルギーは -20 MeV と大きすぎるし, 最小値を与える密度も核物質の実測値の3~4倍になる。これらの計算に用いられた相

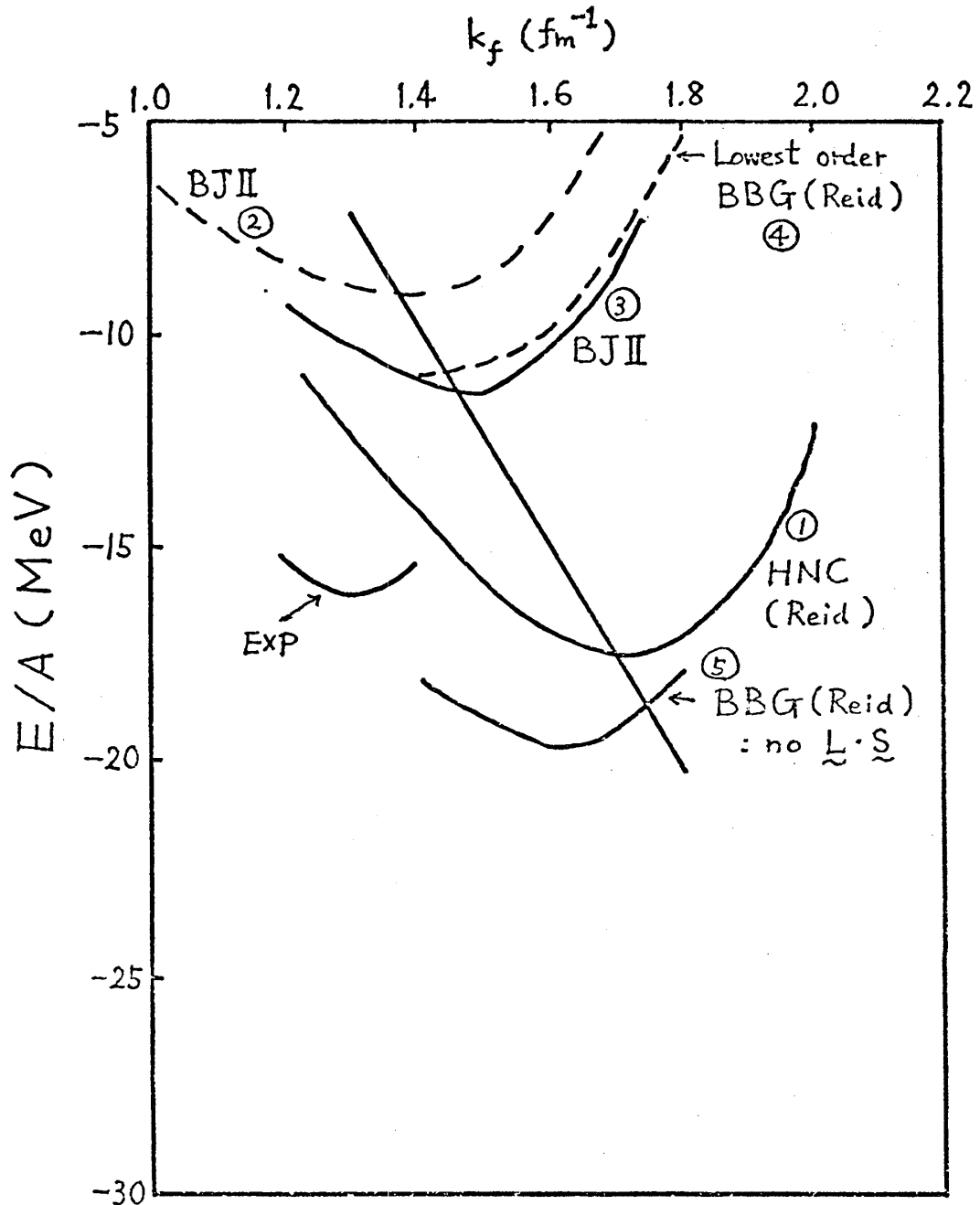


図3. 1核子当りの結合エネルギー — Fermi 波数 (密度)

相互作用ポテンシャルは、Reid のソフトコアポテンシャルと Bethe-Johnson ポテンシャルで、いずれも散乱データと重陽子のデータに合う様に得られる現象論的なものである。図3の理論曲線を眺めると奇妙なことに気がつく。Reid, Bethe-Johnson いずれのポテンシャルを用いたものも結合エネルギーの最小点が1つの直線上に乗る傾向がある。ポテンシャルを変えても決して実験値の最小点に来そうにない。これは完全に何らかの見落としがあることを示す。

核力に対する媒質の効果

何が見落されているか見るために、2体相互作用ポテンシャルについて考察しよう。図4は、2核子間に働く有効ポテンシャルの一般的な形である。遠方での引力は π -中間子の交換からくる湯川ポテンシャルで、近距離における斥力は重い ω などのベクトル中間子の交換に由来する。中距離での引力部分は2原子間に働く Van der Waals 力に非常に似ている。Van der Waals 力は、基底状態にある2つの原子が光子を交換して励起

