

ビル内アトリウムの熱移動モデリングへのクープマンモード分解の適用—I —小スケール流速場による有効熱拡散—

河野 洋平*・薄 良彦*
林田 光紀**・引原 隆士*

Applications of Koopman Mode Decomposition to Modeling of Heat Transfer Dynamics in Building Atriums—I —Effective Heat Diffusion by Small-scale Air Movement—

Yohei KONO*, Yoshihiko SUSUKI*,
Mitsunori HAYASHIDA** and Takashi HIKIHARA*

We develop a methodology for modeling of heat transfer dynamics of building atriums based on observational data on temperature and air-conditioning system. We focus on the phenomenon of heat transfer mainly due to the air movement inside a practically-used atrium, where the air slowly moves on a length-scale smaller than the distance between rooms. The heat transfer is modeled as a two-dimensional heat diffusion equation with an effective diffusion coefficient. The coefficient is identified based on a spatio-temporal oscillatory pattern extracted from measurement data via Koopman mode decomposition. The identified coefficient is verified with the characteristic numbers of fluid flow in the atrium and its architectural geometry. In the companion paper [Y. Kono, Y. Susuki, and T. Hikiyara, Trans. SICE (53-2)], we will consider the heat transfer due to the air movement over the length-scale of the distance between rooms.

Key Words: building, atrium, effective heat diffusion, Koopman mode decomposition

1. はじめに

近年、ビルに対するエネルギーマネジメントシステム (Building Energy Management System: BEMS) の研究開発が盛んに進められている^{1),2)}。BEMSは、空調、照明などのエネルギー消費設備の監視、制御およびデータ管理を複合的にこなうシステムであり、省エネルギー性、低環境負荷性および快適性の維持ないし向上を目的として導入される。特に、空調の消費エネルギーはビル内設備全体の消費エネルギーの約5割を占めることが報告されており³⁾、省エネルギー性および低環境負荷性の観点から空調システムの効率的運用はBEMSの重要な機能である。

BEMSの空調運用では、ビル内熱ダイナミクスの複数の時空間スケールに対する数理モデルが必要とされる。空間スケールの観点でいえば、室内スケールの分布定数モデル^{4)~6)}と部屋間の熱収支に着目した集中定数モデル⁷⁾に大別される。前者は、室内の詳細な温度分布を考慮した空調運用につながるため近年注目を集めている^{6),8)}。一方、後者は主にビルおよび空調システムの設計段階で用いられている。一般に後者のモデル化では、部屋間の熱移動のうち、壁や天井などの固体構造を介した100時間程度の時定数を有するもの^{7),9)}が対象とされてきた。これに比べて、アトリウムなどの開放空間を介した熱移動の時定数は上記と比べ十分小さい¹⁰⁾。このため、空調給気などに起因する室内温度の変化は主にアトリウムを介して空間的に伝搬することになる。この伝搬にかかわる評価のための1つの方策として、アトリウムを介した熱移動の数理モデルの構築が考えられる。

このようなアトリウムを介した熱移動のモデル化には2つの課題が存在する。1つは熱ダイナミクスを表わす数理モデルの複雑さに起因する計算負荷の大きさである。室内およびアトリウム内の熱ダイナミクスの解析には数値流体力学 (Computational Fluid Dynamics: CFD) に基づく手法が多数用いられている (たとえば文献5), 11))。しかしながら、CFD解

* 京都大学大学院工学研究科 京都市西京区京都大学桂

** オムロン (株) 環境事業本部
京都市下京区塩小路通堀川東入

* Graduate School of Engineering, Kyoto University,
Kyotodaigaku-katsura, Nishikyo-ku, Kyoto

** Environmental Solutions Business Headquarters, OM-
RON Corporation, Shiokoji Horikawa, Shimogyo-ku,
Kyoto

(Received March 29, 2016)

(Revised September 10, 2016)

析はモデルの高次元性および非線形性に起因して計算負荷が大きい、実時間の制御に必要となるダイナミクスに着目した解析事例は見られない。もう1つは、ビル内で得られる多様な実測データをビル内の熱ダイナミクスのモデル化にどのように活かすかについて確立した指針がない点である。現状のBEMSにおいては、データに基づくモデルの較正¹²⁾や設備の最適運用¹³⁾などは行なわれているものの、ダイナミクスのモデル化という観点から実測データを扱った例は見られない。

以上を踏まえ、本論文では、アトリウムを介した部屋間熱移動ダイナミクスに着目し、実測データを用いたCFDによらないモデル化を提案する。具体的には、アトリウム内の流速場の特性に合わせて、拡散方程式および移流方程式の2つの数値モデルを導入し、実用に供されているビルで得られた実測データを用いて熱移動に関するパラメータを同定する。本論文は2部から構成され、この第1部では、アトリウム内において小スケール流速場が支配的となる場合を対象に、部屋間の熱移動を等方的な拡散方程式としてモデル化する。これは一般に有効拡散^{14), 15)}と呼ばれる概念として知られている。そして、クープマンモード分解 (Koopman Mode Decomposition: KMD)^{16), 17)}を用いて、アトリウムを介した熱移動の時間スケールに相当する時空間振動成分を実測データより抽出し、その応答に基づきモデルパラメータを同定する。これは、CFDを用いた従来の評価法¹¹⁾とは異なり、数時間スケールで変動する熱移動ダイナミクスを表現するものである。第2部¹⁸⁾では、アトリウム内において大スケール流速場が支配的となる場合を対象に、部屋間の熱移動を移流方程式としてモデル化し、実測データのKMD結果を基に第1部と同様のパラメータ同定を行なう。以上により、実測データを利用することでビル内アトリウムにおける熱移動の定量的な特性評価が可能となることを示す。

本論文の構成は以下のとおりである。2章では、第1部で対象とするビルとそこで得られた実測データについて説明する。3章では、本論文で用いる実測データの処理法であるKMDについて述べ、実測データに適用した結果を示す。4章では、アトリウムを介した熱移動の物理メカニズムについて説明し、これを表現するために有効熱拡散項を用いた数値モデルを提案する。5章では、4章で導入したモデルのパラメータを実測データのKMD結果を用いて同定し、その妥当性を流速場の特性数および建物構造の点から検討する。6章では本論文をまとめると共に、第2部との関連について述べる。

2. 解析対象のビル内アトリウムおよび実測データ

本章では、解析対象とするビル内アトリウムについて説明すると共に、熱移動ダイナミクスのモデル化に用いる実測データを紹介する。

本論文で対象とするのは、オムロンヘルスケア(株)本社ビルである。Fig. 1に対象ビルの外観写真を、Fig. 2およびFig. 3に断面図および平面図を示す。ただし、図中の実線は壁を表わし、破線は部屋の境界を表わす。本建物は6階建て



Fig. 1 Photograph of the target building

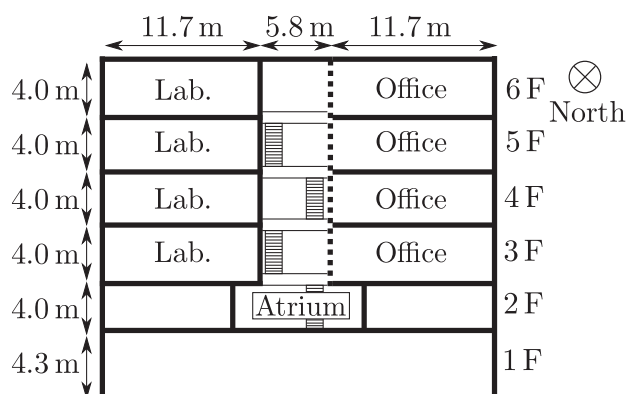


Fig. 2 Cross section of the target building

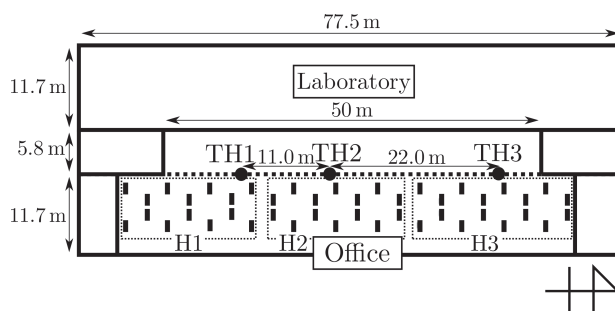


Fig. 3 Outline of 3rd to 6th floors of the target building. The circles stand for temperature sensors and the rectangles for outlet ducts

あり、本論文ではそのうち3階から6階を解析対象とする。対象の空間では、東側が事務室、西側が実験室として供されている。また、建物中央にはアトリウム構造があり、各階の事務室はアトリウムを介して壁に仕切られることなく連続的につながっている。Fig. 4に本アトリウムの構造を写真で示す。この構造から、アトリウムを介した事務室間の熱移動が発生しているものと推測される。なお、事務室およびアトリウムの構造は各階ごとに若干異なっており、この差異については5.3節で言及する。

