

原 報

1. 光弾性法による摩擦係数の測定について (I)*

植 村 吉 明, 高 井 宗 三, 竹 村 賢 三.**

**Measurement of the Coefficient of Friction by the
Photo-elastic Method. Yoshiaki Uemura, Munezo Takai and
Kenzo Takemura.**

We measured the static coefficient of friction between the contact surfaces of ebonite and gelatin-jelly by the photo-elastic method. The value thus obtained coincided fairly well with that determined by the direct method using the inclining plate.

This method of determining the coefficient of friction offers a new field of the photo-elasticy, and adds more advantage to the analysis of the process and the mechanism in the deformation of a body.

1 緒 言

物体の弾性変形, 塑性変形等の過程を考へる場合には, 應力分布と同時に接触面の摩擦係数が問題になる場合が屢々起る. 先に光弾性法によつて, この外部摩擦係数が測定出来る可能性を見出した¹⁾が, 或る接触面の摩擦係数は介在する減摩剤の種類, 分量等によつて相当に変化する. 変形の機構を考へる場合には, その変形を受ける際の摩擦係数を測定しなければならないのであつて, 光弾性法によればこの摩擦係数も同時に観測される. 今回ゼラチンゼリーとエボナイトとの間の静摩擦係数を光弾性法により測定し, この値と直接法による測定値との対比を試みた.

2 摩擦に就ての予備実験

光弾性試験片として使用してゐるゼラチンゼリー²⁾は容易に変形するものであつて, 種々

* 京都大学化学研究所講演会 (昭和25年6月10日) 発表

** 京都大学理学部物理学教室

の變形現象を観測するには適した試料である。このゼラチンゼリーを試験片として二次元的観測を行ふ場合、光の透過方向に対する變形を防ぐため通常二枚の硝子板で挟んで行つてゐる。ゼリーは容易に接触面に密着するものであつて、變形過程に於て硝子板とゼラチンゼリー間の摩擦に起因する効果を防止するためには、これ等の間に塗布すべき減摩剤には摩擦の最小なるものを選ばなければならない。吾々は分度器を製作して、ゼラチンゼリーと鏡板との接触面に種々の減摩剤を塗布し、鏡板を除々に傾けて行つたとき鏡板上のゼリーがまさに滑り出さんとする角度 θ を測定し、Morin の法則 $\mu_0 = \tan \theta$ によつて静摩擦係数を求めた。その結果を Table 1 に示す。

Table 1. The static coefficient of friction between polished glass and gelatine-jelly.

Lubricant	Angle θ° when the jelly begins to slide.	The static coefficient of friction $\mu_0 = \tan \theta$
Water	$0^\circ > 90^\circ$	∞
Glycerine	$0^\circ \approx 90^\circ$	∞
Liquid paraffin	6.0°	0.105
Petroleum	5.0°	0.088
Mobile oil	4.5°	0.079
Alcohol	36°	0.729

尙参考のため他の物質についての測定値を記入して見ると Table 2 の如くである。

Table 2. The coefficient of friction between a polished glass surface and other substances without lubricant.

	The angle of friction θ°	The coefficient of friction $\mu_0 = \tan \theta$
Glass plate-Glass plate (no. 1)	$10.5^\circ \sim 10.7^\circ$	0.185~0.188
Glass plate-Glass plate (no. 2)	$14.8^\circ \sim 15.0^\circ$	0.265~0.268
Glass plate-Copper plated iron polished by O-1 emery	$6.8^\circ \sim 6.5^\circ$	0.114~0.120
Glass plate-Copper plate iron polished by O-1 emery	7.9°	0.138
Glass plate-Iron polished by O-1 emery	$7.4^\circ \sim 7.2^\circ$	0.129~0.126
Glass plate-Rubber plate (no. 1)	62°	1.88
Glass plate-Rubber plate (no. 2)	$55^\circ \sim 48^\circ$	1.43~1.11

減摩液のない條件に於ける摩擦角の測定値は同じ日に於ては動搖が小さく、簡単な測定法ではあるが良好の結果が得られた。

故に更に Table 1 に於て静摩擦係数の最小なモビル オイルに就いて, 種々なる條件に於ける変化を測定して見た. その結果を Fig. 1 に示す. これを見ると接触面にモビルオイルを十分に塗布して置けば, 強く圧しても摩擦係数値の小なる條件が得られる事を知つた。

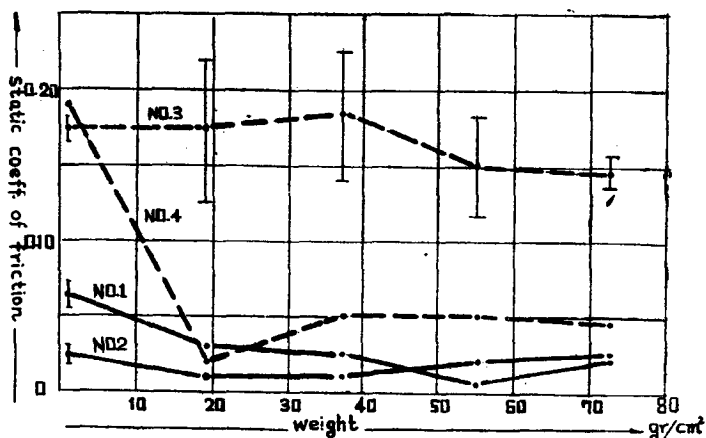


Fig. 1. Static coefficient of friction between 20% gelatine-jelly and a polished glass surface, when supplied with mobile oil as lubricant.