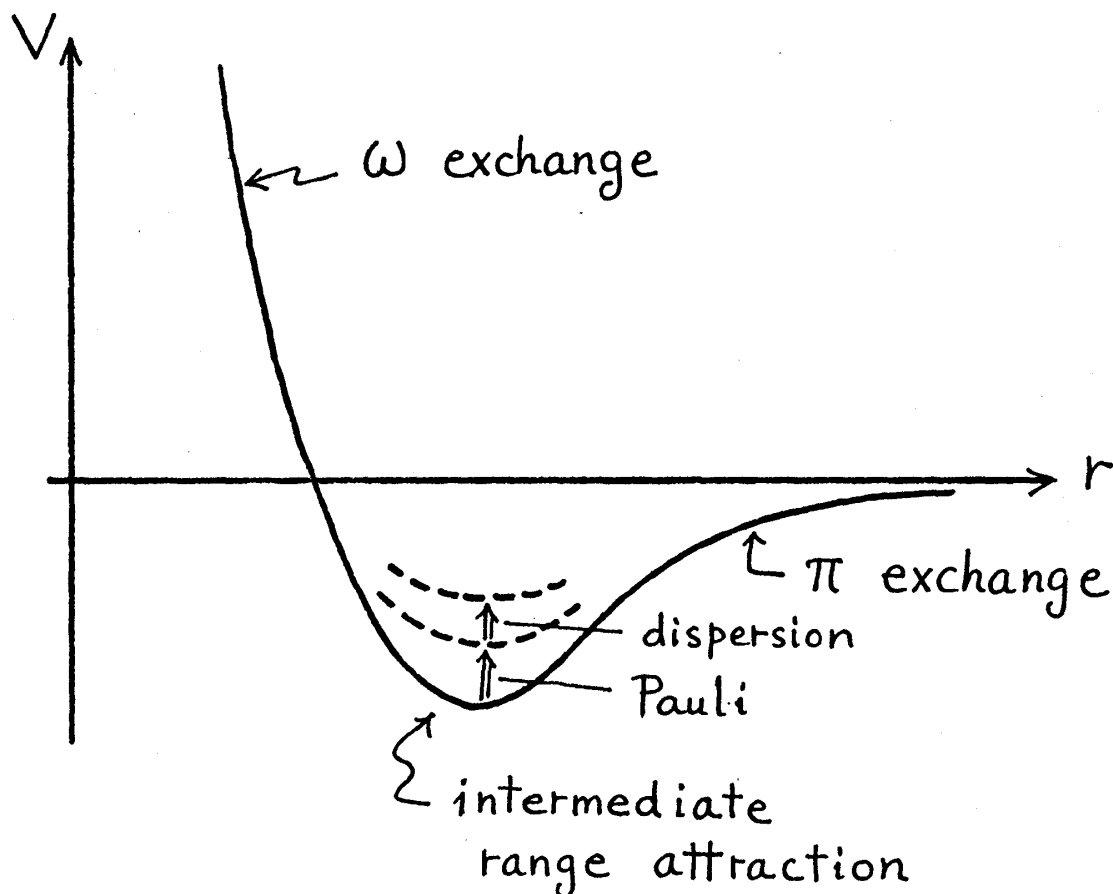


図4. 核子間の有効相互作用ポテンシャル

状態に上がった後また基底状態に戻ることににより、 r^{-6} の引力を生ずるものである。全く同様の過程が2核子間にも起こる。図5の様に、 π^- 中間子を交換し中間状態の1つ又は両方が共鳴励起状態 Δ (1236 MeV) に上がり元の状態に戻る。これが、中距離での引力部分を与える。

核物質では、液体ヘリウムや他の稀ガスでは起きない重要な事情がある。すなわち、粒子自身のエネルギーと励起エネルギーは同程度であり、中間状態のエネルギーは媒質の存在によって大きく影響される。(核物質では $m_\Delta - m_n \sim 300$ MeV に対して Fermi エネルギーは $5 \sim 100$ MeV であるが、原子の場合は励起エネルギー $\sim$ 数 eV に対して Fermi エネルギーは、ヘリウムの場合、 10^{-4} eV である) この効果には2つある。1つは Pauli 原理によるもので、これは可能な中間状態の数を減らす。2次摂動のエネルギーの表式

$$\Delta E = \sum_i \frac{|M_{0i}|^2}{E_0 - E_i} \quad (9)$$

は、常に引力として動くが(例えば、Van der Waals 引力)、核物質内では和をとるべき中間状態の数が Pauli 原理によって減るため、中距離での引力は弱まる。第2のものは、エネルギー分母が他の粒子との相互作用によって変化する効果で、これを分散効果と呼び引力を弱めるように働く。(図6)従って、図4の曲線は中距離において上の方

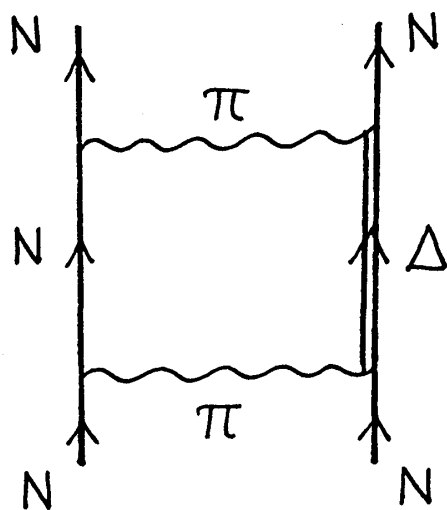


図5.

