

市場リスクを伴う資産の最適売却タイミングに関する分析モデルの研究

村上 啓二¹・小林 潔司²・瀬木 俊輔³・川北 怜於⁴

¹正会員 京都大学経営管理大学院 プロジェクトマネジメント専攻(〒606-8501 京都市左京区吉田本町)

E-mail:murakami.keiji.27w@st.kyoto-u.ac.jp

²正会員 京都大学教授 経営管理大学院 (〒606-8501 京都市左京区吉田本町)

E-mail:kobayashi.kiyoshi.6n@kyoto-u.ac.jp

³正会員 京都大学大学院 工学研究科都市社会工学専攻 助教(〒606-8501 京都市左京区吉田本町)

E-mail:segi.shunsuke.6e@kyoto-u.ac.jp

⁴学生非会員 京都大学大学院 工学研究科都市社会工学専攻(〒606-8501 京都市左京区吉田本町)

E-mail:kawakita.reo.88a@st.kyoto-u.ac.jp

市場リスクを伴う資産は適切なタイミングでの売却により、継続保有よりも大きな利益を獲得できる。商社は従来より鉱山事業経営に参画しリアルオプションを用いて、採掘量・コストをコントロールし利益の最大化を図っている。従来はリアルオプション適用に際して裁定機会を表せず、鉱山の売却は考慮されなかった。本研究では、銅鉱山を対象として銅価格のボラティリティを考慮し、鉱山の最適売却タイミングを決定するための数値計算モデルを構築する。その上で、このモデルを応用し商社が鉱山事業の売却に際して迅速で的確な意思決定を行うためのフレームワークを提示する。これにより、商社は鉱山売買に時間的制約を伴う状況下でも迅速に意思決定を行い、売却先との条件交渉を優位に進められるため、本モデルは実務面で高い応用性・有用性を発揮する。

Key Words : Real option, Market risk, Metal mining project, Copper mines, Option to sell

1. 序論

(1) 研究の背景・目的

鉱山・土地等の需給バランスによる価格変動リスク、所謂市場リスクが内在する資産は適切なタイミングで売却することによって継続所有よりも大きな収益を得ることが可能であり、売却の意思決定をサポートするモデルが開発されれば資産の所有者は容易に意思決定を行うことができるようになると期待される。このような市場リスクを有する資産に対してはリアルオプションと呼ばれる金融工学を応用した手法を用いて価値評価を行うことが従来より行われている。

商品価格や通貨のボラティリティの影響を受け、市場リスクを有する資産の例として商社が保有する鉱山が挙げられる。商社の鉱山事業は1960～1970年代の高度経済成長期においては産業インフラの整備や各種工業製品の生産需要に伴う鉄鋼原料の輸入代行業務における手数料によって収益を生み出すビジネスモデルであったが、二度の石油ショックによる経済停滞やブラザ合意による円

高の影響を受けて鉄鋼原料の輸入量が減少し手数料ビジネスに限界が見え始めた。商社はビジネスモデルの転換を迫られ、鉱山資源に資本参画し、資源メジャーとの合弁事業として資源開発・運営を開始した。当初は投資鉱山より鉱物を獲得するオフテイク権を狙ったマイナー出資であったが、21世紀以降出資比率を引き上げ鉱山事業の経営に本格的に参画するようになり、多額の利益を追求するハイリスク・ハイリターン型のビジネスモデルへ転換した。鉱山事業の経営は、鉱物の商品市場に於ける価格ボラティリティに曝され、また埋蔵量・品位・採掘コスト等の変動要因に左右される傾向にある。更に鉱山事業にはライフサイクルがあり、鉱山事業がピークアウトする前の適切なタイミングで売却することは、経営において重要な意思決定となる。このようなビジネスモデルにおいては、適切なリスクヘッジを行いつつ、より大きな利益を得るための意思決定フレームワークが必要不可欠となる。したがって、商社が保有する鉱山事業は本研究の対象としては適切且つ有益なものである。

そこで本研究は、商社の鉱山事業売却の意思決定に資

するモデルの構築を行い、また他の資産に対しても応用可能な基本的概念を提示することを目的とする。

(2) 本論文の構成

以下、第2章では本研究で用いるリアルオプションという手法について説明を行う。第3章では本研究で用いる計算モデルの構築を行い、第4章では価格モデルとして平均回帰モデルを提示し妥当性を検証する。第5章では第4章までに構築したモデルを商社の鉱山事業経営に資する意志決定フレームワークとして提示する。最後に、第6章で本研究の総括を行う。

2. 本研究の基本的考え方

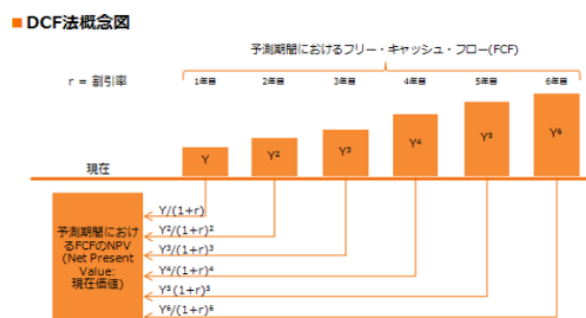
(1) リアルオプションとは

まず、従来の事業価値評価の手法について比較し、リアルオプションの特長を把握する。

a) DCF法

Discounted Cash Flow法の略でNPV法とも言われる。この手法は、将来発生すると見込まれる各期の利益を割引率で割り引いて現在価値を求め、事業などの現在価値を算出する方法である。

DCF法の適用が妥当である事業としては、不確実性要因の少ない事業、例えば、電力、水道、公共交通などの規制産業や市場が十分に成熟した産業における事業が挙げられる。



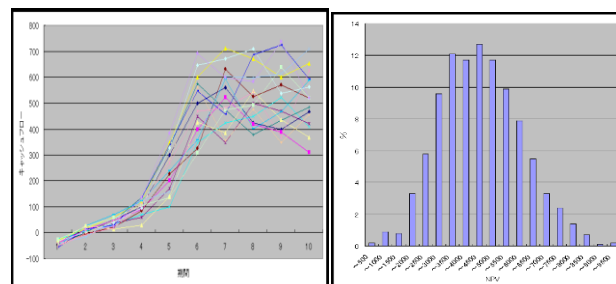
出典：グローウィンプートナーズ

図-1 DCF法概念図¹⁾

b) モンテカルロDCF法

モンテカルロDCF法とは、DCF法にモンテカルロシミュレーションを応用した手法である。また、モンテカルロシミュレーションとは、将来生じうる事象を確率分布として定義し、その確率分布に対応した乱数を大量に発生させることで現実起こりうる事象について検証する手法である。事業に関する不確実性が大きく将来発生する利益を正確に見積もることができない場合、各期に発