つぎに、対象ビルの空調設備について説明する。本建物の事務室には局所向けおよび室内全体向けの2種類の空調機が設置されており、本論文では後者をアンビエント空調と呼ぶ。アンビエント空調は各階に3機設置されており、天井面に設置された複数のダクトから給気を行なっている。Fig. 3中に



Fig. 4 Photograph of atrium in the target building

四角印でダクトの位置を示す．ここで、破線で囲まれた部分が各空調機に対応しており、本空調機をそれぞれ H1, H2 および H3 と呼ぶ．

続いて、解析対象で実測されるデータについて説明する．本建物では、3 階から 6 階の事務室において、アトリウム付近の温度およびアンビエント空調の給気温度が 10 分ごとに 0.1°C 刻みで測定されている．アトリウム付近の温度計は Fig. 3 中の丸印の位置に設置されており、床から高さ 1.5m の位置の温度が測定されている．本報告では、各階の温度計を南から順に TH1, TH2 および TH3 と呼ぶ．Fig. 5 に 2014 年 7 月 30 日（水）の午前 8 時から午後 5 時の間に実測されたアトリウム温度および空調給気温度を示す．いずれの階においても両データは数時間周期の変動成分を含んでいる．

3. 温度データのクーブマンモード分解

本章では、Fig. 5 に示した実測温度データにクーブマンモード分解（KMD）を適用し、データに内在する時空間振動モードを抽出する．

3.1 クーブマンモード分解の概要

本節では、文献 17), 19) を参考に KMD の概要について述べる．KMD とは、非線形力学系に対して定義されるクーブマン作用素²⁰⁾に基づいて、時系列データを単一周波数の振動モードに分解する手法である（詳細は付録 A を参照）．本論文では、Arnoldi 型アルゴリズム¹⁷⁾を用いて M 次元実測データ列 $\mathbf{X}[n] \in \mathbb{R}^M$ ($n = 0, \dots, N-1$) を以下のように有限級数へ分解する．

$$\begin{cases} \mathbf{X}[n] = \sum_{m=1}^{N-1} \tilde{\lambda}_m^n \tilde{\mathbf{V}}_m, & n \in \{0, \dots, N-2\} \\ \mathbf{X}[N-1] = \sum_{m=1}^{N-1} \tilde{\lambda}_m^{N-1} \tilde{\mathbf{V}}_m + \mathbf{R} \end{cases} \quad (1)$$

ここで、 $\tilde{\lambda}_m$ および $\tilde{\mathbf{V}}_m$ はクーブマン固有値 (Koopman Eigenvalue: KE) およびクーブマンモード (Koopman Mode: KM) と呼ばれている．また、 $\mathbf{R}$ は分解にあたり生じる剰余ベクトルであり、一般にそのノルムは小さい．

3.2 波動の伝搬としてのクーブマンモードの解釈

本節では、ビル内アトリウムへの適用に向けて、KM の振動応答を波動の伝搬の観点から見ておく．まず、角周波数 ω_m を用いて m 次 KE を $\tilde{\lambda}_m = |\tilde{\lambda}_m| \exp(i\omega_m \Delta t)$ と書く．ただし i は虚数単位である．このとき、この ω_m に対応する m 次 KM の振動応答は次式で表わされる．

$$\tilde{\lambda}_m^n \tilde{\mathbf{V}}_m = |\tilde{\lambda}_m|^n \begin{bmatrix} A_{m,1} \exp\{i(\omega_m n \Delta t + \theta_{m,1})\} \\ \vdots \\ A_{m,M} \exp\{i(\omega_m n \Delta t + \theta_{m,M})\} \end{bmatrix} \quad (2)$$

ただし、 $A_{m,p}$ は KM $\tilde{\mathbf{V}}_m$ の p 番目の成分の絶対値（振幅）、 $\theta_{m,p}$ は $\tilde{\mathbf{V}}_m$ の p 番目の成分の偏角（位相）である．今、 $\tilde{\mathbf{V}}_m$ の各成分に対応するデータの観測位置を $\mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_M \in \mathbb{R}^{N_d}$ と書く ($N_d \in \{1, 2, 3\}$ は対象とする空間の次元)．このとき、行列 $[\mathbf{r}_1 \dots \mathbf{r}_M]^T$ (添字 T はベクトルの転置) が列フルランクならば、各 $p = 1, \dots, M$ に対して $\mathbf{r}_p^T \mathbf{k}_m = -\theta_{m,p}$ を満たす $\mathbf{k}_m \in \mathbb{R}^{N_d}$ を一意に定めることができる．これより、(2) 式の右辺はつぎのとおり変形できる．

$$|\tilde{\lambda}_m|^n \begin{bmatrix} A_{m,1} \exp\{i(\omega_m n \Delta t - \mathbf{r}_1^T \mathbf{k}_m)\} \\ \vdots \\ A_{m,M} \exp\{i(\omega_m n \Delta t - \mathbf{r}_M^T \mathbf{k}_m)\} \end{bmatrix} \quad (3)$$

以上より、 m 次 KM の振動応答は角周波数 ω_m および波数ベクトル $\mathbf{k}_m$ を有する N_d 次元の波動を表わす．このとき、位相 $\theta_{m,p}$ は、観測位置間の温度または熱入力に関する波の伝搬を定量化したものに相当する．

3.3 クーブマンモード分解の適用結果

Fig. 5 のデータセット $\mathbf{X}[n] \in \mathbb{R}^M$ ($n = 0, \dots, N-1$) に KMD を適用した結果を示す．ここで、 $M = 24$, $N = 55$ (9 時間に相当) である．Fig. 5 の時間帯は、ビル内に多くの人が滞在し空調負荷が大きいことから、室内の空調機が稼働し、アトリウムを介した部屋間の熱移動が顕著になっていると推測され、本解析に適すると判断した．本論文では、KM $\tilde{\mathbf{V}}_m$ を次式のように 2 成分に分解して考える．

$$\tilde{\mathbf{V}}_m = \begin{bmatrix} \mathbf{V}_m^A \\ \mathbf{V}_m^H \end{bmatrix} \quad (4)$$

ここで、 $\mathbf{V}_m^A, \mathbf{V}_m^H \in \mathbb{C}^{12}$ は KM の成分のうち、それぞれアトリウム温度と給気温度に対応する部分のモードベクトルである． $\mathbf{X}[n]$ が実数値ベクトルであるため、KE および KM には互いに複素共役なものが含まれる．以下では複素共役なモードベクトルの対をモード対 $\{m, m+1\}$ と呼ぶ．なお、時間および空間に対する分解精度を向上させるため、データから時間平均を引いた上で KMD を適用した．