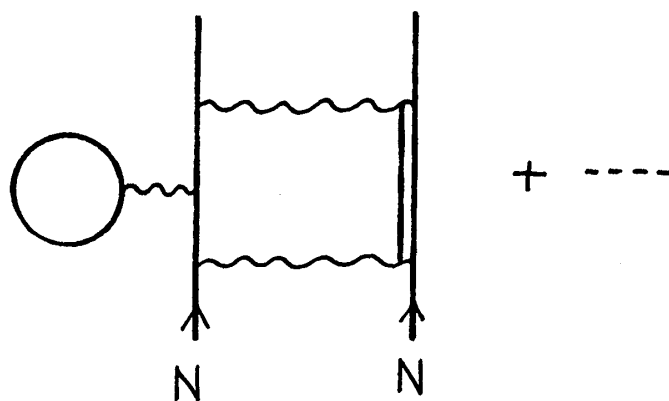


図6. 分散効果に効くダイアグラム

にずれたポテンシャルとなる。このことから核物質においては、真空中の散乱実験から得られた現象論的な相互作用ポテンシャルを用いるべきでないことがわかる。実際に我々のしなくてはならぬことは、通常の2体ポテンシャルを使うのではなくて物質中での Δ 粒子の励起なども取りこんだいくつかのチャンネルの結合した問題を解くことである。この立場から出発した計算はあるが、未だ核物質の実験値を再現したものはない。

“液体”領域での状態方程式

上に述べた媒質の効果は、中性子星の物理に大きく影響する。それを見るために、図5の中性子間の過程に関するアイソスピン代数を考える。 $T_\Delta = 3/2$, $T_N = 1/2$ だから、考えられる2粒子のアイソスピンの和は、初期状態では $T = 0, 1$, 中間状態では $T = 1, 2$ である。従って、可能な過程は $T = 1$ のみである。 $T = 0$ の2粒子状態($n + p$)のとり中間状態では1個の Δ は現れない。(2個の Δ は現れることができるが、これは相対的に重要でない)中性子対($n + n$)は常に $T = 1$ ($T^3 = -1$)なので、純中性子物質では Δ を1個含む中間状態が特に大きな効果を持つ。図7は種々の過程を考慮した場合の、1核子当りのエネルギー E/A と密度 n の関係を示したものである。④は $T = 1$ で、従来のBBGの計算で行なわれているように、 Δ の効果を考えない場合である。この場

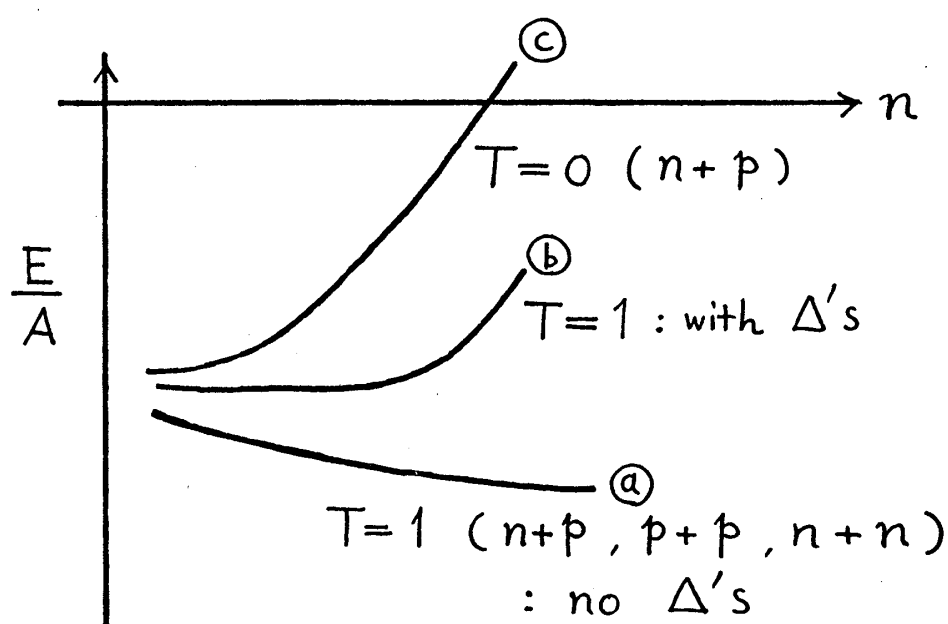


図7. 1核子当りの結合エネルギー — 核子数密度

Gordon Baym

合は、中性子間の相互作用は密度が増すほど1核子当りの結合エネルギーを増すように働く。⑤は $T=0$ ($n+p$) の場合で、密度の上昇とともに結合エネルギーは飽和する傾向にある。従って、すべてのBBG型の計算では核物質の結合は $T=0$ の相互作用から来ている。⑥は $T=1$ で Δ の効果を考慮したものである。この場合は、高密度で1核子当りの結合エネルギーは密度の増加函数となる。

中性子星の場合 ($T=1$ が問題となる), 圧力 P を密度 n の函数として見る。 ($P = n^2 A \partial(E/A)/\partial n$) Δ の効果を考慮するとしらない場合に比べて、物質はより固くなり中性子星が存在可能な質量の上限は大きくなる。同じ質量の中性子星でいえば、半径は大きく密度は小さくなって厚い“星殻”を持つようになる。しかし、これらの効果をちゃんととり入れた模型はまだない。

以上の効果の他に、異った傾向を示すたくさんの過程が存在する。これらは状態方程式をソフトにする。図8に示すのは、3体効果の中でパイ凝縮をもたらすものである。このグラフは3つのバブルのうち1つに Δ が入ったリングダイアグラムに対応している