生する利益について確率分布を定義し、発生しうる事象を何百万通りもシミュレーションし不確実性を考慮する。この手法では、経営上のオプションについては考慮していない。



出典：鈴木公明”特許権価値評価法の変遷”

図-2 モンテカルロDCF法²⁾

c) デジジョンツリーアナリシス（決定木分析）

デジジョンツリーアナリシスとは、選択可能性のある経営オプション（選択枝）を時系列順に樹形図を用いて表現し、各ノードに至る確率を用いて事業価値を算出する方法である。

d) リアルオプション法

リアルオプション法とは、不確実性の大きい事業経営に対して選択可能な複数の経営オプション（選択枝）が存在する時、その不確実性や経営オプションの選択可能性を考慮しながら動的に事業価値を算出する方法である。これは上述c)デジジョンツリーアナリシスにおける経営オプションに柔軟性を持たせ、その時の状況によって様々な活動オプションを決定することで、プロジェクト全体の成果を最大化しようとする手法である。派生証券の価格付け理論をもとに構築された比較的新しい手法であり、Myers (1977)³⁾が初めて”Real Option”という用語を公式に用いた。

e) 本研究におけるリアルオプション法

ここで、上述d)のファイナンス論におけるリアルオプションと、本研究のリアルオプションの違いについて説明する。ファイナンス論における派生証券としてのオプションの市場は完備市場であり、ポートフォリオの複製が常に可能である。このとき無裁定条件により、一物一価の法則が働きオプションの価格は一意に定められる。一方、本研究で想定している取引は相対取引又は入札取引であり、売り手と買い手は経営資源や価値創造能力が異なることによって、鉱山事業価値に対する評価価格に差異が生じる。これによって、売り手は鉱山事業の売却利益を獲得する可能性がある。よって本研究では、売り手にとって資産売却利益を獲得する取引機会が存在するという仮定に基づいてモデルを構築する。

また、鉱山事業経営に際しては維持オプション、拡大

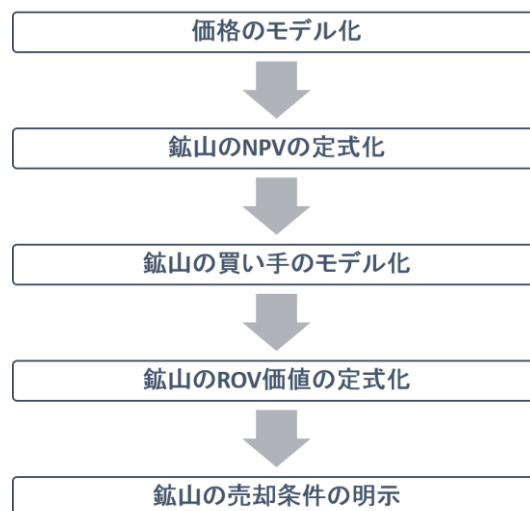
オプション、縮小オプション、売却オプションが考えられるが、本研究では鉱物資源の採掘量は每期一定量と仮定し、維持オプションと売却オプションのみを考えるものとする。

(2) 従来の研究概要

Myers³⁾以降リアルオプションを用いた研究は多数行われてきた。リアルオプションの分野で代表的な研究者としては、Trigeorgis, et al.が挙げられる。Trigeorgis (1993)⁴⁾は、経営選択として延期オプション、段階オプション、拡大・縮小オプション、撤退オプション、転用オプション、成長オプションを提示し、各オプション価値の算出を試みた。Dixit and Pindyck (1994)⁵⁾は、不確実性の存在する事業に対する投資の機会をアメリカンコールオプションと同質のものと考え、事業価値を算出することを試みた。また、従来の評価手法との比較を行った研究としてMyers, Trigeorgis and Manson, Dixit and Pindyck等の研究が挙げられる。Myers³⁾は、DCF法の限界を指摘し事業価値評価にオプション理論を用いるべきだと主張した。Trigeorgis and Manson⁶⁾は、不確実性の存在する経営環境下においてはDCF法では正確な事業評価が行われないことを指摘した。Dixit and Pindyck⁷⁾は、DCF法を用いた事業評価では事業投資の延期という経営選択を行うことができず、事業全体としての価値評価にずれが生じることを指摘している。鉱山事業に関する研究でリアルオプションを応用した研究として、Brennan and Schwartz (1985)⁸⁾、Aminul, et al. (2013)⁹⁾、Inthanongsone et al. (2016)¹⁰⁾、Savolainen (2016)¹¹⁾等が挙げられる。Brennan and Schwartzは、鉱山の運営に関する最初の研究を行っており、資源価格の値動きをランダムウォークによってモデル化し、投資政策の価値評価を行っている。Aminul, et al.は、価格変動を幾何ブラウン運動によってモデル化し、外生変数が変化したときの鉱山の価値変動についてPDE（偏微分方程式）を用いて分析し、最適な経営戦略の分析を行った。Inthanongsone, et al.は、リアルオプションを用いた露天掘りの鉱山の経営選択決定フレームワークを構築し、その適用と分析を行った。分析では延期オプションや拡大オプションを適用した際の事業価値を算出し検討している。Savolainenは、リアルオプションを鉱山運営に応用した研究をとりまとめたレビュー論文を執筆し、論文の傾向別に分類を行った。従来のリアルオプションを用いた研究は金融工学のオプション理論をそのまま採用したものであり、資産売却利益を獲得する取引機会が存在しないという仮定のもとで行われた研究が多く、鉱山の売却を想定した鉱山運営に関する研究は前例がない。更に、多くの研究は、リアルオプションに関する理論研究や定量分析に留まるものであり、実務上利用することを目的と