No. 1. Supplied insufficient lubricant.

No. 2. Supplied sufficient lubricant.

No. 3. Supplied insufficient lubricant and heavily pressed down.

No. 4. Supplied sufficient lubricant and heavily pressed down.

3 測定装置並に観測実験

光弾性装置としては観測視野の廣い理研の型³⁾を組立てた. 光源は高圧水銀燈を採用した. 高圧水銀燈は低圧水銀燈に比較するとその水銀のスペクトル⁴⁾は diffuse してゐるので, フィルターを用いても干涉縞の密な分布の場合は明瞭な干涉縞を撮影することが困難である. 然し赤の部分に強いスペクトル並に連続スペクトルがあり, 輝度が大であるため, (1) 式に示す位相差 δ によるものと, 主應力方向の偏角 ϕ に起因する光の強度 $I=0$ なる軌跡とは明瞭に区別する事が出来る. この等傾曲線の観測と干涉縞の分布の撮影を迅速に切り換へなければならぬ実験にはこの高圧水銀燈が最も適する光源である.

$$I = \sin^2 2\phi \sum_{\lambda} I_0 \sin^2 \frac{\delta}{2} \dots \dots \dots (1)$$

$$\begin{aligned} \delta &= 2\pi \frac{d}{\lambda} (\mu_1 - \mu_2) \\ &= 2\pi \frac{d}{\lambda} c (\sigma_1 - \sigma_2) \\ &= Cd (\sigma_1 - \sigma_2) \end{aligned}$$

ϕ : 平面偏光の振動方向と主應力方向との間の角
 δ : 複屈折現象として生起された二光線の位相差
 μ_1, μ_2 : 上記二光線の屈折率
 d : 試験片の光の透過方向の厚さ
 λ : 光源の波長
 σ_1, σ_2 : 主 應 力

尙今回吾々の試みた、光弾性法による摩擦係数の測定に於ては、特に等傾曲線の観測を迅速に行はねばならないので、光の偏光面を速かに廻轉する装置を新しく製作した、即ち Fig.2 に示す様に、偏光子、檢光子を夫々大歯車の中心に固定し、これ等を cross した状態のまゝ、ハンドルによつて一本の軸を通して廻轉した。この方法により、等傾曲線の変化が連続的に観測出来るようになり、実験技術として非常に有利である。尙この廻轉装置は、モーターによつても駆動出来るようにした。この方法は、観測を迅速に行い得るばかりでなく、観測に於て、偏光子、檢光子の角度を往々誤ることがあるが、これを確実に防止出来る。

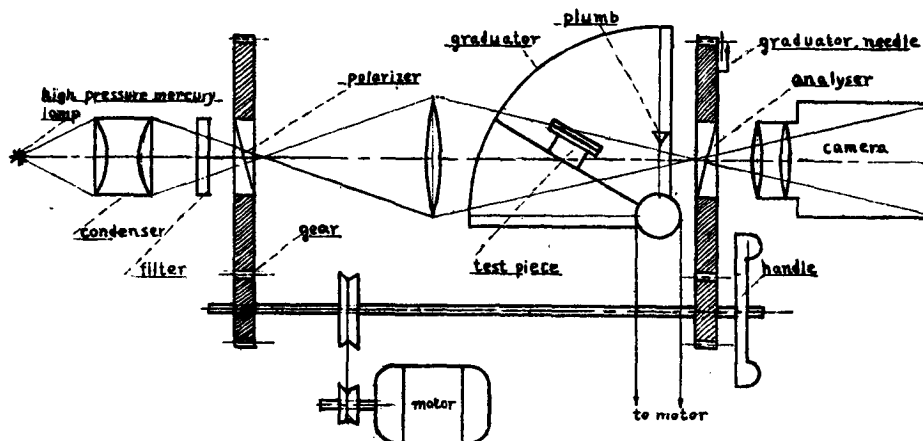


Fig. 2. Sketch of equipments.

In practise, the graduated arc is oriented perpendicularly to the optical axis.