Table 1 に各モード対に関する諸量を、 $|\tilde{\lambda}_m|$ が大きい順に示す．固有周期 T_m は以下で求められる．

$$T_m = \frac{2\pi \Delta t}{|\text{Im}[\ln \tilde{\lambda}_m]|} \quad (5)$$

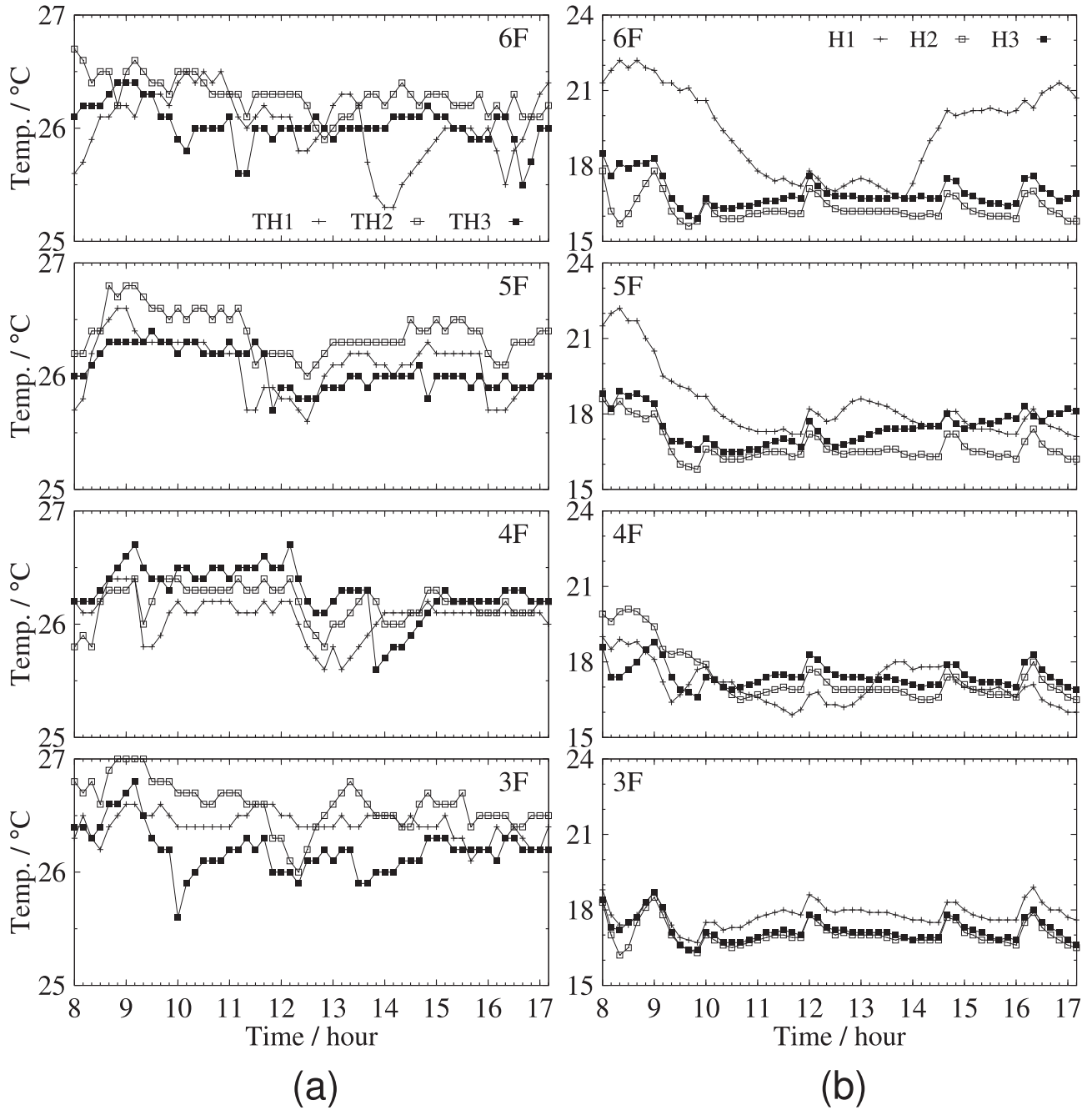


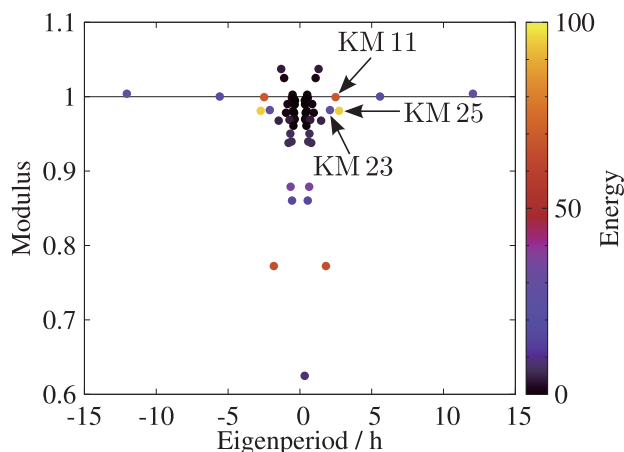
Fig. 5 Measured data on July 30, 2014 (Wed.): (a) atrium temperature and (b) outlet temperature

ここで、 Δt はサンプリング周期で 10 分である．絶対値 $|\tilde{\lambda}_m|$ およびノルム $\|\mathbf{V}_m^A\|$, $\|\mathbf{V}_m^H\|$ が大きいモード対が元データ中の支配的な成分を表わす．ただし $\|\cdot\|$ はベクトルノルムである．絶対値 $|\tilde{\lambda}_m|$ が 1 より大きいモード対 $\{1, 2\}$ および $\{3, 4\}$ は、元データ中の過渡的変動に関連すると考えられる．過渡的変動と判断する理由は、対象とするデータが表わすダイナミクスが時間に関して周期的 ($\mathbf{X}[0] = \mathbf{X}[n-1]$) である場合、KE の絶対値はすべて 1 となる点¹⁷⁾による．実際、周期定常的ではなく過渡的なダイナミクスを表わす時系列に対して、KE の絶対値は 1 とは異なる値を取ることが報告されて

いる^{21), 22)}．また、モード対 $\{5, 6\}$ は、固有周期がサンプリング期間 (9 時間) よりも長いことから、元データ中のトレンド成分に関連すると考えられる．さらに、モード対 $\{7, 8\}$ は、固有周期が Δt 程度と短く、元データ中の主要な振動成分と対応しないため、アルゴリズムに起因する成分であると推察される．本論文では、定常的な熱移動に関するパラメータを同定するため、以上のモード対を考慮しない．一方、そのほかのモード対は $|\tilde{\lambda}_m|$ が 1 に近く、定常的な振動成分を表わしている．本論文では、ノルム $\|\mathbf{V}_m^A\|$, $\|\mathbf{V}_m^H\|$ の大きいモード対 $\{11, 12\}$ を支配的なモード対として検討する．Fig.5 の元

Table 1 Koopman mode decomposition of the measured temperature data on July 30, 2014 (Wed.) shown in Fig. 5

$\{m, m+1\}$	$ \tilde{\lambda}_m $	T_m / h	$\ \mathbf{V}_m^A\ $	$\ \mathbf{V}_m^H\ $
$\{1, 2\}$	1.037	1.304	2.36×10^{-2}	9.90×10^{-2}
$\{3, 4\}$	1.025	1.099	3.09×10^{-2}	8.38×10^{-2}
$\{5, 6\}$	1.004	12.05	1.94×10^{-1}	9.66×10^{-2}
$\{7, 8\}$	1.003	0.512	3.60×10^{-2}	1.20×10^{-1}
$\{9, 10\}$	1.000	5.582	2.51×10^{-1}	8.09×10^{-1}
$\{11, 12\}$	0.999	2.487	4.78×10^{-1}	1.54
$\{13, 14\}$	0.998	0.553	6.31×10^{-2}	1.88×10^{-1}

**Fig. 6** Plot of Koopman spectrum with contained modal energy

データ中には固有周期 $T_{11} = 2.487 \text{ h}$ に近い振動成分が確認され、本モード対はこの成分に対応すると考えられる（詳細は付録 B の周波数スペクトルを参照）。なお、モード対 $\{9, 10\}$ もノルムが大きい、固有周期 $T_9 = 5.582 \text{ h}$ に対応する成分は元データ中に見受けられないため、本論文では検討対象とはしない（詳細は付録 B の周波数スペクトルを参照）。

つぎに、すべての KM に関する諸量を示す。Fig. 6 に各 KM の固有周期 T_m 、絶対値 $|\tilde{\lambda}_m|$ 、エネルギー E_m を示す。ここで、KM のエネルギー E_m は振動応答の 2 乗積分に基づき次式で与える。

$$E_m = \sum_{n=0}^{N-1} \|\text{Re}[\tilde{\lambda}_m^n \tilde{\mathbf{V}}_m]\|^2 \quad (6)$$

なお、各 KM の振動応答の部分 $\mathbf{S}_{N_p}[n] := \sum_{m=1}^{N_p} \text{Re}[\tilde{\lambda}_m^n \tilde{\mathbf{V}}_m]$ ($N_p \in \{1, \dots, N-1\}$) を求めたところ、元データとの間の 2 乗積分誤差 $\sum_{n=0}^{N-1} \|\mathbf{X}[n] - \mathbf{S}_{N_p}[n]\|^2$ が N_p の増加に伴い 0 に近づくことを確認した。よって、(6) 式のエネルギーは、各 KM の元データに対する寄与の評価指標として妥当であるとされる。モード対 $\{11, 12\}$ を見ると、 $|\tilde{\lambda}_m|$ がほぼ 1 でありかつエネルギーが大きく、支配的なモードであることが確かめられる。モード対 $\{23, 24\}$ および $\{25, 26\}$ もエネルギーが大きい、 $|\tilde{\lambda}_m| < 1$ であり減衰成分である点、固有周期が