するものではない。そこで本研究では資産の例として商社が保有する鉱山を挙げ、商社の鉱山事業売却の意思決定に資するモデルの構築を目標とした研究を行う。

3. モデルの構成



筆者作成

図-3 モデル構造

(1) モデルにおける前提

本研究におけるモデルでは、単位重量を1ポンドとする（1MT=2,204.62ポンド）。また、1期は1ヶ月であり、金額は米ドル表示として為替レートの影響を無視する。

(2) 鉱山のNPVの定式化

DP (Dynamic Programming)の考え方をを用いて鉱山のNPVを定式化する。

$$V_t(S_t) = q(S_t - A) - M + e^{-k} \cdot E_t[V_{t+1}(S_{t+1})] \quad (1)$$

ただし、 V_t は t 期時点に算定された鉱山のNPV、 S_t は t 期における銅の価格、 q は1期当りの採掘量、 A は単位可変費用、 M は固定費、 k は企業が計算で用いる割引率を表す。また、想定最終採掘年度を T と表す。

右辺の各項の意味を説明する。 $q(S_t - A) - M$ は、 t 期に行う採掘によって発生する利益である。 t 期の収入は、 qS_t と表され、 t 期の費用は、採掘量に比例して発生する可変費用 qA と、採掘量に依存せず、每期定額発生する固定費 M の和として $qA + M$ と表される。収入から費用を差し引いた値が利益となる。また、 $e^{-k} \cdot E_t[V_{t+1}(S_{t+1})]$ は、 $t+1$ 期以降に発生すると期待される利益を t 期において知りうる情報のみを用いて算出した期待値に対して現在価値に割り引いた値を表している。この式と、終端条件： $V_{T+1}(S_{T+1}) = 0$ を用いることにより、NPVを後ろ向きに計算することが可能になる。

この式を逐次展開していくと、

$$V_t(S_t) = E_t \left[\sum_{\tau=t}^T e^{-k(\tau-t)} \{ q \cdot (S_\tau - A) - M \} \right] \quad (2)$$

と書くことができ、更に、確率変数は S_t のみであるから、さらに以下のように書き換えることができる。

$$V_t(S_t) = \sum_{\tau=t}^T e^{-k(\tau-t)} \{ \quad \} \quad (3)$$

上の式より、 t 期の鉱山のNPVが各期における期待利益の現在割引価値の総和であることが明瞭に説明される。

(3) 鉱山のROV価値の定式化

a) 鉱山の買い手のモデル化

τ 期に確率 p_τ で鉱山の購入希望企業が現れると仮定する。その企業の提示する購入価格はNPVにマージン (α) を付加した、 $\alpha V_\tau(S_\tau) (= R_\tau(S_\tau))$ である。 α は、一様分布 $[1, \beta_\tau]$ に従う確率変数である。

マージン (α) について以上のように仮定する理由としては、現れる買い手について様々な購入者を想定しているためである。例えば、鉱山ビジネスによる利益を求める企業や、資源に対する価格支配力を高めたい資源メジャーなどが考えられ、それぞれの戦略や内部事情によって同一条件下でも鉱山に対する評価が異なると考えられるためである。

b) 鉱山のROVの定式化

1節と同様にDPを用いて鉱山のROV (Real Option Valuation) 価値 ($W_t(S_t)$) の定式化を行う。①買い手が現れた時のROV価値 $W_t^A(S_t, \alpha)$ は、

$$W_t^A(S_t, \alpha) = \max\{\alpha V_t(S_t), W_t^D(S_t, \alpha)\} \quad (4)$$

②買い手が現れなかった時のROV価値 $W_t^D(S_t, \alpha)$ は、

$$W_t^D(S_t, \alpha) = q(S_t - A) - M + e^{-k} \cdot E_t \left[(1 - p_{t+1}) W_{t+1}^D(S_{t+1}, \alpha) + \frac{p_{t+1}}{\beta_{t+1}} \int_1^{\beta_{t+1}} W_{t+1}^A(S_{t+1}, \alpha) d\alpha \right] \quad (5)$$

と表現することができる。 p は買い手が現れる確率を表し、 β は買い手が提示する買い取り価格の V_t に対する比率の最大値を表す値である。

①では、買い手の提示する価格が鉱山を所有し続けることで発生すると期待される価値を上回った場合は鉱山を売却し、下回った場合は鉱山を売却せず資源の採掘を継続する。

②では、 t 期に売却することはできないため、 t 期では採掘を行い、キャッシュフロー (CF) として $q(S_t - A) - M$ を獲得し、次期以降の期待CFの期待値の現在価値を加算したものを t 期における期待CFとする。

当期に鉱山の売却を行わないとした場合の鉱山の価値

はこの二つの式をまとめたもので、以下に示す。

$$W_t(S_t) = q(S_t - A) - M + e^{-k} \cdot E_t \left[(1 - p_{t+1}) W_{t+1}(S_{t+1}) + \frac{p_{t+1}}{\beta_{t+1}} \cdot \int_1^{\beta_{t+1}} \max\{\alpha V_{t+1}, W_{t+1}(S_{t+1})\} d\alpha \right] \quad (6)$$

この定式化は本研究において最も重要な意味を持つ。なぜなら、金融工学の標準的な理論では、資産の価値は式(3)で表されるNPVに一致すると想定しているため、資産の保有・売却のどちらを選んでも、将来に得られる期待CFの割引現在価値は変化しない。すなわち、資産売却利益を獲得する取引機会は存在しない。しかし、本研究では、鉱山売却により利益を獲得する取引機が存在すると考える。この取引機会を表現するための変数が、 p_τ と β_τ である。 p_τ は取引機会が到着する確率を表す変数であり、 β_τ は獲得利益の大きさに関する変数である。

(4) 鉱山の売却条件

鉱山の所有者は、以下条件下で鉱山事業の売却を行う。

$$\alpha V_t(S_t) \geq W_t(S_t) \quad (7)$$

これは買い手の提示する価格 $\alpha V_t(S_t)$ が、保有価値 (ROV価値 $W_t(S_t)$) を上回ったとき鉱山事業を売却すべきであることを示している。