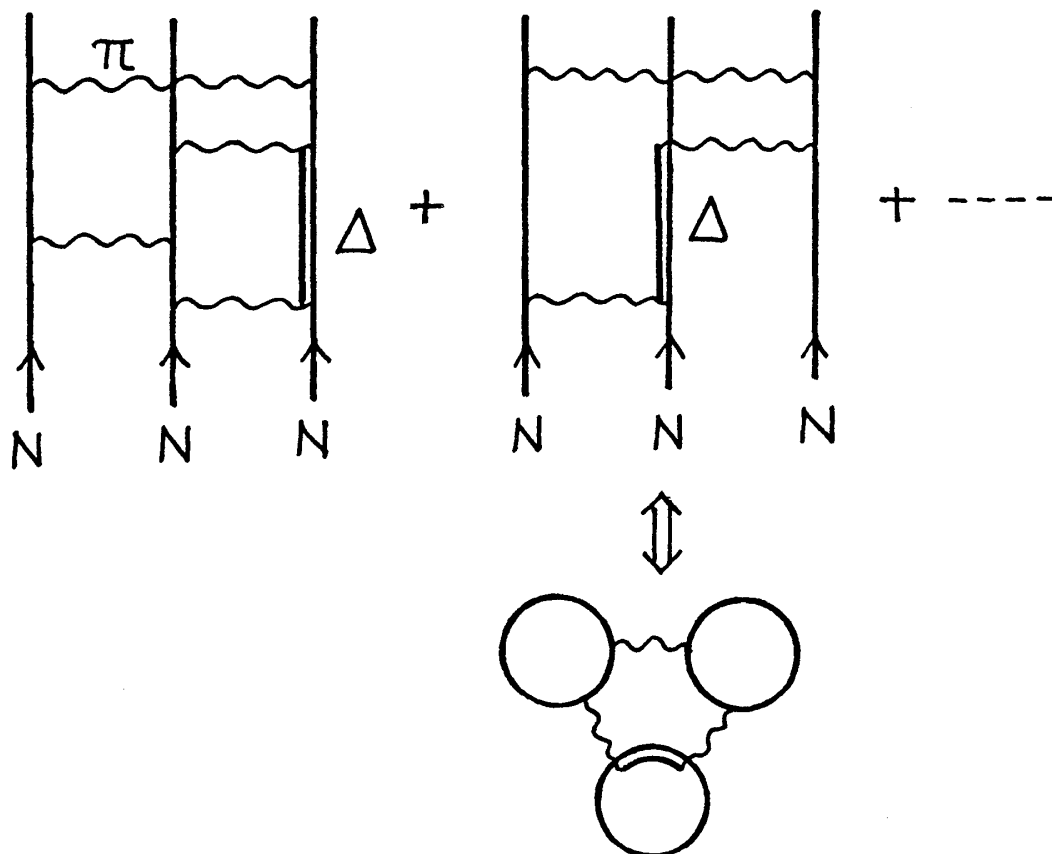


図8. 3体効果を表わすダイアグラム

が、このようなリングダイアグラムを集めるとパイ凝縮に導く引力的な寄与を得る。これは状態方程式をよりソフトにし圧力を減らすように働く。現在のところこれらの効果は理論的な計算にとり入れられておらず、我々は未だ中性子星の問題をちゃんと理解しているとは言えないということを強調しておく。

中性子星の質量の上限

高密度状態を研究する上で重要な問題に中性子星の質量の上限がどうなるかということがある。これはブラック・ホールを同定しようとする際重要になる。上限の質量は重力による崩壊に対する安定性から定まり、だいたい $2 \sim 3 M_{\odot}$ 程度と考えられている。一般的には、与えられた星の中心密度に対して中性子星の質量を決めるには星の内部の静止流体の方程式を積分するわけである。状態方程式がハードになれば、同じ中心密度に対して星全体の質量は増す。以下で見る様に、重力崩壊に対する安定性は中心密度によるから状態方程式がハードである程中性子星の質量の上限は大きくなる。(図9)

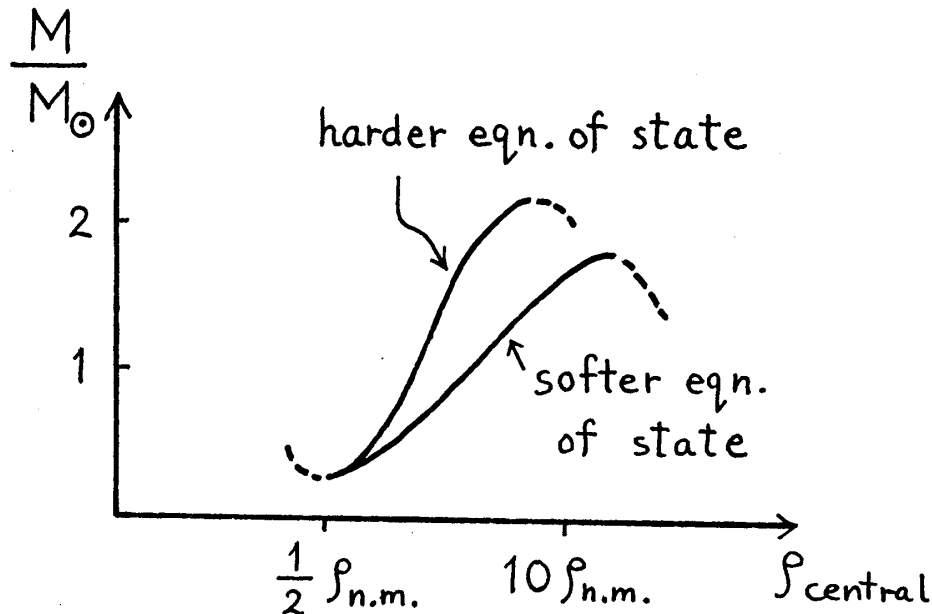


図9. 中性子星の質量 — 中心密度

もう少し話を具体的にするために、Tolman-Oppenheimer-Volkoff 方程式に基づいて議論を進める。これは、静止流体の方程式に一般相対論的な補正を加えたもので