$T_{11} = 2.487 \text{ h}$ に近い点などを踏まえ、以下では無視する。

続いて、上記の支配的な KM の振幅および位相の空間分布を示す。Fig. 7(a-1, a-2) に Fig. 5 に示すデータから抽出された KM $\mathbf{V}_{11}^A$ の振幅および位相を、Fig. 7(b-1, b-2) に KM $\mathbf{V}_{11}^H$ の振幅および位相をそれぞれ示す。図中の矢印は $\mathbf{V}_{11}^A$ および $\mathbf{V}_{11}^H$ に対応する波数ベクトル $\mathbf{k}_{11}^A$ および $\mathbf{k}_{11}^H$ の向きを表わす。なお、 $\mathbf{k}_{11}^A$ および $\mathbf{k}_{11}^H$ は、(2) および (3) 式において $\tilde{\mathbf{V}}_{11}$ を $\mathbf{V}_{11}^A$ および $\mathbf{V}_{11}^H$ に置き換えて算出した 2 次元 ($N_d = 2$) 波数ベクトルである。Fig. 7(a-1, b-1) の振幅分布が互いに対応していることから、各位置の温度が空調給気に応じて変動していると考えられる。また、Fig. 7(a-2) からわかるように KM $\mathbf{V}_{11}^A$ の位相には空間的な差異が存在する。これはアトリウムを介して波数ベクトル $\mathbf{k}_{11}^A$ の方向に熱移動が生じていることを表わしている。さらに、Fig. 7(b-2) の位相分布は Fig. 7(a-2) と対応しておらず、かつ波数ベクトル $\mathbf{k}_{11}^H$ が $\mathbf{k}_{11}^A$ の反対方向であることから、ビル内に分散配置された空調機群が上記熱移動を打ち消そうと動作していることが推察される。なお、この空調機群の動作は各空調機のローカルな制御により出現したものであり、アトリウム全体の熱移動を陽に考慮したグローバルな空調制御として意図したものではない。よって、熱移動を完全に打ち消すことはできておらず、結果としてモード対 $\{11, 12\}$ が顕在化したものと考えられる。

4. 熱移動の物理メカニズムと数理モデル

本章では、階ごとの空間スケールで粗視化したアトリウム内の熱移動ダイナミクスのモデル化を行なう。まず、アトリウム内の流速場を高波数成分と低波数成分に分解する。つぎに、高波数成分の熱移動への寄与を表わすために、有効熱拡散項を用いた数理モデルを提案する。

4.1 流速場の分解

本節では、熱移動ダイナミクスに寄与する流速場について説明する。位置 $\mathbf{r} \in S \subset \mathbb{R}^3$ および時刻 $t \in \mathbb{R}$ での温度分布 $T(\mathbf{r}, t)$ は次式の移流拡散方程式に従う⁷⁾。

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} T(\mathbf{r}, t) + \mathbf{u}(\mathbf{r}) \cdot \nabla_{\mathbf{r}} T(\mathbf{r}, t) \\ = D \Delta_{\mathbf{r}} T(\mathbf{r}, t) + \frac{P(\mathbf{r}, t)}{\rho c_p} \end{aligned} \quad (7)$$

ここで、 S はアトリウムを表わす閉領域、 $\mathbf{u}$ は 3 次元流速、 $\nabla_{\mathbf{r}}$ は直交座標系 $\mathbf{r}$ におけるベクトル微分作用素、 $\Delta_{\mathbf{r}} = \nabla_{\mathbf{r}} \cdot \nabla_{\mathbf{r}}$ はラプラス作用素、 P は単位時間および単位体積あたりの熱入力、 D 、 ρ および c_p は空気熱拡散係数、密度および定圧比熱である。なお、簡単のため流速場 $\mathbf{u}$ はモデル化の対象とする時間不変とした。今、壁などの境界付近を除いた領域を考え、流速場が空間周期的であり、フーリエ級数による展開が可能と仮定する。このとき、階間高さに対応する粗視化スケール $L_c \in \mathbb{R}$ を用いて、流速 $\mathbf{u}(\mathbf{r})$ は次式のように高波数成分と低波数成分に分解される。

$$\mathbf{u}(\mathbf{r}) = \mathbf{u}_H(\mathbf{r}) + \mathbf{u}_L(\mathbf{r}) \quad (8)$$

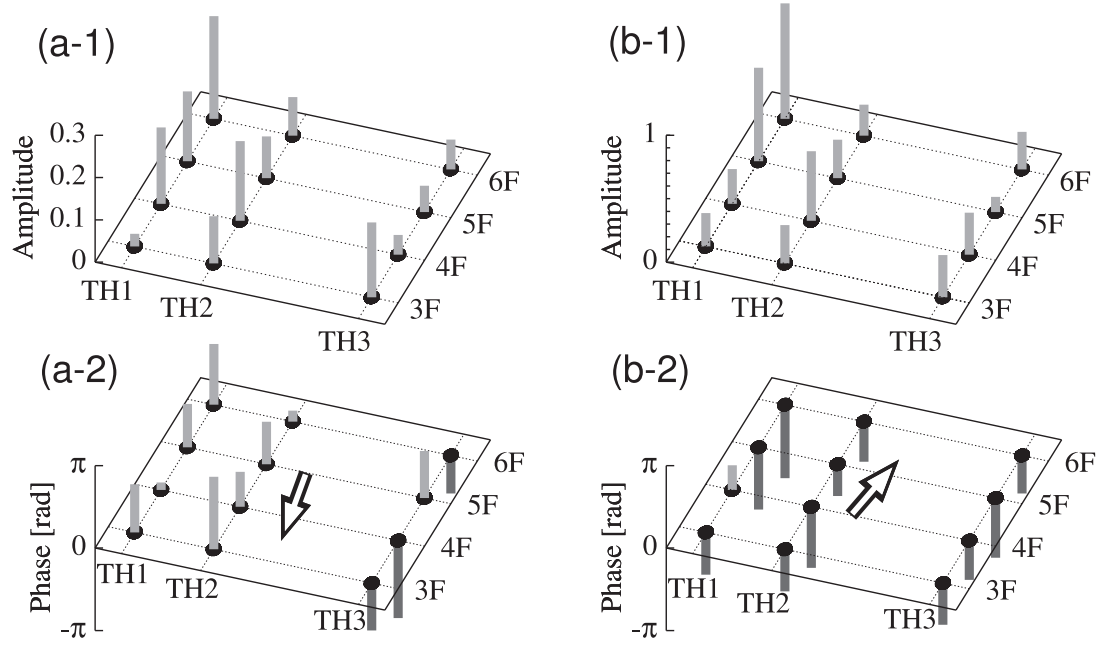


Fig. 7 Amplitude and phase of Koopman mode $\tilde{V}_{11}$ shown in Table 1: (a-1, a-2) $\tilde{V}_{11}^A$ of atrium temperature, where the arrow represents the direction of the calculated wavenumber vector $\mathbf{k}_{11}^A$, and (b-1, b-2) $\tilde{V}_{11}^H$ of outlet temperature, where the arrow represents the direction of the calculated wavenumber vector $\mathbf{k}_{11}^H$

ここで

$$\mathbf{u}_H(\mathbf{r}) = \sum_{\|\mathbf{k}\| \geq k_c} \tilde{\mathbf{u}}(\mathbf{k}) \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}) \quad (9)$$

$$\mathbf{u}_L(\mathbf{r}) = \sum_{0 < \|\mathbf{k}\| < k_c} \tilde{\mathbf{u}}(\mathbf{k}) \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}) \quad (10)$$

であり、 $\tilde{\mathbf{u}}(\mathbf{k})$ は流速場の波数成分、 $\mathbf{k} \in \mathbb{R}^3$ は波数ベクトルを表わす。なお、 $k_c = 2\pi/L_c$ は粗視化スケールに対応する波数であり、階間高さ L_c よりも波長の大きな成分と波長の小さな成分を区別するために導入される。成分 $\mathbf{u}_H$ および $\mathbf{u}_L$ のうちどちらが熱移動において支配的となるかは、アトリウム内の構造や空調給気の有無に依存する（詳細は 5.1 節および第 2 部¹⁸⁾を参照）。アトリウム内で $\mathbf{u}_H$ が支配的となる場合、熱移動は有効熱拡散として表現され、第 1 部の検討対象とする。一方、 $\mathbf{u}_L$ が支配的となる場合、熱移動は移流として表現され、第 2 部¹⁸⁾の対象とする。

4.2 高波数成分の寄与—有効熱拡散モデル

本節では、流速場中の高波数成分 $\mathbf{u}_H$ による熱移動への寄与を検討する。流速場が小スケールの周期定常流である場合、パッシブスカラー（自身の変化が流速場に影響を及ぼさないようなスカラー量）の時空間発展は粗視化により等方的な拡散方程式としてモデル化される^{14), 15)}。これは均質化と呼ばれ、数学的には微小パラメータ ε を用いて拡散スケール $t \rightarrow t/\varepsilon^2$, $\mathbf{r} \rightarrow \mathbf{r}/\varepsilon$ と漸近展開を行なうことに相当する²³⁾。温度勾配が小さくかつ内部に空調給気ダクトを有さない自然換気型アトリウムでは、隣接する事務室の空調給気の影響が支配的であり、階間高さよりスケールの大きな渦は存在しな