4. 価格モデルの設定とモデルの検証

(1) 平均回帰モデル

a) モデルの離散化手続き

資源価格を以下のような平均回帰モデルで表現することを考える。

$$S_t = S_0 \cdot \exp(\mu t) \cdot \exp(\rho_t) \quad (8)$$

$$\rho_t = \eta \rho_{t-1} + \sigma \epsilon_t \quad (\epsilon_t \sim N(0,1)) \quad (9)$$

式(9)はAR(1)過程である。また、 ρ_t は平均的な値からの乖離度を表す値である。この値が平均回帰的な挙動を示すとして、価格についての離散化を行う。まず、式(9)より $\rho_t - \eta \rho_{t-1} \sim N(0,1)$ が成立する。また、式(9)は、

$$\begin{aligned} \rho_t &= \eta \rho_{t-1} + \sigma \epsilon_t \\ &= \eta(\eta \rho_{t-2} + \sigma \epsilon_{t-1}) \\ &= \dots \\ &= \eta^t \rho_0 + \sigma(1 + \eta + \eta^2 + \dots + \eta^{t-1}) \epsilon \end{aligned} \quad (10)$$

を意味する。この結果を用いて、 ρ_t の取る値を以下のように $\rho_{t,1}, \rho_{t,2}, \dots, \rho_{t,2N+1}$ の $2N+1$ 個に離散化して表す。

$$\begin{aligned} \rho_{t,i} &= \eta^t \rho_0 - \lambda \cdot \frac{N-i+1}{N} \sigma \cdot (1 + \eta + \eta^2 \\ &\quad + \dots + \eta^{t-1}) \quad (1 \leq i \leq 2N+1) \end{aligned} \quad (11)$$

これを利用して価格を表現すると、

$$S_{t,i} = S_0 \cdot \exp(\mu t) \cdot \exp(\rho_{t,i}) \quad (12)$$

のように $S_t = f(t, \rho_t)$ の形で書ける。また、 t 期から $t+1$ 期への推移において、 $S_{t,i}$ から $S_{t+1,j}$ へ変化する確率は次のように表される。

$$\begin{aligned} & \pi_{t \rightarrow t+1}(S_{t,i}, S_{t+1,j}) \\ &= \Phi\left(\frac{\rho_{t+1,j} + \frac{1}{2N} \cdot \lambda \sqrt{\sigma^2} - \eta \rho_{t,i}}{\sigma}\right) \\ & \quad - \Phi\left(\frac{\rho_{t+1,j} - \frac{1}{2N} \cdot \lambda \sqrt{\sigma^2} - \eta \rho_{t,i}}{\sigma}\right) \\ & \quad (2 \leq j \leq 2N) \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} & \pi_{t \rightarrow t+1}(S_{t,i}, S_{t+1,j}) \\ &= \Phi\left(\frac{\rho_{t+1,j} + \frac{1}{2N} \cdot \lambda \sqrt{\sigma^2} - \eta \rho_{t,i}}{\sigma}\right) \quad (j = 1) \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} & \pi_{t \rightarrow t+1}(S_{t,i}, S_{t+1,j}) \\ &= 1 - \Phi\left(\frac{\rho_{t+1,j} - \frac{1}{2N} \cdot \lambda \sqrt{\sigma^2} - \eta \rho_{t,i}}{\sigma}\right) \\ & \quad (j = 2N - 1) \end{aligned} \quad (15)$$

但し、 Φ は標準正規分布の累積分布関数である。

p, β は ρ_t の関数として表現する。しかし $p(\rho_t), \beta(\rho_t)$ の現実的な関数形は不明であるため、上限値と下限値が明確となるロジスティック関数を用いて以下のように簡易的に表現する。 a, b, c, d, f はパラメータである。

$$p(\rho_t) = a + \frac{1 - a}{1 + bt + \frac{1-f}{f-a} \exp(-c\rho_t)} \quad (16)$$

$$\beta(\rho_t) = 1 + \frac{0.3}{1 + \exp(-d\rho_t)} \quad (17)$$

このとき、

$$\lim_{\rho_t \rightarrow -\infty} p(\rho_t) = a \quad (18)$$

$$\lim_{\rho_t \rightarrow \infty} p(\rho_t) = 1 \quad (19)$$

$$p(0) = f \quad (20)$$

$$\lim_{\rho_t \rightarrow -\infty} \beta(\rho_t) = 1 \quad (21)$$

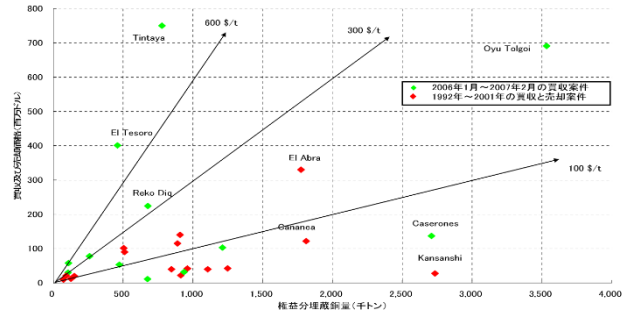
$$\lim_{\rho_t \rightarrow \infty} \beta(\rho_t) = 1.3 \quad (22)$$

$$\beta(0) = 1.15 \quad (23)$$

という関係が成り立つ。 $\rho_t = 0$ は市況が良くも悪くもない標準的な状態を表す。

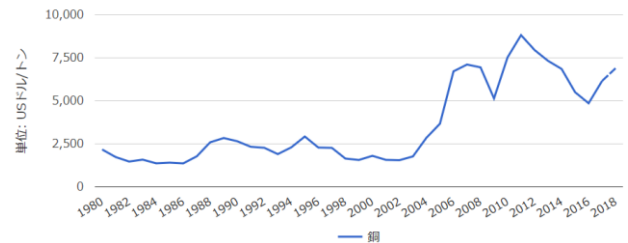
ρ_t が大きいとき、すなわち銅市場の市況が良いときは、銅市場の成長性が高く評価されるため、鉱山の買い手が多く現れ、付加されるマージン率が高くなる傾向がある。これは過去事例で証明されており、例えば銅鉱山売却案件の売却コストは、銅市況の低い1992～2001年では全て200 \$/t以下であったが、銅市況が高騰した2006～2007年