$$\frac{\partial P(r)}{\partial r} = - \frac{G[m(r) + 4\pi P(r) r^3/c^2][\rho(r) + P(r)/c^2]}{r^2[1 - 2m(r)G/rc^2]} \quad (10)$$

と書ける。ここで、 G は重力定数、 $P(r)$ は圧力、 $m(r)$ は半径 r 内にある質量、 $\rho(r)$ は質量密度を表わす。 c^2 で割られる付加項は一般相対論による補正である。^{*}

$$m(r) = \int_0^r 4\pi r'^2 dr' \rho(r') \quad (11)$$

(10) 式の分母の一般相対論的因子 $[1 - 2m(r)G/rc^2]$ が零になれば、ブラック・ホールができる。さて、方程式 (10) を状態方程式と連立させて

$$\left. \begin{aligned} (1) \quad \rho(r=0) &= \rho_c \\ (2) \quad P(r=R) &= 0 \quad (R \text{ は星の半径}) \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

の境界条件を課して解いたとすると、その結果を用いて求めた星の質量 $M=m(R)$ と中心の密度 ρ_c との関係の概略は図 10 の様になる。 ρ_c が小さい付近の曲線は安定な白色矮星を表わし、結合エネルギーの源は固体状態の物質の重力である。(例えば、地球は左の端に位置する) その最大質量は $1.4 M_\odot$ で、それは $\rho_c \sim 10^9 \text{ g/cm}^3$ に対応する。この点から右側の中間の領域(点線の部分)は不安定配位を表わす。 $\rho_c \gtrsim 10^{19} \text{ g/cm}^3$ の領域では再び星の安定な配位が現れる。その質量は $0.1 M_\odot$ から $2 \sim 3 M_\odot$ で、これが安定な中性子星に対応すると考えられる。次に質量 M と半径 R との関係を示すと図 11 の様な奇妙な曲線になる。白色矮星では半径が大きくなると初めのうちは質量も大きくなる。地球と同様に岩石でできているからである。しかし、質量が増大を続けると重力が強くなり星は圧縮され始め $dM/dR = 0$ の点で不安定になる。この点が不安定である理由は、半径を変えてもエネルギー MC^2 が変化しない、つまり、 R を調和振動子の座標と考えれ

^{*} ここで一般的注意：バリオン数密度 n_b と質量密度 $\rho \equiv \epsilon/c^2$ (ϵ はエネルギー密度) を区別する必要がある。

