

東大 理 宮 下 精 二

相転移とは本来熱力学の自由エネルギーの特異性で静的な概念であり、磁化 M のような秩序パラメータを通して理解が非常に進んできた。しかし近年、2次元XYモデルや三角格子反強磁性体 (Ising) の中間相 (partially disordered phase) などのような長距離秩序を伴わない相なるものが興味を持たれてきている¹⁾。これらの相は、静的には相関関数が代数的に緩和する、 $\langle S_0 S_r \rangle \propto r^{-\eta}$: r は距離、ことで特徴づけられているが、従来の秩序パラメータという考え方を踏襲するとこれらは、秩序パラメータが時間的にゆっくり動いている相ということができる。実際、この2次元XYモデルの低温相での磁化の緩和は現象論的な運動方程式²⁾

$$\frac{\partial m}{\partial t} = - \frac{1}{\tau} \cdot \frac{\partial F(m)}{\partial m}, \quad (1)$$

(ここで $F(m)$ は自由エネルギーでこのモデルでは $F(m) = \int \frac{J}{2} (\nabla m(r))^2 d\vec{r}$ とした。) を用いるとその相関関数が

$$\langle M(0) M(t) \rangle \propto t^{-\hat{\eta}}, \quad \hat{\eta} = \frac{k_B T}{4\pi J} \quad (2)$$

の形となり³⁾、普通の指數的緩和

$$\langle M(0) M(t) \rangle \propto e^{-t/\tau} \quad \tau: \text{緩和時間} \quad (3)$$

とはちがう非常にゆっくりした緩和が予想されている。また、三角格子反強磁性体 (Ising系)⁴⁾ で指摘されている partially disordered 相の sublattice switching はこのゆっくりした緩和を見ていることになると思われる。更に、三角格子反強磁性体 (ハイゼンベルグ系)⁵⁾ ではスピン相関が低温でも指數的に緩和するような低温相が予想されており、ここでは sublattice 磁化はもはや厳密な意味では秩序パラメータになりえないが、この sublattice 磁化の緩和を見るとやはり相転移を反映してその前後で (3) 式の τ が大きく変化し (発散はしない)、低温でゆっくりした緩和を見せる。この後者のゆっくりした緩和は、(3) のタイプであり (2) のタイプのように定性的なところがいいないが、 τ の変化が非常に大きいので緩和が τ の前後であたかも定性的に変ったかのように見える。このように秩序の動的性質は新しいタイプの相の研究の上で非常に重要であると考えられる。

しかし、系のダイナミクスを調べていくときに、秩序パラメータをゆっくり変化させるものとして、上述のようなイントリンシックな原因のほかにもう一つの原因として系の有限性がある。有限のサンプル (微粒子、単結晶でないグラファイト上の系など)、希釈系、あるいはランダム系 (ここではフラストレーションのため系が実効的にクラスティ化されていると考えられる⁶⁾) などの問題では有限性の影響は避けがたく、有限系ゆえの緩和がどのようなものであるかは興味深いものである。そこで、サイズ効果に注目するため

モンテカルロ法を用いて2次元 Ising モデル (これはサイズ $L \rightarrow \infty$ で静的な秩序を生じる) の低温での秩序緩和を調べて見る。図1に示すように、高温側での緩和とちがい、緩和のプロセスは2つの安定な状態のスイッチングによって起きていることがわかる。

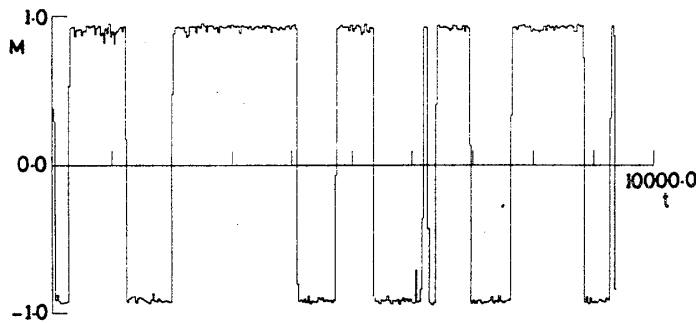


Fig. 1. A typical time-evolution of the magnetization $M(t)$ for $L=7, K=1/T=0.5$. Here $K_c = 1/T_c \approx 0.44$.

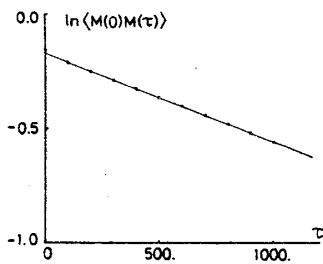


Fig. 2. A typical data for the autocorrelation function $\langle M(0)M(t) \rangle$ for $L=7, K=1/T=0.5$.