では600 \$/t以上のものも存在する。つまり、銅市況の良いときは、銅鉱山の売却価格が保有価値を上回り、マージン率が高まることを示している（図4,5）。



出典：石油天然ガス・鉱物金属資源機構レポート¹²⁾

図4 銅鉱山の買収/売却価格・コスト比較



筆者作成

図5 LME 銅先物価格推移

式(11)-(17)を用いると、 $V_t(S_t), W_t(S_t)$ を定義する式(2), (6) は以下のように書き直せる。

$$\begin{aligned} V_t(S_{t,i}) &= q(\exp(Z_{t,i}) - A) - M + e^{-k} \\ & \quad \cdot \sum_{j=1}^{2N+1} \pi_{t \rightarrow t+1}(Z_{t,i}, Z_{t+1,j}) \\ & \quad \cdot V_{t+1}(S_{t+1,j}) \end{aligned} \quad (24)$$

$$\begin{aligned} W_t(S_{t,i}) &= q(\exp(Z_{t,i}) - A) - M + e^{-k} \\ & \quad \cdot \left[(1 - p_{t,i}) \sum_{j=1}^{2N+1} \pi_{t \rightarrow t+1}(Z_{t,i}, Z_{t+1,j}) \right. \\ & \quad \cdot W_{t+1}(Z_{t+1,j}) + p_{t,i} \\ & \quad \cdot \sum_{j=1}^{2N+1} \pi_{t \rightarrow t+1}(Z_{t,i}, Z_{t+1,j}) \\ & \quad \cdot \left. \left\{ \frac{\tilde{\alpha}(Z_{t+1,j}) - 1}{\beta_{t,i} - 1} \cdot W_{t+1}(Z_{t+1,j}) \right. \right. \\ & \quad \left. \left. + \int_{\tilde{\alpha}(Z_{t+1,j})}^{\beta_{t,i}} \frac{1}{\beta_{t,i} - 1} \cdot \alpha V_{t+1}(Z_{t+1,j}) d\alpha \right\} \right] \end{aligned} \quad (25)$$

$$\begin{aligned} & \tilde{\alpha}(Z_{t+1,j}) \\ &= \begin{cases} X_{t+1,j} & (1 < X_{t+1,j} < \beta_{t+1,j}) \\ 1 & (X_{t+1,j} \leq 1) \\ \beta_{t+1,j} & (\beta_{t+1,j} \leq X_{t+1,j}) \end{cases} \end{aligned} \quad (26)$$

$$X_{t+1,j} = \frac{W_{t+1}(Z_{t+1,j})}{V_{t+1}(Z_{t+1,j})} \quad (27)$$

但し、 $p_{t,i} = p(\rho_{t,i}), \beta_{t,i} = \beta(\rho_{t,i})$ である。

価格に関するパラメータ μ, σ の決定方法について述べる。IMF（国際通貨基金）が公表している銅の月次価格（米\$ /1MT）のデータ（1980年1月～2017年6月）を用いて式(9)の推定を行う。モデル推定における資源価格は S'_t と表し、1980年1月における資源価格を S'_0 とする。また、資源価格のドリフトに関しては、過去のデータから将来の予測を行うことは困難であると考え、 $\mu = 0$ を仮定する。

このとき、 $\rho'_t = \ln S'_t - \ln S'_0$ と書ける。この ρ'_t について回帰分析を行うと、 $\rho'_t = \hat{\eta} \rho'_{t-1} + \hat{\sigma} \epsilon_t$ ($\epsilon_t \sim N(0,1)$)に関して以下の結果が得られる。図-6より、 $\hat{\eta} = 0.996675, \hat{\sigma}^2 = 0.003971$ である。

概要									
回帰統計									
重相関 R	0.994883								
重決定 R2	0.989792								
補正 R2	0.98756								
標準誤差	0.063016								
観測数	449								
分散分析表									
	自由度	変動	分散	残差の分散	有意 F				
回帰	1	172.5068	172.5068	43440.98	0				
残差	448	1.779036	0.003971						
合計	449	174.2859							
切片	係数	標準誤差	t	P-値	下限 95%	上限 95%	下限 95.0%	上限 95.0%	
X 値 1	0.996675	0.004782	208.425	0	0.987277	1.006073	0.987277	1.006073	

筆者作成

図-6 回帰分析

b) パラメータに関する感度分析

このプログラムの運用者がパラメータを決定する際に、パラメータをどの程度厳密に定めるかを決定するための一助となるよう、式(16), (17)に含まれる $p(\rho_t), \beta(\rho_t)$ のパラメータ a, c, d, f に関する感度分析を行う。各パラメータについて、

$$0.01 \leq a \leq 0.1 \quad (28)$$

$$0.1 \leq c \leq 10 \quad (29)$$

$$0.003 \leq f \leq 0.3 \quad (30)$$

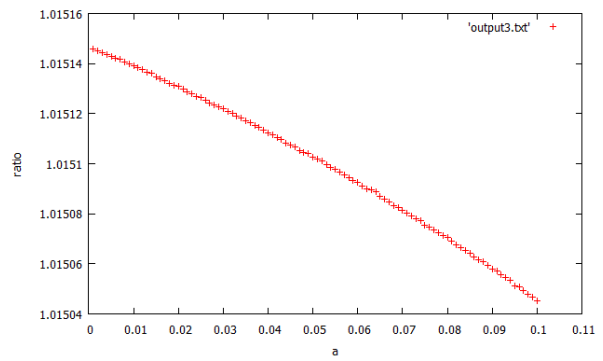
$$0.1 \leq d \leq 10 \quad (31)$$

と変動させたときの $W_t(S_t)/V_t(S_t)$ の変化を調べる。

パラメータ a, c, d については、パラメータの変化に対して $W_t(S_t)/V_t(S_t)$ の変化は 10^{-4} の単位であり影響は小さいと判断できる。