いと考えられる。よって、各階ごとのスケールで粗視化することにより、流速場が上記条件を満たすと期待される。また、本論文で対象とするアトリウムは奥行き方向に比べ幅方向および高さ方向に長い（Fig. 2, Fig. 3 を参照）、本報告では奥行き方向に関して平均化した 2 次元温度分布を考える。以上を踏まえ、アトリウム内の位置 $\mathbf{x} := (x, z)^T$ および時刻 t における 2 次元温度分布 T が以下の拡散方程式に従うと仮定する。

$$\frac{\partial}{\partial t} T(\mathbf{x}, t) = D_e(\mathbf{x}) \Delta T(\mathbf{x}, t) + \frac{P_{\text{HVAC}}(\mathbf{x}, t) + e(\mathbf{x}, t)}{\rho c_p}, \quad \mathbf{x} \in A \subset \mathbb{R}^2 \quad (11)$$

ここで、 D_e は有効拡散係数、 Δ は座標 $\mathbf{x}$ に関するラプラス作用素、 P_{HVAC} は空調機による単位時間および単位体積あたりの熱入力、 e はそのほかの熱源および室内熱ダイナミクスに起因する熱入力、 A はアトリウム内を表わす 2 次元領域（幅方向 × 高さ方向）である。また、 D_e の空間依存性は、建物構造などに起因する実際の流速場の非一様性および異方性を表現するために必要である。ここでは、一般的な拡散方程式と異なり、勾配 ∇D_e のノルムが小さいとして拡散項を $D_e(\mathbf{x}) \Delta T$ と表わしている。これは以下の事項に対応する。均質化では、有効拡散係数はラプラス作用素の左に乘する形で表わされる²³⁾。本論文では、各枝に対応する粗視化領域において均質化を行なうことで空間依存の有効拡散係数を構成し、それをラプラス作用素の左から乗じている。さらに、パラメータ算出にあたって、アトリウム内流速場の連続性を考慮し、 D_e が不連続な値とならないよう勾配 ∇D_e のノルムに関する拘束条件を設けている（詳細は 5.2 節を参照）。

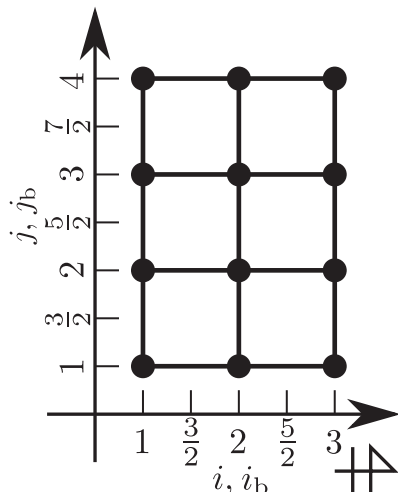


Fig. 8 Nodes and branches for space-discretization. The integer index i stands for the length x and j for the height z . The fractional indices i_b and j_b stand for the branch between nodes $[i, j]$

5 章の数値実装では、(11) 式を時間および空間方向に離散化した次式を用いる（複合同順）。

$$\begin{aligned}
 & \frac{T[i, j, n+1] - T[i, j, n]}{\Delta t} \\
 &= \sum_{i_b=i \pm \frac{1}{2}} D_{i_b, j} \frac{T[i \pm 1, j, n] - T[i, j, n]}{(\Delta x_{i_b, j})^2} \\
 &+ \sum_{j_b=j \pm \frac{1}{2}} D_{i, j_b} \frac{T[i, j \pm 1, n] - T[i, j, n]}{(\Delta x_{i, j_b})^2} \\
 &+ \frac{U_{\text{HVAC}}}{V_0[i, j]} (T_{\text{HVAC}}[i, j, n] - T[i, j, n]) \\
 &+ \frac{e[i, j, n]}{\rho c_p} \quad (12)
 \end{aligned}$$

ただし $i, j \in \{1, 2, \dots\}$ および $n \in \{0, 1, \dots\}$ はアトリウム内の位置 x, z および時間 t に対応する整数インデックスである。また、 $i_b, j_b \in \{3/2, 5/2, \dots\}$ は離散化された位置間の枝を表わす分数インデックスであり、詳細を **Fig. 8** に示す。下付き添字を有する変数 D および Δx は、枝の上に定義された有効拡散係数および空間刻み幅を表わす。なお、熱入力 P の表現には右辺第 3 項に示す Bulk convection⁷⁾ の形式を用いた。ここで、 U_{HVAC} は空調機の給気風量であり、本論文では簡単のため一定値とおいた。また、 $V_0[i, j]$ は離散化に伴うノード $[i, j]$ の体積である。

5. モデルパラメータの同定

本章では、Fig. 4 のアトリウムを対象に前章の数理モデルの実装を行ない、実測データに基づくモデルパラメータの同定を行なう。

5.1 数理モデルの実装

本節では、数理モデルの実装を行なう。まず、空間方向の離散化方法について説明する。つぎに、上記離散化のもとで、数理モデルの妥当性について定量的に検討する。対象とする

アトリウムは内部に給気ダクトや開口部を有しておらず、かつ空間的な温度勾配が小さいため浮力項の影響を無視できる（2 章を参照）。よって、粗視化スケール L_c を階間高さより 4 m と置くと、アトリウム内では高波数成分 u_H が支配的であると推測される。以下では、実測データの KMD を基に離散化した拡散方程式モデル (12) を検討する。

まず、空間方向の離散化について述べる。本論文では、インデックス $i \in \{1, 2, 3\}$ (TH1 から TH3 に対応)、 $j \in \{1, \dots, 4\}$ (3 階から 6 階に対応)、 $n = 0, \dots, N-1$ (時刻) を用いて位置および時系列を表現する。また、 D_e の空間異方性およびデータが空間的に非等間隔で実測されている点を考慮し、スタガード型の長方形格子²⁴⁾を用いる。Fig. 8 に離散化したノードおよび枝を示す。ここで、丸印は各ノードを表わしており、その間の距離はそれぞれ $\Delta x_{3/2, j} = 11.0$ m, $\Delta x_{5/2, j} = 22.0$ m, $\Delta x_{i, j_b} = 4.0$ m である。実線はノード間の枝を表わしており、以後ノード $[i, j]$ と $[i+1, j]$ の間の枝を $[i+1/2, j]$ のように記述する (j についても同様)。また、これらの枝の上にパラメータを定義する。なお、外力 e のうち室内熱ダイナミクスの熱移動への寄与は図中の横方向の枝 $[i_b, j]$ の上の有効拡散係数に重畳する形で現れる。

つぎに、対象とする時空間スケールにおける (11) 式の妥当性を考える。微小パラメータ ε は、流速場の空間スケール $l := 2\pi/\|\mathbf{k}\|$ と離散化に伴う空間刻み Δx を用いて次式のように表わされる。

$$\varepsilon = \frac{l}{\Delta x} \quad (13)$$

また、流速場の時間スケール τ は次式で表わされる。

$$\tau = \frac{l}{\|\tilde{\mathbf{u}}(\mathbf{k})\|} \quad (14)$$

対象とする時間スケール $\Delta t = 10$ min で (11) 式が成立するのは、 $\Delta t > \tau/\varepsilon^2$ となる場合である。流速場 $\mathbf{u}$ の波数スペクトルは未知であるため、ここでは解析対象のシステムおよび現象の代表的な数値に対して上記不等式の成立を示す。今、 l を天井高さを参考に 4 m, Δx を $\Delta x_{5/2, j} = 22.0$ m, $\|\tilde{\mathbf{u}}\|$ を空調の設定風量を参考に 0.8 m/s とおく。このとき、 $\tau/\varepsilon^2 = 1.5 \times 10^2$ s となり、 $\Delta t = 10$ min は本算出値よりも大きい。よって、対象とする現象の時間スケールにおいて (11) 式は妥当と判断できる。

最後に、(12) 式が (11) 式の妥当な離散化表現かどうかを確認する。今、(12) 式における拡散数 N_{diff} ²⁵⁾ は次式を満たす。

$$N_{\text{diff}} := D_e \frac{\Delta t}{\Delta x^2} \leq D_e \frac{600 \text{ s}}{(4.0 \text{ m})^2} \simeq 0.32 \quad (15)$$

ただし、 D_e の公称値として $8.5 \times 10^{-3} \text{ m}^2/\text{s}$ を用いた（詳細は 5.3 節を参照）。拡散数 N_{diff} が 0.5 以下であることから、離散化スキーム (12) は数値的に安定であり²⁵⁾、元の拡散方程式 (11) の妥当な離散化表現だと考えられる。