ここでの緩和時間とは1つの状態にいる平均時間であり、有限系での秩序の安定性を示す量であるといえる。この平均時間がしだ大きくなるに従ってどのように大きくなっていくかを評価してみる。平均時間(緩和時間 τ)を求めるために、

磁化の時間相関を図2にプロットする。この図でわかるように図1の過程の時間相関はきれいな指数的な崩壊

$$\langle M(0)M(t) \rangle \propto e^{-t/\tau}$$

を示す。これはスイッチングが放射線崩壊などと同様指数的分布に従っていることを示している。この τ のサイズ-温度依存性は図3に示す。この τ の依存性は

$$\tau = L^{\varepsilon} \exp(a/\varepsilon L) \quad (4)$$

の形にまとめられる。ここで $\varepsilon = (K_c - K)/K_c = 1 - T_c/T$, ε (動的臨界指数 $=2.2^8$) $a \approx 6.3/T_c$ 。この $a\varepsilon L$ は低温での界面の Interfacial tension と同じ形であり⁹⁾、今の場合、Domain wall による運動が秩序崩壊の主要な要因であるということができる。

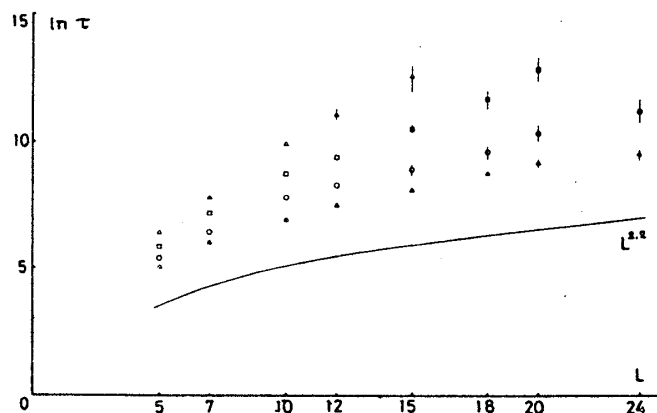


Fig. 3. The size-dependence of the relaxation time τ . The symbols $\triangle, \circ, \square$ and Δ correspond to $K=0.45, 0.46, 0.48$ and 0.50 , respectively. We maintain this notation throughout this letter. Bars denote ambiguity in each estimation.

このように有限サイズでの緩和時間がわかるとクラスター(1次元的大きさ L)の集合体の平均的緩和は

$$\langle M(0) M(t) \rangle = \int_0^{\infty} e^{-t/\tau(L)} P(L) dL \quad (5)$$

の形となり, やはり ν , κ の緩和を示す。ここで $P(L)$ は大きさ a の分布である。たとえば $P(L) \sim e^{-aL}$, $\tau(L) \sim e^{+bL}$ の場合には $\langle M(0) M(t) \rangle \sim t^{-a/b}$ の形であり, 3次元 Ising モデルなどの場合のように界面のエネルギーが L^2 に比例するような場合には $\tau(L) \sim e^{+bL^2}$ と予想されるがそのような場合にはもっと遅く緩和する。

以上のように, ν , κ の緩和現象(平衡状態での)には多様なメカニズムがあり, 実際の解析はむづかしいであろうが, 将来非常に興味深い現象であると思われる。
 “ ν , κ ” という定性的な記述がより正確なものにかかわることを期待したい。

参考文献

- 1) J. M. Kosterlitz & D. J. Thouless : J. Phys. C6 (1973) 1183, C7 (1974) 1046.
- 2) P. C. Hohenberg & B. I. Halperin : Rev. Mod. Phys. 49 (1977) 435.
- 3) S. Miyashita, H. Nishimori, A. Kuroda & M. Suzuki : Prog. Theor. Phys. 60 (1978) 1669.
- 4) S. Fujiki, K. Shutoh, Y. Abe & S. Katsura : J. Phys. Soc. Jpn. : 52 (1983) 1531, H. Takayama, K. Matsumoto, H. Kawahara & K. Wada : J. Phys. Soc. Jpn. : 52 (1983) 2888, (sublattice switching はこれらの論文に基いた論文によって議論された) .
- 5) H. Kawamura & S. Miyashita : J. Phys. Soc. Jpn. : 53 (1984) No. 1 .
- 6) S. Miyashita & M. Suzuki : J. Phys. Soc. Jpn. 50 (1981) 1840 .
- 7) S. Miyashita & H. Takano : Phys. Letters 98A (1983) 426 .
- 8) H. Takano : Prog. Theor. Phys. 68 (1982) 493 及びその参考文献 .
- 9) 自由エネルギーにおける障壁(2つの安定状態間の)については厳密に解けている(2次元 Ising 系)が, 一般の場合については K. Binder : Phys. Rev. A25 (1982) 1699 で詳しく論じられている。