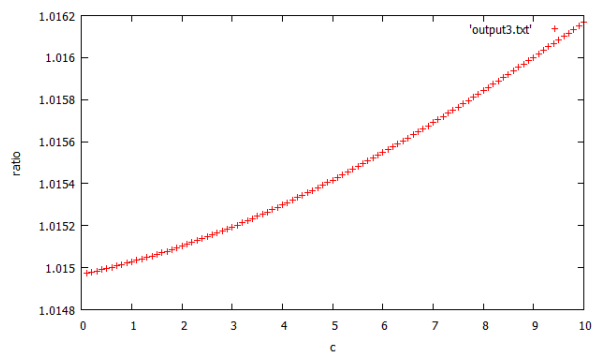
また、パラメータ f については、モデル運用者の想定する値の幅(± 0.01 程度)は小さく、その範囲内における影響は 10^{-3} の単位であり影響は小さいと判断できる。

以上より、本モデルにおいてはパラメータの設定は最終的な結果に大きな差異を生じさせないと考えられる。



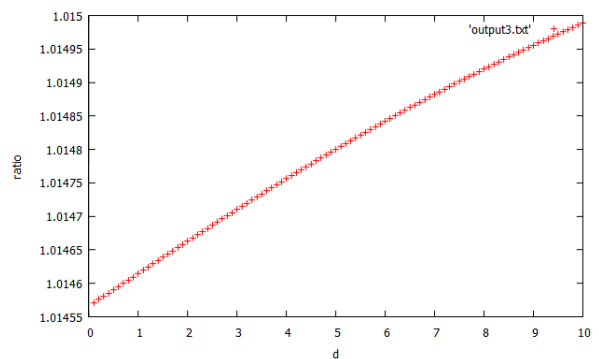
筆者作成

図-7 aに関する感度分析



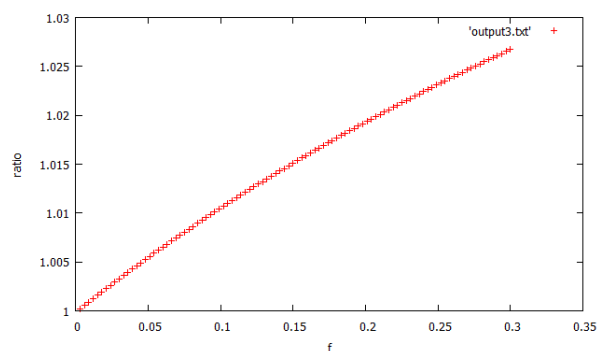
筆者作成

図-8 cに関する感度分析



筆者作成

図-9 dに関する感度分析



筆者作成

図-10 fに関する感度分析

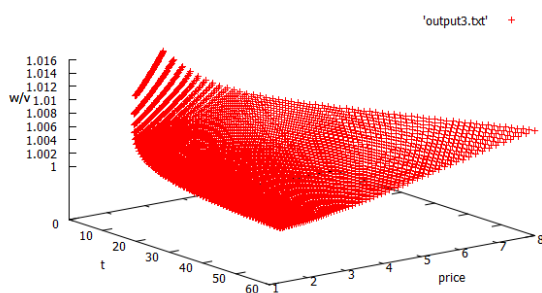
c) 数値計算

これらの式を用いて、 $V_t(S_t), W_t(S_t)$ についての数値計算を行う。この結果の妥当性を以下の三次元グラフ($t, S_t, \tilde{\alpha}$)によって考察する。

そのためにグラフ(図-11)から読み取れる以下の2項目について実際の挙動との整合性を考える。

- ① t が大きくなるにつれて $\tilde{\alpha}$ の値は1に収束する。
- ② 同一の t においては S_t が大きいほど $\tilde{\alpha}$ の値は大きくなる。

①については、 p が t の増加に伴い減少することで、 $W_t(S_t)$ は $V_t(S_t)$ に収束すると推測できる。②については、価格 S_t が大きい、即ち p_t が大きいときは、銅市場の好調さを評価し鉱山に対してより高い価格をつけると考えられる。①、②の内容は実務上の整合性があると判断できるため、このモデルによって適切に現実の鉱山事業売買取引をモデリングすることができると考えられる。



筆者作成

図-11 結果

表-1 用いた変数

変数	表す値	数値
q	一期あたりの採掘量	1,000,000
A	単位採掘量当たりの採掘費用	0.5
M	一期あたりの固定採掘費用	50,000
k	企業の用いる割引率	0.01
μ	ドリフト	0.001
σ	ボラティリティ	0.06
T	仮定の採掘終了時期(month)	300
a	パラメータ	0.05
b	パラメータ	0.003
c	パラメータ	2.0
d	パラメータ	2.0
f	パラメータ	0.15

筆者作成

5. 本モデルの実務への応用

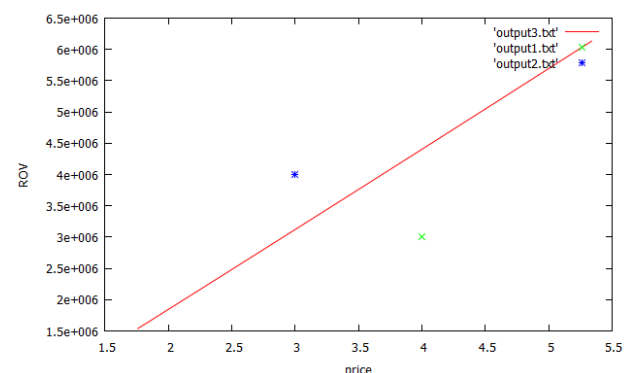
従来の手法では、鉱山事業の売却に関する判断に際してNPVを参考に用いていたが、NPVは鉱山の保有の継続を前提とした現在価値であり、売却の判断に際する指標としては有効性が低い。そこで、本研究の成果を利用した意思決定フレームワークを形成することで迅速且つ適切な意思決定をサポートすることができると期待される。鉱山事業の運営会社が本モデルを実務面で活用するためには、買取希望者が現れた際に鉱山事業を売却するか否かについて、即座且つ的確に意思決定できなければならない。この要件を満たすモデル運用方法を述べる。

