

BECにおけるダイナミカルトンネリング

— 相空間構造と非線形項の効果 —

大阪市立大学 工学部 阪口 洋好¹, 中村 勝弘

古典力学にはない、量子力学の重要な特徴として波動性からくる Tunneling がある。最近、NIST(米国標準計量局) が Na の BEC を用いて巨視的ダイナミカルトンネリングの実験を行った。原子は振幅が時間的に変調する二つのレーザービームによって閉じ込められており、この系は非線形性をフェッシュバハ共鳴で簡単に調節することができ、マクロな非線形量子力学を模索する一つの規範となる。我々は BEC を記述するグロス・ピタエフスキー（非線形シュレデンガー）方程式を用いて、巨視的ダイナミカルトンネリングに対する非線形項の効果を調べ、巨視的波動に対する線形シュレデンガー方程式では説明できなかった NIST の実験の複雑な beating pattern を説明し、時空カオスの可能性を指摘する。

[I] BEC のダイナミクスを記述する質量中心のハミルトニアンは（無次元化すると）以下の通りである。

$$H = \frac{\hat{p}^2}{2} + 2\kappa(1 + 2\epsilon \sin \omega_m t) \sin^2\left(\frac{\hat{q}}{2}\right) \quad (1)$$

ただし、 κ はスケールした井戸の深さ、 ω_m 、 ϵ はそれぞれ外部レーザーの変調振動数と変調振幅である。運動量 $\hat{p}$ と位置 $\hat{q}$ を k_L (レーザーの波数) でスケールし粒子数 $\hat{n} = \frac{\hat{p}^2}{2\hbar k_L}$ と位相 $\hat{\phi} = 2k_L \hat{q}$ を導入すると、

$$H = \hat{n}^2 + \frac{\omega \kappa}{2} [1 + 2\epsilon \cos(\omega t) - \cos \hat{\phi} - \epsilon \cos(\hat{\phi} - \omega t) - \epsilon \cos(\hat{\phi} + \omega t)] \quad (2)$$

ω と t は次元の無い振動数と時間である。(2) のハミルトニアンを用いて、変調周期 $T = \frac{2\pi}{\omega}$ 毎にプロットされたポアンカレ断面は図 1 のようになる。相空間は $n = \pm 3$ に局在する小さな一対のトーラスを持ち、これらは、原点の大きなトーラスを包むカオスの海で隔てられている。この系を量子化すると上下の小さなトーラス間での輸送現象が期待できる。これがダイナミカルトンネリングである。

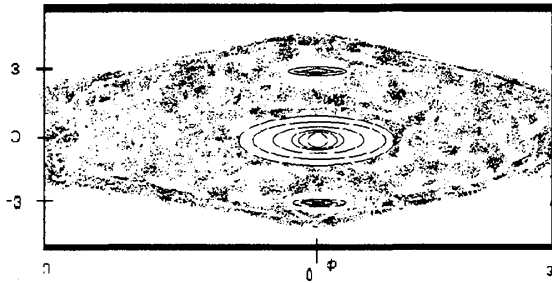


図 1: ポアンカレ断面: $\kappa = 1.66$, $\epsilon = 0.29$ (実験値)

[II] 非線型シュレデンガー方程式、つまりグロス・ピタエフスキー方程式

$$i\hbar \frac{\partial \Psi(\phi)}{\partial t} = \hat{H} \Psi(\phi) + g |\Psi(\phi)|^2 \Psi(\phi) \quad (3)$$

¹E-mail: sakkun@a-phys.eng.osaka-cu.ac.jp

を用いて、対応する量子ダイナミクスを考察しよう。図2には、 g の大きさを変えた時の波束の運動量期待値とそのパワースペクトルを示してある(初期条件は $n = 3.0$ とした)。上図 $g \geq 0$, 下図 $g \leq 0$ $g = 0$ では規則的なトンネル振動が出現し、そのパワースペクトルは一つの線スペクトル(トンネル振動数成分)を持つ。 $|g|$ が大きくなると、パワースペクトルに(NISTの実験が示唆する)新しい振動数が現れ、更に大きくすると時空カオスに対応するブロードスペクトルに転化する事が分かる。

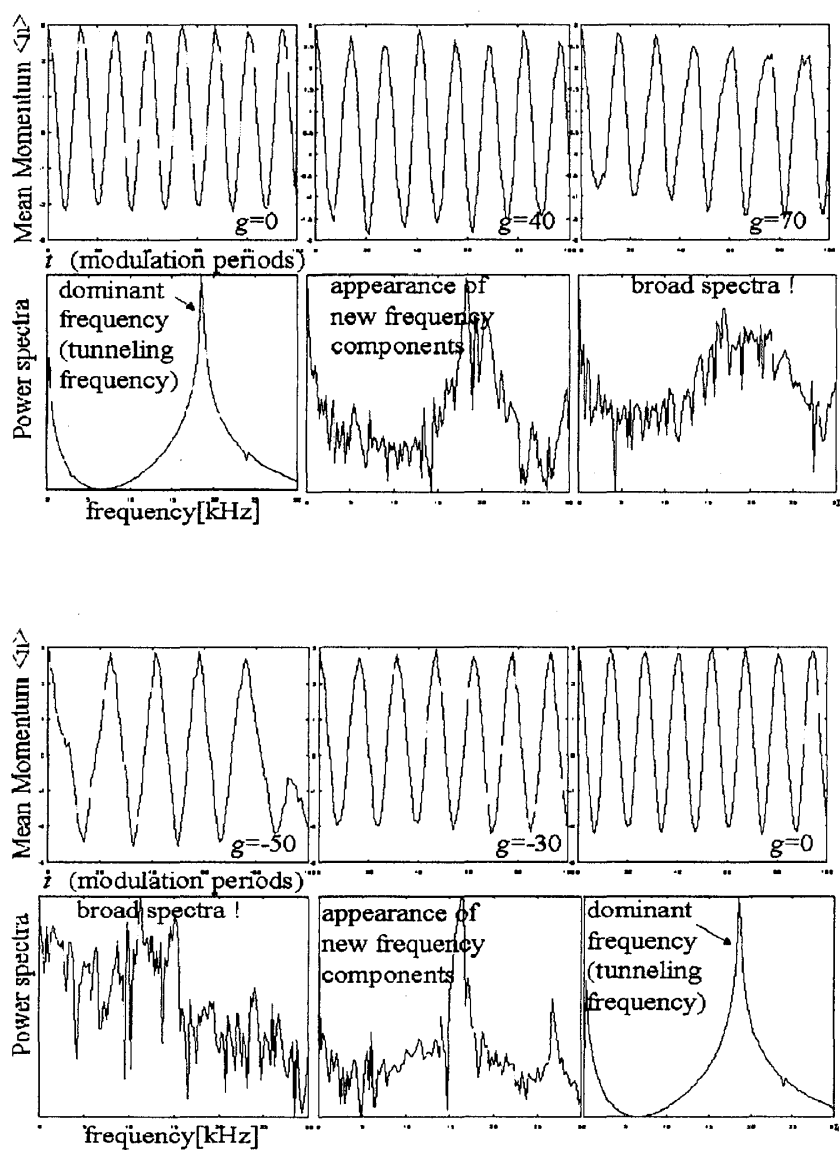


図2: 運動量期待値とパワースペクトル:上図 $g \geq 0$ 下図 $g \leq 0$