$$\rho = m_n n_b + (\text{相互作用エネルギー})$$

と書けるが、高密度物質では第 2 項の方が重要になる。圧力 P を n_b で表わすと

$$P(\rho) = n_b^2 \frac{\partial(\epsilon/n_b)}{\partial n_b}$$

となる。更に、次の関係が成り立つ。

$$\frac{\epsilon}{c^2} + \frac{P}{c^2} = \frac{n_b \mu + Ts}{c^2}$$

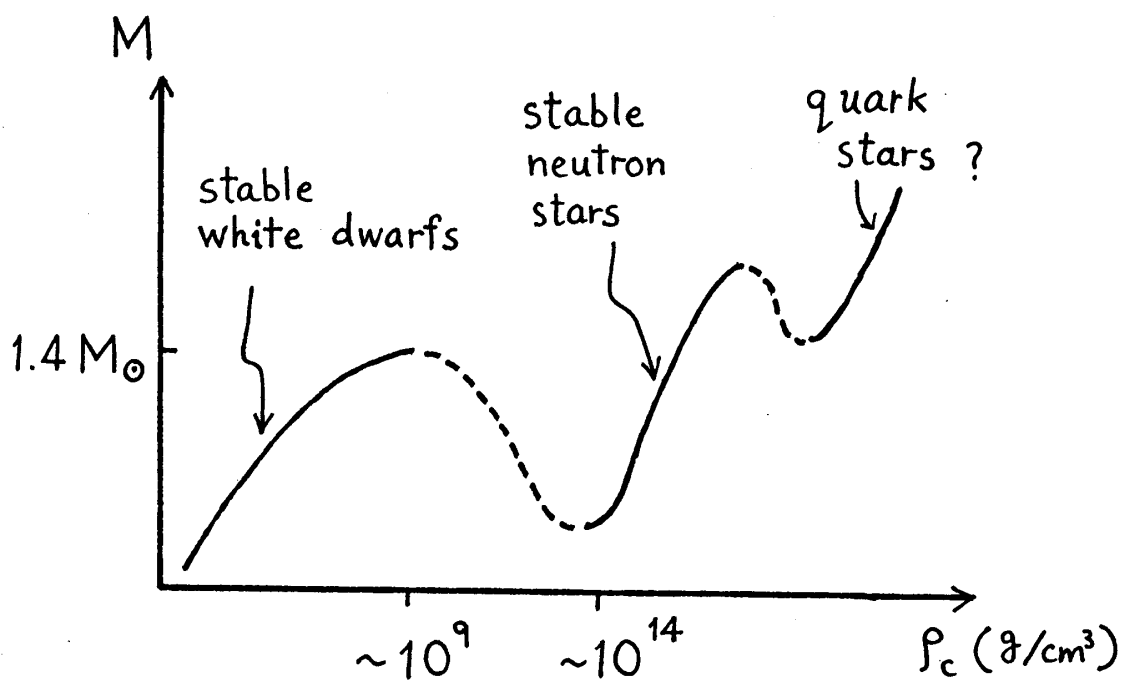


図 10. 星の質量 — 中心密度

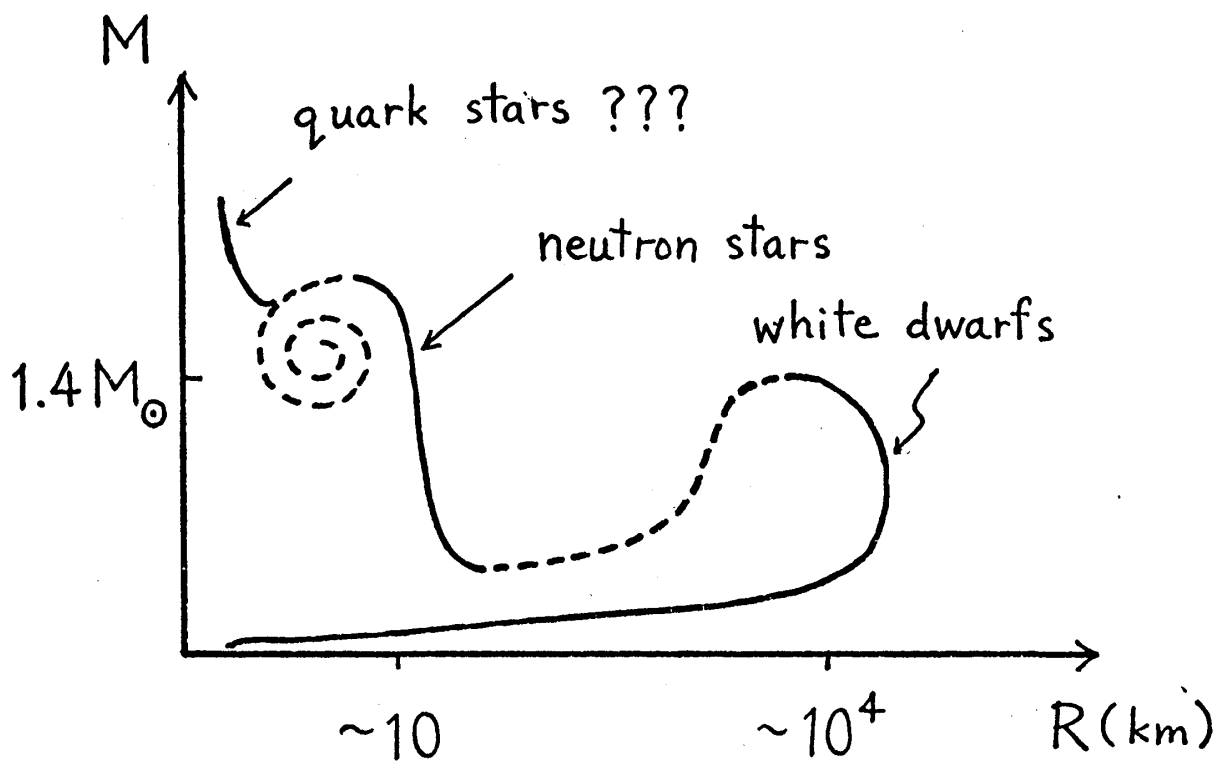


図 11. 星の質量 — 半径

Gordon Baym

ば振動数が零であることから理解されよう。 $R \sim 10 \text{ km}$ 付近にある中性子星の分枝についても質量が増大すると $dM/dR = 0$ の点で不安定になる。これらの他にも安定な分枝が存在するかも知れないが、それらはおそらくクォークからできていると考えられる。ただし、現在のところ観測されたことはない。

中性子星の質量と半径の関係

さて次に、(10) 式を非相対論的に近似した

$$\frac{\partial P}{\partial r} \simeq - \frac{Gm(r) \rho(r)}{r^2} \quad (13)$$

から中性子星の性質がどのように理解できるか考えてみよう。更に、次の近似をする。

$$\left. \begin{aligned} \rho(r) &\simeq \rho_c \\ m(r) &\simeq \frac{4\pi}{3} \rho_c r^3 \\ \frac{\partial P}{\partial r} &\simeq \left(\frac{\partial P}{\partial \rho} \right)_c \frac{\partial \rho(r)}{\partial r} \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

$(\partial P / \partial \rho)_c$ の添字 c は中心での値をとることを示す。(14)を用いると境界条件(12)の下で方程式(13)は容易に解けて

$$\rho(r) = \frac{2\pi}{3} G \rho_c^2 \left(\frac{\partial \rho}{\partial P} \right)_c (R^2 - r^2) \quad (15)$$