5.2 パラメータ算出法

本節では、KMD を用いた有効拡散係数の算出法を説明す

る．今，ノード $[i, j]$ のアトリウム温度 T に対応する $\mathbf{KM} \mathbf{V}_m^A$ の成分を $v_m[i, j]$ ，給気温度 T_{HVAC} に対応する $\mathbf{V}_m^H$ の成分を $u_m[i, j]$ とおく．(12) 式および熱入力の時間発展に対するクーブマン作用素の下で， $\mathbf{KM} v_m, u_m$ の時間発展はそれぞれ $\tilde{\lambda}_m^n v_m, \tilde{\lambda}_m^n u_m$ となる．すなわち，各 $\mathbf{KM}$ の応答に対して (12) 式が成立する．さらに，外気温度および日射量が 1 日スケールで変動することから， $\mathbf{KM}$ の固有周期に対応する成分が空調以外の熱源に由来しないとし，外力 e を無視する．このとき， T および T_{HVAC} を $\tilde{\lambda}_m^n v_m$ および $\tilde{\lambda}_m^n u_m$ に置き換え，さらに両辺を $\tilde{\lambda}_m^n$ で除すると次式を得る（複合同順）．

$$\begin{aligned} \nu_m v_m[i, j] = & \sum_{i_b=i \pm \frac{1}{2}} D_{i_b, j} \frac{v_m[i \pm 1, j] - v_m[i, j]}{(\Delta x_{i_b, j})^2} \\ & + \sum_{j_b=j \pm \frac{1}{2}} D_{i, j_b} \frac{v_m[i, j \pm 1] - v_m[i, j]}{(\Delta x_{i, j_b})^2} \\ & + \frac{U_{\text{HVAC}}}{V_0[i, j]} (u_m[i, j] - v_m[i, j]) \quad (16) \end{aligned}$$

ここで， $\nu_m := \ln[\tilde{\lambda}_m]/\Delta t$ は m 次 $\mathbf{KM}$ の角周波数である．なお， $i = 1, 3$ および $j = 1, 4$ での境界条件はノイマン型とし， v_m の差分を 0 とした．本条件は，アトリウム外部からの熱入力が零であることに相当し，外気温度および日射量データ中に固有周期 $T_{11} = 2.487 \text{ h}$ に対応する成分が含まれていないことによる．以上を基に，(16) 式を D_e について解くことで拡散特性を同定する．

さらに，物理的に妥当な解を得るために，流速場の一様性から勾配 ∇D_e を最小とする条件を考える．具体的には，枝 $[i, j_b]$ における $\|\nabla D_e\|$ の最小条件を次式の加重平均で与える．

$$D_{i, j_b} = \frac{\frac{D_{i+1, j_b}}{L_{i+1/2}^2} + \frac{D_{i-1, j_b}}{L_{i-1/2}^2} + \frac{D_{i, j_b+1} + D_{i, j_b-1}}{H^2}}{\frac{1}{L_{i+1/2}^2} + \frac{1}{L_{i-1/2}^2} + \frac{2}{H^2}} \quad (17)$$

ここで， $L_{i \pm 1/2}^2$ は枝 $[i \pm 1/2, j]$ における空間刻みであり， j によらないため添字 j を省略している．また，枝 $[i, j \pm 1/2]$ における空間刻みは高さ $H = 4.0 \text{ m}$ で一定とした．実際には，枝 $[i, j_b] \in \{1, 2, 3\} \times \{3/2, 5/2, 7/2\}$ にのみ D_e が定義されるため，そのほかの枝では有効熱拡散が起らず D_e が零であるとした．(17) 式の右辺は， $\|\nabla D_e\|$ を離散化し D_{i, j_b} に関して平方完成を行なうことで導かれる（詳細は付録 C を参照）．枝 $[i, j_b]$ に関する条件のみを与えた理由は，枝 $[i_b, j]$ 上の D_e は隣接する事務室内の平面方向拡散の影響を含んでおり，アトリウムにおける熱拡散特性の評価において重要でないことによる．以上の 1 次方程式 (16) および (17) を連立して解くことで D_e を算出する．

最後に，上記手法と一般的なフーリエ解析に基づく手法との違いについて補足する．対象とする力学系が線形である場合は，古典的なフーリエ解析を用いることで本論文と同様のパラメータ同定を行なうことが可能である．本論文の場合は，対象とする拡散方程式 (11) は線形であるものの，熱入力 P

は方程式の従属変数である温度 T に関する非線形特性を有する．これは，熱入力 P の決定に計測された温度 T がフィードバック信号として用いられており，かつこの P の決定過程に空調機動作の非線形特性（飽和特性，オンオフ特性など）が含まれるためである²⁶⁾．上記の非線形性を考慮すると解析対象の拡散方程式 (11) は非線形となるため，フーリエ変換の正規直交系を用いてデータを単一周期でかつ非干渉なモードへ分解することは困難と考えられる．一方， $\mathbf{KMD}$ に基づく提案手法では，上記の非線形性を考慮した上で単一周期で振動するモードダイナミクスの数理モデル (16) を導くことができる．

5.3 結果および考察

5.2 節で述べた方法で Fig. 5 の実測データから有効拡散係数 D_e を算出する．算出には 3.3 節で述べた代表的な $\mathbf{KM} \tilde{\mathbf{V}}_{11}$ (Fig. 7) を用いた．本 $\mathbf{KM}$ の固有周期 $T_{11} = 2.487 \text{ h}$ は，固体構造を介した熱移動の時定数よりもはるかに小さい．また，外気温および日射量データ中に上記に対応する周期成分が含まれていないことから，外力 e の影響は排除できる． U_{HVAC} はアンビエント空調の風量設定を参考に，時間および空間によらず $0.875 \text{ m}^3/\text{s}$ の一定値とした．さらに， V_0 は Fig. 2 および Fig. 3 に示す構造と各空調機のダクト配置エリアを基に決定した．(17) 式は，境界条件の影響の小さい $[i, j_b] = [1, 5/2], [2, 3/2], [2, 5/2], [2, 7/2], [3, 5/2]$ の 5 点で利用した．なお，5.2 節の定式化では D_e を一意に求めることができなかったため，求解にあたり擬似逆行列を用いた．

Fig. 9 に Fig. 5 のデータに対する D_e の算出結果を示す．なお，枝 $[i_b, j]$ における結果は上述のように事務室内平面方向の強い拡散の影響を含んでいるため，ここではアトリウム内の拡散特性として $[i, j_b]$ の値のみに着目する．算出値は $10^{-2} \text{ m}^2/\text{s}$ オーダとなっており，これは以下の理由から有効熱拡散係数として妥当な値と考えられる．今，事務室内流速場およびアトリウム内流速場の代表的な速度スケール U_{ofc} および U_{atr} を給気風量を参考に 0.8 m/s および 0.1 m/s ，空間スケール L を階間の高さを参考に 4.0 m ，熱の分子拡散係数 D を文献 27) より $2.25 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$ とおく．このとき，周期定常流における有効拡散係数の代表値を文献 14), 15)

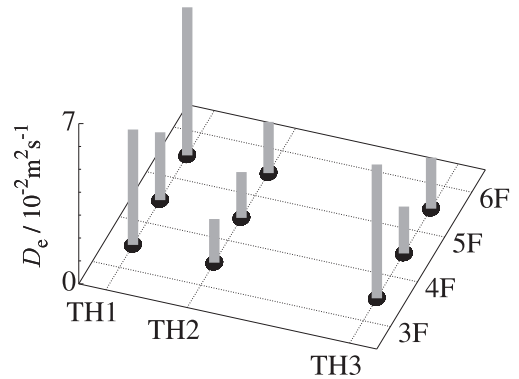


Fig. 9 Calculated effective coefficient D_e at branch $[i, j_b]$

を参考に $\sqrt{DLU_{\text{ofc}}} = 8.5 \times 10^{-3} \text{ m}^2/\text{s}$ と算出し、上記以外の流速場におけるドリフト的な熱移動速度に対応する値を $LU_{\text{atr}} = 0.4 \text{ m}^2/\text{s}$ とおく。 D_e の算出値は前者の代表値に近く、これは対象のアトリウムでは高波数成分 u_H による有効熱拡散が支配的であることを示している。

つぎに D_e の空間依存性について検討する。 Fig. 9 を見ると、枝 $[i, j_b] = [1, 3/2], [1, 7/2], [3, 3/2]$ ではかの位置に比べ D_e の値が大きくなっている。この空間依存性はアトリウムおよび事務室の構造に起因するものと考えられる。本アトリウムは3階中央 ($[i, j] = [1, 2]$ 付近) に会議室を有しており、このため事務室内の給気風量が南側および北側に流入し、枝 $[i, j_b] = [1, 3/2], [3, 3/2]$ での拡散係数が大きくなったと推測される。また、6階南側 ($[i, j] = [1, 4]$ 付近) では、ほかの階と事務室の形状が異なるため、ノードの体積が小さくなっている。このため、給気風量がより多くアトリウム内に流入し、 $[i, j_b] = [1, 7/2]$ での有効拡散係数が大きくなったと推察される。