まず、鉱山事業を買収した時点、もしくは既に所有している鉱山事業についてはモデル運用開始時点を $t = 0$ とする。前章の感度分析を参考にパラメータを決定し、また、資源価格 S_0 を入力して $W_t(S_t)$ を計算する。即ち、鉱山買収時点で、将来時点における鉱山の事業価値を予め算出しておく。

次に、鉱山の買取希望者が現れた時点を $\tau (\leq T)$ として、既に算出されている $W_\tau(S_\tau)$ を出力する。本モデルにおいて S_τ は離散化されているため、時点 τ における資源価格に最も近い値を S_τ として選ぶ。

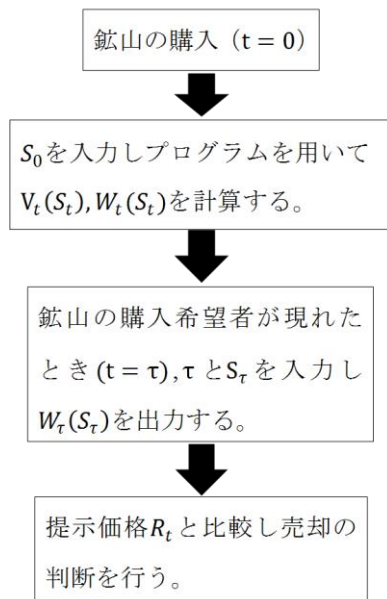
そして、出力された $W_\tau(S_\tau)$ と提示価格 $R_\tau(S_\tau)$ を比較し、 $W_\tau(S_\tau) < R_\tau(S_\tau)$ であれば鉱山事業の売却を行う、 $W_\tau(S_\tau) \geq R_\tau(S_\tau)$ であれば売却を行わない、という意思決定を行うことができる。

これをグラフを用いて説明する。図-12は、 $t = 21$ における資源価格とROVについての関係を示した図である。青点(3, 4,000,000)は、 $t = 21$ 時点に現れた鉱山買取希望者が資源価格 $S_{21} = 3$ のとき、鉱山事業を価格4,000,000での買収を希望していることを表したものである。このとき、 $W_\tau(S_\tau) < R_\tau(S_\tau)$ となっているため、鉱山事業の売却を行うべきと判断することができる。また、緑点(4, 3,000,000)は、 $t = 21$ 時点に現れた鉱山買取希望者が資源価格 $S_{21} = 4$ のとき、鉱山事業を価格3,000,000での買収を希望していることを表したものである。このとき、 $W_\tau(S_\tau) \geq R_\tau(S_\tau)$ となるため、鉱山事



筆者作成

図-12 売却判断

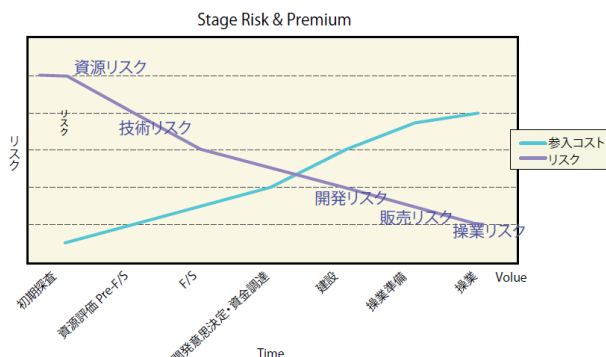


筆者作成

図-13 運用方法

業の売却を行うべきではないと判断できる。即ち、買収希望条件に対応する座標が曲線の上側にあれば売却を行うべき、曲線より下側にあれば売却を行うべきでないと判断できる。

実務面に於いて、鉱山事業の売却は、探査済／開発済／採掘・操業済の夫々の段階で、入札形式／相対取引での権益売却、又はM&Aによる鉱山事業会社の売却等、様々な形態がある。一方、鉱山事業の其々の段階で、資源リスク／技術リスク／開発リスク／販売リスク／操業リスクの観点から、早期での売却はリスクを免れるが売却価格（参入コスト）が低く、後期での売却はリスクを負担するが売却価格が高くなる傾向がある（図-14）。また、鉱山事業の価格はその時点の資源市況によって変動する為、売却タイミングをよく見計らう必要がある。

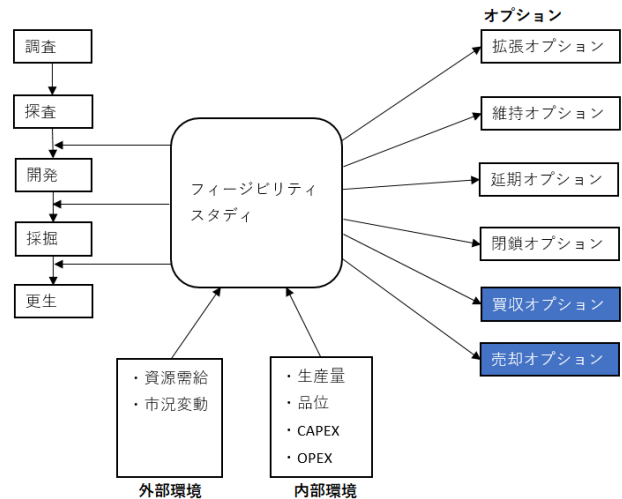


出典：一般財団法人 石炭エネルギーセンター

図-14 資源開発時期とリスク／プレミアム¹⁹⁾

鉱山事業の運営に当たってのフィージビリティ・スタ

ディ(F/S)は多岐に亘り、主にはTechnical F/S（技術）、Marketing F/S（販売）、Legal F/S（法務）、Financial F/S（経済性評価）があるが、その中でもFinancial F/Sは最重要項目とされる。鉱山事業会社はF/Sの結果を踏まえ、不確実性の推計・現在価値について他鉱山事業と比較し、有効性を検証する。更に、鉱山事業について、リアルオプションによる事業価値評価と鉱山の収益性の比較、並びに投資意思決定（拡張／維持／延期／閉鎖／買収／売却）を行う（図-15）。