となる。 $\rho(r=0) = \rho_c$ ((12) 式の第1の条件)だから、半径 R は

$$R = \left[\frac{2\pi}{3} G \rho_c \left(\frac{\partial \rho}{\partial P} \right)_c \right]^{-1/2} \quad (16)$$

で与えられる。一方質量 M については、(15)を(11)に代入して積分することで、

$$M = \frac{2}{5} \left(\frac{4\pi}{3} \rho_c R^3 \right) \quad (17)$$

を得る。(16) 及び (17) が単純化した方程式の解であるが、更に $(\partial P / \partial \rho)_c$ の値として Fermi 気体の値 $v_F^2 / 3$ を用いると R 及び M は各々次の様に中性子の Fermi 波数と $M_\odot$ により表わすことができる。先づ、動力の微細構造定数、 $G m_n^2 / \hbar c \sim 10^{-38} \equiv N_0^{-2/3}$ ($N_0 = 2 \times 10^{57}$)、の値と $\rho_c \approx m_n n_b$ ($n_b = k_n^3 / 3\pi^2$) を (16) 式に代入すると、

$$R = N_0^{1/3} \left(\frac{3\pi}{2} \frac{\hbar}{m_n c k_n} \right)^{1/2} = \frac{12 \text{ (km)}}{\sqrt{k_n \text{ (fm}^{-1})}} \quad (18)$$

となる。これを (17) 式に代入すると

$$M = \sqrt{\frac{8\pi}{75}} m_n N_0 \left(\frac{\hbar k_n}{m_n c} \right)^{3/2} = 0.1 k_n^{3/2} \text{ (fm}^{-1}) M_\odot \quad (19)$$

となる。(N_0 は魔法数で、 $N_0/2$ が太陽に含まれるバリオン数を与える) 例として、 $k_n = 3 \text{ fm}^{-1}$ とすると、 $n_c = 0.9 \text{ fm}^{-3} \sim 5 \times$ (標準状態のバリオン数密度) となり、 $M = 0.5 M_\odot$ 、 $R = 7 \text{ km}$ である。これで中性子星の大きさ及び質量がなぜそのような値をとるかわかったと思う。同じ考え方で太陽の大きさを見積ってみる。太陽の密度で 10^7 K という温度では核子は古典気体と見なせるから、 $\partial P / \partial \rho = T / m_n$ を用いると、 $R_\odot \sim 10^{11} \text{ cm}$ とよい値を与える。この様に、微視的な物理は局所的な状態を示す $\partial P / \partial \rho$ の中に入っており、簡単なモデルを用いて異なる状態にある星のことが理解できるのである。次に、中性子星に対して多体問題により決めた状態方程式から求めた $\partial P / \partial \rho$ を用いて $M - \rho_c$ 及び $M - R$ 曲線を描いたものを示そう。(図 12) (図 13) R は Reid ポテンシャルを用いた BBG 理論による。BJ は Bethe-Johnson ポテンシャルを用いたもの。 π 及び π' はパイオン凝縮の効果を異った近似のやり方でとり入れたもの。TI は Δ の効果をとり入れた計算。MF は平均場中間子理論によるものである。これらはいずれも、最大質量については $1.6 M_\odot \sim 3 M_\odot$ の範囲にある。(図 12) 半径についてみるとそれぞれの曲線の違いは拡大される。同じ質量の星で半径は $7 \text{ km} \sim 17 \text{ km}$ ぐらいまで散らばっている。(図 13) これらのすべての曲線は我々の知っている物理と矛盾はしない。

ブラック・ホール生成の条件

ブラック・ホールができる条件は (10) 式の分母が零になる、すなわち $R = R_s \equiv 2M$

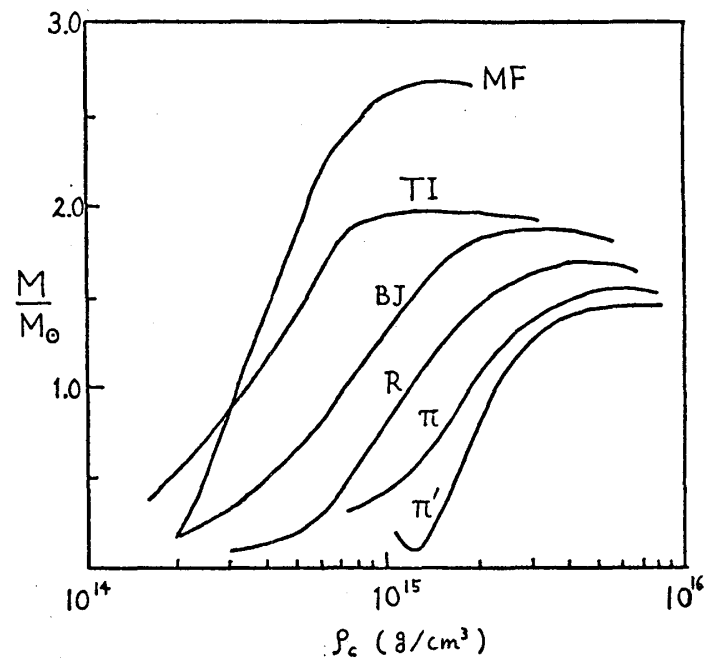


図 12 星の質量 — 中心密度 (理論曲線)