以上より、実測データの KMD 結果を用いることで、小スケール流速場が支配的なアトリウムを介した部屋間熱移動の特性を有効拡散として評価することができた。

6. おわりに

本論文の目的は、ビル内アトリウムにおける熱移動のモデル化を行なうことである。この第1部では、まず、アトリウム内において小スケール流速場が支配的となる場合を対象に、部屋間の熱移動を有効熱拡散項を用いてモデル化した。つぎに、それらの数値モデルを離散化し、実測データより KMD によって抽出した支配的な時空間応答を考慮することで熱移動に寄与するパラメータを算出することを提案した。算出した特性は対象とした流速場およびビル内の構造を反映したものであり、提案手法の妥当性を確かめることができた。提案手法は、アトリウム内の熱ダイナミクスが空調運用に与える影響を把握する上で有用である。また、流速場の構造を空間スケールも含めた上で把握することができるため、空調システムの性能評価につながるものと考えられる。第2部¹⁸⁾では、アトリウム内において大スケール流速場が支配的となる実際のビルを対象に同様のモデル化の妥当性を検討する。

謝辞 本研究の一部は JST, CREST のサポートの下で行なわれた。

参考文献

- 1) A.I. Dounis and C. Caraiscos: Advanced Control Systems Engineering for Energy and Comfort Management in a Building Environment—A Review, *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, **13**-6, 1246/1261 (2009)
- 2) 総田, 平田, 瀬川: 業務用建物・工場における省エネルギー技術動向, システム/制御/情報, **55**-6, 227/233 (2011)
- 3) L. Pérez-Lombard, J. Ortiz and C. Pout: A Review on Buildings Energy Consumption Information, *Energy and Buildings*, **40**-3, 394/398 (2008)
- 4) Z. Ren and J. Stewart: Simulating Air Flow and Temperature Distribution inside Buildings Using a Modified

- Version of COMIS with Sub-zonal Divisions, *Energy and Buildings*, **35**-3, 257/271 (2003)
- 5) W. Zhang, K. Hiyama, S. Kato and Y. Ishida: Building Energy Simulation Considering Spatial Temperature Distribution for Nonuniform Indoor Environment, *Building and Environment*, **63**, 89/96 (2013)
- 6) 大澤, 原, 古賀, 本田, 総田: 時空間マルチスケールモデリングによる室内空調の最適制御, 計測自動制御学会制御部門大会予稿集, **13**, 8F3/5 (2013)
- 7) J.L.M. Hensen and R. Lamberts (eds.): *Building Performance Simulation for Design and Operation*, Spon Press (2011)
- 8) 原山, 本田, 総田: CFD 解析を用いた局所温熱環境制御技術の開発, 日本建築学会大会学術講演梗概集 D-2, 環境工学 II, 1161/1162 (2010)
- 9) M.M. Gouda, S. Danaher and C.P. Underwood: Building Thermal Model Reduction Using Nonlinear constrained Optimization, *Building and Environment*, **37**-12, 1255/1265 (2002)
- 10) G.J. Levermore: *Building Energy Management Systems: Applications to Low-energy HVAC and Natural Ventilation Control*, 2nd edition, E & FN Spon (2000)
- 11) P.C. Liu, H.T. Lin and J.H. Chou: Evaluation of Buoyancy-driven Ventilation in Atrium Buildings Using Computational Fluid Dynamics and Reduced-scale Air Model, *Building and Environment*, **44**-9, 1970/1979 (2009)
- 12) N. Djuric, V. Novakovic and F. Frydenlund: Heating System Performance Estimation Using Optimization Tool and BEMS Data, *Energy and Buildings*, **40**-8, 1367/1376 (2008)
- 13) 野田, 関, 飯野: ビル群のエネルギー管理を実現する次世代の BEMS 技術, 東芝レビュー, **67**-9, 7/10 (2012)
- 14) M. Avellaneda and A.J. Majda: An Integral Representation and Bounds on the Effective Diffusivity in Passive Advection by Laminar and Turbulent Flows, *Communications in Mathematical Physics*, **138**-2, 339/391 (1991)
- 15) A. Fannjiang and G. Papanicolaou: Convection Enhanced Diffusion for Periodic Flows, *SIAM Journal on Applied Mathematics*, **54**-2, 333/408 (1994)
- 16) I. Mezić: Spectral Properties of Dynamical Systems, Model Reduction and Decompositions, *Nonlinear Dynamics*, **41**-1, 309/325 (2005)
- 17) C.W. Rowley, I. Mezić, S. Bagheri, P. Schlatter and D.S. Henningson: Spectral Analysis of Nonlinear Flows, *Journal of Fluid Mechanics*, **641**, 115/127 (2009)
- 18) 河野, 薄, 引原: ビル内アトリウムの熱移動モデリングへのクープマンモード分解の適用—II—大スケール流速場による移流, 計測自動制御学会論文集, **53**-2, 188/197 (2017)
- 19) 薄 良彦: 電力システムの動的解析技術: データから非線形ダイナミクスを理解する, シミュレーション, **32**-3, 185/192 (2013)
- 20) B.O. Koopman: Hamiltonian Systems and Transformations in Hilbert Space, *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, **17**-5, 315/318 (1931)
- 21) Y. Susuki and I. Mezić: Nonlinear Koopman Modes and Coherency Identification of Coupled Swing Dynamics, *IEEE Transactions on Power Systems*, **26**-4, 1894/1904 (2011)
- 22) Y. Susuki and I. Mezić: Nonlinear Koopman Modes and Power System Stability Assessment without Models, *IEEE Transactions on Power Systems*, **29**-2, 899/907 (2014)
- 23) G.A. Pavliotis and A.M. Stuart: *Multiscale Methods: Averaging and Homogenization*, Springer (2008)
- 24) C.W. Hirt and B.D. Nichols: Volume of Fluid (VOF)

Method for the Dynamics of Free Boundaries, Journal of Computational Physics, **39**-1, 201/225 (1981)

- 25) 藤井孝蔵：流体力学の数値計算法，東京大学出版会 (1994)
- 26) 高橋隆勇：実用 空調設備の自動制御，オーム社 (2003)
- 27) F. Kreith (ed.): *Fluid Mechanics*, CRC Press (2000)
- 28) P.J. Schmid: Dynamic Mode Decomposition of Numerical and Experimental Data, Journal of Fluid Mechanics, **656**, 5/28 (2010)
- 29) M.O. Williams, I.G. Kevrekidis and C.W. Rowley: A Data-Driven Approximation of the Koopman Operator: Extending Dynamic Mode Decomposition, Journal of Nonlinear Science, **25**-6, 1307/1346 (2015)
- 30) Y. Susuki and I. Mezić: A Prony Approximation of Koopman Mode Decomposition, Proceedings of 54th IEEE Conference on Decision and Control, 7022/7027 (2015)

《付 録》

A. クープマンモード分解の原理

本付録ではクーブマンモード分解の原理について説明する。今，以下の離散力学系を考える。

$$\mathbf{x}_{n+1} = \mathbf{T}(\mathbf{x}_n), \quad \mathbf{x} \in \mathbb{X} \quad (\text{A.1})$$

ここで， $n = 0, 1, 2, \dots$ は離散時間を表わすインデックス， $\mathbf{x}$ は状態変数， $\mathbb{X}$ は有限次元の状態空間， $\mathbf{T} : \mathbb{X} \rightarrow \mathbb{X}$ は非線形の写像である。実測データを表わす数理モデルとして，観測量と呼ばれる関数 $f : \mathbb{X} \rightarrow \mathbb{R}$ を導入する。このとき，写像 $\mathcal{U}$ を

$$(\mathcal{U}f)(\mathbf{x}) := f(\mathbf{T}(\mathbf{x})) \quad (\text{A.2})$$

と定義すると，観測量 f の時間発展は以下で記述される。

$$f(\mathbf{x}_n) = (\mathcal{U}^n f)(\mathbf{x}_0) \quad (\text{A.3})$$

写像 $\mathcal{U}$ はクーブマン作用素と呼ばれ，無限次元線形作用素である。ここで， $\mathcal{U}$ の固有値を $\lambda_m \in \mathbb{C}$ ，固有関数を $\phi_m : \mathbb{X} \rightarrow \mathbb{C}$ とおき，かつ

$$f \in \text{span}\{\phi_1, \phi_2, \dots\} := \left\{ \sum_{m=1}^{\infty} a_m \phi_m : a_m \in \mathbb{C} \right\} \quad (\text{A.4})$$