筆者作成

図-15 鉱山事業に於ける意思決定プロセス

鉱山事業会社は、上述のF/S、事業価値・リスク評価、タイミングの見極めを行った上で売却意思決定するが、入札形式／相対取引／M&A方式で売却するに当たり多岐に亘る検証・行動を要する中、市場環境、鉱山の事業環境、及び売り手と買い手の意向により、実際には鉱山事業の売却には時間的制約を伴うことが殆どである。これは筆者自身が実務上経験してきたことであり、近年の資源会社／商社間、又は商社間同士の鉱山事業売買事例で実証されている。鉱山事業売却に上述課題を抱える状況下、本モデルの活用により、迅速且つ的確なる売却意思決定をサポートできると共に、売却先との条件交渉を優位に進めることが可能となり、実務面での応用性・有用性は高いと言える。

6. おわりに

本研究においては、商社の鉱山事業の特徴に着目し経営選択として「売却」と「保有・採掘の継続」を設定し、鉱山事業売買取引をモデル化することによって、鉱山事業を適切なタイミングで売却し商社に最大の利益をもた

らすための意志決定を可能とする数値計算モデルの構築を行った。また、銅価格の時系列モデルとしては従来は幾何ブラウン運動が用いられることが多かったが、本モデルではより現実的な価格変動に近く、且つ1つの確率変数で表現できる平均回帰モデルを用いた。そして、上述5.で述べた通り本モデルによって算出された値は実務的または定性的に考察した値との整合性をもつことが判明した。本研究によって、市場リスクを有する資産の売却に関する基本的な概念が示されたため、資産の種類や運用目的に応じて柔軟なモデルを構築することが可能になったと考えられる。

商品市場の価格ボラティリティに曝され、埋蔵量・品位・採掘コスト等の変動要因が多く、またライフサイクルを有する鉱山事業において、本意思決定フレームワークの活用により適切な価格・タイミングでの売却意思決定を行い、高い利益の獲得を可能とする。また、本フレームワークは、商社の鉱山事業のみならず、資源メジャー等のグローバルな資源開発・運営会社にも適用可能であり、実務面での示唆に富むと言える。

但し、本研究における今後の課題は二つある。第一に、本研究は単一の鉱山の所有を前提としているが、商社は複数の鉱山を所有し、資源ポートフォリオを構築している。よって、資源ポートフォリオの構成を考慮した意思決定モデルの構築を考える必要がある。第二に、商社では鉱山事業以外の非資源事業（機械・生活産業・化学製品・インフラ・電力・金融等）多くの事業を営んでおり、経営資源に一定の制限がある環境下において、各事業への経営資源配分を考慮した動的ポートフォリオの最適化を検討する必要がある。

今後は上述課題を解決すべく、実務的なモデルの開発・構築、及び資源ポートフォリオマネジメントについて更なる研究を進めたい。

参考文献

[1]”グローウィンパートナーズ”

- <http://www.growin.jp/report/report02/?pa=4>
- [2] 鈴木公明:”特許権価値評価法の変遷”
<http://www.geocities.co.jp/WallStreet/8900/value/value.html>
- [3] S.C.Myers, ”Determinants of Corporate Borrowing”, *Journal of Financial Economics*, Vol.5, No.2, pp.147-175, Elsevier, 1977.
- [4] L.Trigeorgis, ”Real Options and Interactions with Financial Flexibility”, *Financial Management*, Autumn 1993, Vol.22, No.3, pp.202-204, Wiley, 1993.
- [5] K.Dixit and S.Pindyck, ”Investment Under Uncertainty”, Princeton Univ Pr, 1994.
- [6] L.Trigeorgis and S.P.Manson, ”Valuing Managerial Flexibility”, *Midland Corporate Finance Journal*, Vol.5, No.1, pp.14-21, New York, N.Y. : Stern, Stewart, Putnam and Macklis 1987.
- [7] K.Dixit and S.Pindyck, ”The Option Approach to Capital Investment”, *Harvard Business Review*, Vol.77, No.3, pp.105-115, 1995.
- [8] M.Brennan and E.Schwartz, ”Evaluating Natural Resource Investments”, *The Journal of Business*, Vol.58, No.2, pp.135-157, The University of Chicago Press Journal, 1985.
- [9] Aminul.H, Erkan.T and Eric.L, ”A numerical study for a mining project using real options valuation under commodity price uncertainty”, *Resource Policy*, Vol.39, pp.115-123, Elsevier, 2013.
- [10] Inthanongsone.I, Carsten.D, Jan.B and Phongpat.S, ”Real options decision framework: Strategic operating policies for open pit mine planning”, *Resource Policy*, Vol.47, pp.142-153, Elsevier, 2016.
- [11] J.Savolainen, ”Real options in metal mining project valuation: Review of literature”, *Resource Policy*, Vol.50, pp.49-65, Elsevier, 2016.
- [12] 独立行政法人石油天然ガス・金属鉱物資源機構: ”世界の銅鉱業の変化と我が国への影響”, pp.30, 2007.11.
http://mric.jogmec.go.jp/kouenkai_index/2007/briefing_071127_3.pdf
- [13] 刈屋武昭, 山本大輔: ”入門リアルオプション”, 東洋経済新報社, 2001.
- [14] 沖本竜義: ”経済・ファイナンスデータの計量時系列分析”, 朝倉書店, 2010.
- [15] ”一般財団法人石炭エネルギーセンター”
<http://www.jcoal.or.jp/2.pdf>

(2018年4月25日 受稿) (2018年10月17日 受理)

STUDY OF ANALYTICAL MODEL ON OPTIMAL TIME OF SELLING ASSETS WITH MARKET RISK

Keiji MURAKAMI, Kiyoshi KOBAYASHI, Shunsuke SEGI and Reo KAWAKITA

By selling assets with market risk at the optimal time, there are possibilities that we can earn more profits than holding them continuously. General trading and investing companies called “Shosha” have been participating in mining business and using real options to maximize profits by controlling the amounts and costs of mining. However, it has not been possible to consider an arbitrage opportunity in applying real options, so selling mines has not been taken into account. In this research, we consider the volatility of copper prices for copper mines, build a numerical calculation model for determining the optimal time of selling mines and present a framework that Shosha can apply rapid and accurate decision-making in mining business. This enables them to make decisions quickly even under circumstances involving temporal restrictions on selling mines, and to advance the condition negotiations with the seller dominantly, so this model can demonstrate high applicability and usefulness on the practical side.