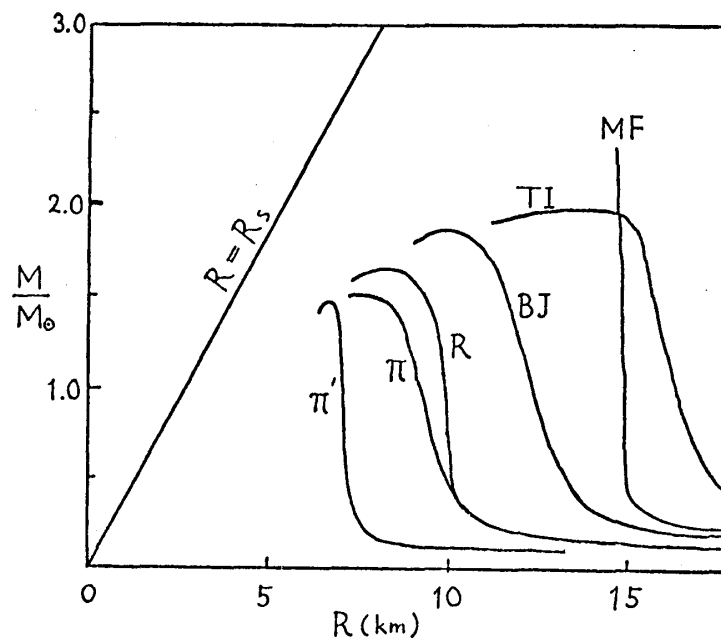


図 13 星の質量 — 半径 (理論曲線)

G/c^2 (Schwarzschild 半径) を満たすことである。星の半径が小さくなって上の条件を満たすとその星はブラック・ホールになりエネルギーは安定になれず永遠に崩壊し続けることになる。図 13 の $R=R_g$ はこの条件を満足する魔法線で、この線より上の範囲に入ると何でもブラック・ホールになってしまう。

中性子星の最大質量の大ざっぱな値は、次の様な簡単でおもしろい計算であたることができる。星の内部の中心から R_f の距離における密度を ρ_f とする。(図 14) (11) 式の $m(R_f)$ を M_f と書く。この付近ではブラック・ホールになっていないから

$$\frac{2M_f G}{c^2} < R_f \quad (20)$$

である。又、

$$M_f = 4\pi \int_0^{R_f} r^2 dr \rho(r) > \frac{4\pi}{3} R_f^3 \rho_f \quad (21)$$

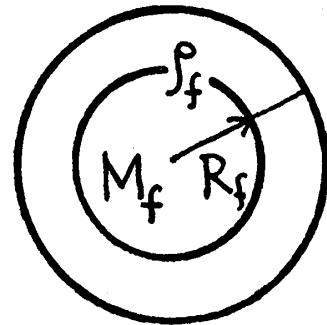


図 14

が成り立つ。この 2 つの条件から、少なくとも図 15 の斜線の領域ではブラック・ホールが存在する。境界を与える 2 つの曲線の交点に対応する質量は、

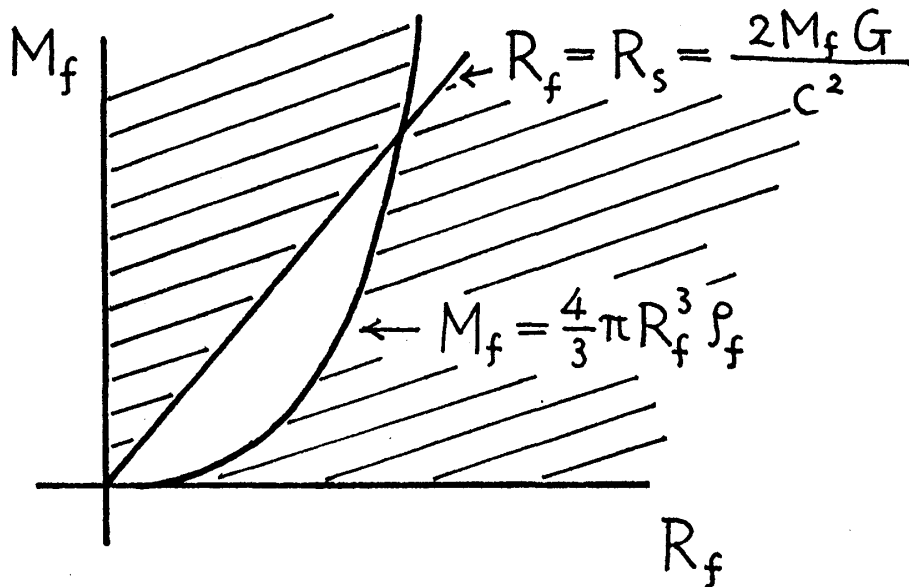


図 15 ブラック・ホールの存在する領域

Gordon Baym

$$\frac{4\pi}{3} \left(\frac{3}{8\pi} \frac{c^2}{G} \right)^{3/2} \rho_f^{-1/2}$$

となり、安定な中性子星の質量は、太陽の質量 $M_\odot$ との比で表わすと、少なくとも

$$\frac{M}{M_\odot} \lesssim 6.75 \left(\frac{\rho_0}{\rho_f} \right)^{1/2}$$

の範囲になければならない。例えば、 ρ_f としては標準核物質密度 ρ_0 の2倍にとると、

$$\frac{M}{M_\odot} \lesssim 4.77$$

となる。

(翻訳：上羽牧夫，山田一雄，松井哲男，乙藤岳志，外山泰三，田中一尚，

編集：三宅和正)