を仮定する。さらに，実測データは一般的に多次元のため，観測量 f を M 次元ベクトル値関数 $\mathbf{f} = (f_1, \dots, f_M)^T : \mathbb{X} \rightarrow \mathbb{R}^M$ ($f_p \in \text{span}\{\phi_1, \phi_2, \dots\}$) に拡張すると，以下の分解が得られる。

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}_n) = \begin{bmatrix} \mathcal{U}^n f_1(\mathbf{x}_0) \\ \vdots \\ \mathcal{U}^n f_M(\mathbf{x}_0) \end{bmatrix} = \sum_{m=1}^{\infty} \lambda_m^n \phi_m(\mathbf{x}_0) \mathbf{V}_m \quad (\text{A.5})$$

ここで $\mathbf{V}_m \in \mathbb{C}^M$ は定数ベクトルである。(A.5) 式は観測量 $\mathbf{f}(\mathbf{x}_n)$ の単一周波数で振動する振動モードへの分解に相当し，ベクトル $\mathbf{V}_m$ および固有値 λ_m はそれぞれクーブマンモード (Koopman Mode: KM) およびクーブマン固有値

(Koopman Eigenvalue: KE) と呼ばれる。(A.5) 式は無限級数であるが，データを用いた有限級数での近似手法が報告されている (詳細は文献 17), 28)~30) を参照)。3.1 節で用いた Arnoldi 型アルゴリズムでは，(1) 式の $\tilde{\lambda}_m$ および $\tilde{\mathbf{V}}_m$ が (A.5) 式の λ_m および $\phi_m(\mathbf{x}_0) \mathbf{V}_m$ に相当する。

B. 温度データの周波数スペクトル

本付録では，Fig. 5(a) のアトリウム温度データに対するフーリエ変換結果を示す。Fig. A.1 に，各階の温度時系列データに離散フーリエ変換 (Discrete Fourier Transform: DFT) を適用することで得られた周波数スペクトルを示す。周期 2.17 時間，2.89 時間，4.33 時間において周波数スペクトルのピークが確認できる。周期 8.67 時間においてもピークが確認できるものの，これはデータのサンプリング区間に対応するトレンド成分と推測される。ここで，代表的なモード対 {9, 10} および {11, 12} との関連について考える。 $T_{11} = 2.487 \text{ h}$ は上記の周期 2.17 時間または 2.89 時間と近く，モード対 {11, 12} は元データ中の当該周期成分に対応すると考えられる。なお， T_{11} が上記周期と厳密に一致しないのは，サンプリング区間が

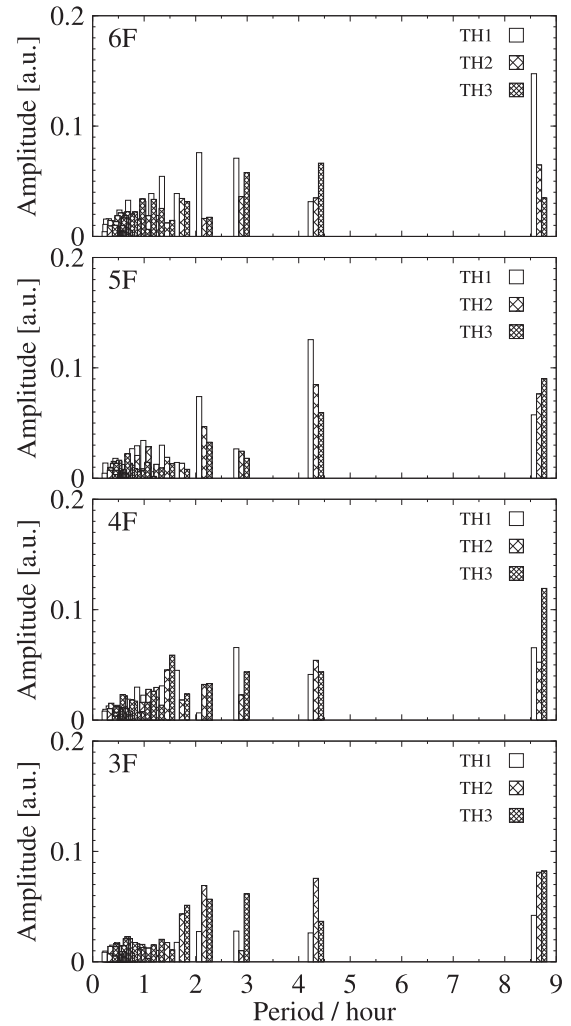


Fig. A.1 Frequency spectrum of time-series data on atrium temperature shown in Fig. 5(a)

短い（すなわち周波数に関する解像度が低い）ことに加えて、解析対象の時系列データが表わすダイナミクスが過渡的であることに起因すると考えられる。文献 21) によると、力学系の有するアトラクタ上のダイナミクスに対して、フーリエスペクトルのピーク周波数とクープマン作用素の離散スペクトルから求まる周波数が一致することが理論的に示される。ここで、本論文で対象とするデータの表わすダイナミクスは過渡的なものであるため、フーリエスペクトルと KMD から得られる周期の不一致が発生したと推測される。また、 $T_9 = 5.582\text{h}$ と近い周期のピークがスペクトルにおいて確認されないため、モード対 $\{9, 10\}$ は元データ中の振動成分に対応しないと推測される。

C. 拘束条件 (17) の導出

本付録では、拘束条件 (17) を導出する。枝 $[i, j_b]$ における $\|\nabla D_e\|^2$ を周囲の枝 $[i \pm 1, j_b]$ および $[i, j_b \pm 1]$ での値を用いて近似的に表現するとつぎのようになる（複号同順）。

$$\begin{aligned} \|\nabla D_{\text{eff}}\|^2 &= \left(\frac{\partial D_{\text{eff}}}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial D_{\text{eff}}}{\partial z}\right)^2 \\ &\sim \frac{1}{2} \sum_{\tilde{i}=i \pm 1} \left(\frac{D_{i,j_b} - D_{\tilde{i},j_b}}{L_{i \pm 1/2}}\right)^2 \\ &\quad + \frac{1}{2} \sum_{\tilde{j}_b=j_b \pm 1} \left(\frac{D_{i,\tilde{j}_b} - D_{i,j_b}}{H}\right)^2 \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{L_{i+1/2}^2} + \frac{1}{L_{i-1/2}^2} + \frac{2}{H^2} \right) \\ &\quad \times \left(D_{i,j_b} - \frac{\frac{D_{i+1,j_b}}{L_{i+1/2}^2} + \frac{D_{i-1,j_b}}{L_{i-1/2}^2} + \frac{D_{i,j_b+1} + D_{i,j_b-1}}{H^2}}{\frac{1}{L_{i+1/2}^2} + \frac{1}{L_{i-1/2}^2} + \frac{2}{H^2}} \right)^2 \\ &\quad + F_{i,j_b} \end{aligned} \quad (\text{C.1})$$

右辺 3 式目は右辺 2 式目を D_{i,j_b} に関して平方完成することを得られる。ただし、 F_{i,j_b} は平方完成の際に得られる D_{i,j_b} の 0 次項である。 $\|\nabla D_e\|^2$ の最小条件、すなわち $\|\nabla D_e\|$ の最小条件は上記から (17) 式で与えられる。

[著 者 紹 介]

河 野 洋 平



2016 年京都大学大学院工学研究科電気工学専攻修士課程修了。同年（株）日立製作所入社、現在に至る。在学時はビル内熱ダイナミクスに関する研究に従事。第 58 回自動制御連合講演会優秀発表賞を受賞。

薄 良 彦（正会員）



2005 年京都大学大学院工学研究科電気工学専攻博士後期課程修了。同年京都大学助手、2007 年助教、2011 年講師、2016 年大阪府立大学准教授となり現在に至る。2008～2010 年、米国カリフォルニア大学サンタバーバラ校機械工学科客員研究員。応用非線形ダイナミクス、電力・エネルギーシステム、制御技術に関する研究に従事。博士（工学）。システム制御情報学会学会賞論文賞（2009、2015 年度）などを受賞。システム制御情報学会、電気学会、電子情報通信学会、IEEE、SIAM などの会員。

林 田 光 紀



1988 年熊本大学工学部電子工学科卒業。同年オムロン（株）に入社。2009 年からエネルギー関連の商品企画、開発に従事。現在、オムロンソーシアルソリューションズ（株）勤務。

引 原 隆 士



1987 年京都大学大学院工学研究科電気工学専攻博士後期課程研究指導認定退学。関西大学を経て、97 年京都大学助教授、2001 年同教授となり現在に至る。この間 93～94 年米国コーネル大学客員研究員。パワーエレクトロニクス、非線形力学の工学的応用、MEMS の研究、情報通信・エネルギー統合技術の研究開発などに従事。京都大学工学博士。システム制御情報学会、電気学会、電子情報通信学会（フェロー）、APS、SIAM、IEEE などの会員。