観測に用いた大分度器は、予備実験に使用したものであるが、此の大分度器の中心は試料をのせるべき平面の上面と一致する様に特に注意した。此の平面もモーターの廻轉をオームギヤーにより減速し、円滑に傾斜せしめ得る様にした。

光弾性試験片は25%ゼラチンゼリー²⁾を使用し、厚さが薄いと実験に困難を感じたので24 mm にて、30mm×33mm, 30mm×50mm の長方形のものにした。尙荷重を加へないと等傾曲線及び應力が精度良く観測され難いので適当に荷重を加へた。この荷重を加へることにより光の透過方向にゼラチンゼリーの厚さが厚くなることを防ぐため、モビルオイルを十分に塗布した硝子板で両面を挟んで固定した。先ず先述の摩擦角の測定機の平面を水平において試料を此の上に置き、試料の上面に減摩液として真空ポンプ用潤滑油(モビルオイル)を塗布し、此の試料上面にエポナイトをのせ、この水平板をモーターにより徐々に傾けた。この上部のエポナイトが滑り出そうとする時の斜面の角度 α を直接に測定し、この摩擦角 α より静止摩擦係数を算出した。これと同時に平面偏光の視野に於て等傾曲線を追跡観測し、Fig 3', 5' の等傾曲線図を得、更に $\phi=45^\circ$ の條件に於て迅速に撮影した縮写真が Fig. 3, 4, 5 である。此の観測結果に基いて、§4 に示す如く光弾性法による摩擦係数を求めた。

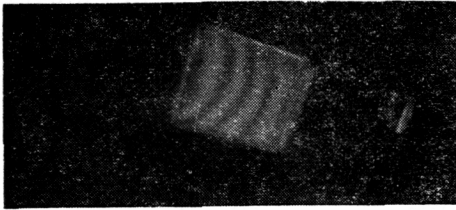


Fig. 3

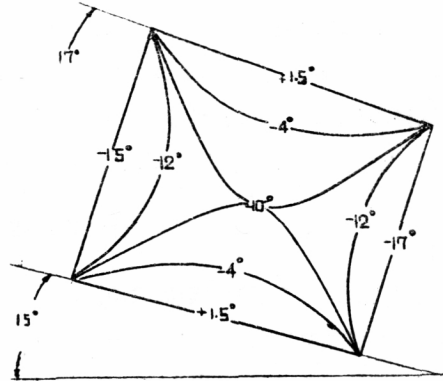


Fig. 3'

Fig. 3. Angle of friction; 17° . Test piece $30\text{mm} \times 33\text{mm}$. The weight was laid on the upper surface of the test piece. This photograph was taken when this weight began to slide.

Fig. 3'. Isoclinic curves which correspond to Fig. 3.

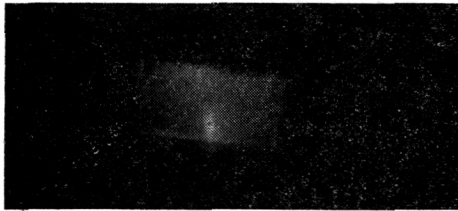


Fig. 4

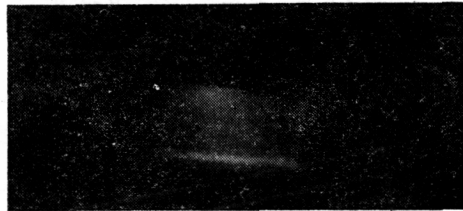


Fig. 4'

Fig. 4. Angle of friction 7.5° . Test piece; $30\text{mm} \times 51\text{mm}$. The center of gravity of the weight nearly coincides with that of the test piece, and the test piece itself slides on the lower surface. Fringe order is 2.8 uniformly.

Fig. 4'. Photograph, when the direction of the principal stress is 0° . Isoclinic curves is similar to Fig. 5'. This corresponds to Fig. 4.

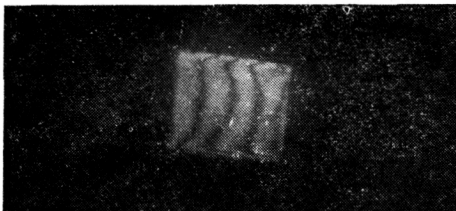


Fig. 5.

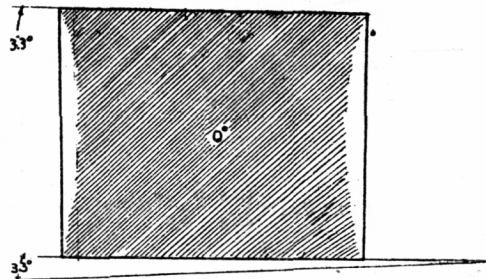


Fig. 5'

Fig. 5. Angle of friction ; 3.3° . Test piece $30\text{mm} \times 33\text{mm}$. The condition is the same as Fig. 3.

Fig. 5'. Isoclinic curves which correspond to Fig. 5.

Fig3, のものは上面のエボナイトを滑らす方法を探つたため、斜面の角度が増加すると共にエボナイトの重心位置が変つて來たのでエボナイトも傾いて來た。Fig.4 は荷重の重心位置を試料のそれに略一致せしめ、且つ下面で試料自身を滑らした場合である。尙摩擦係数の異なる條件は減摩擦液の塗布量のみを加減して行つた。

4 測定結果並に検討

光弾性法による摩擦係数は次の様にして求められる。Fig. 6 に示す様に x, y 軸を接触面に平行及び垂直にとり、剪断應力を τ_{xy} , x, y 軸方向の應力を夫々 σ_x, σ_y , 主應力 σ_2 と接触面の法線のなす角を θ とすれば

$$\tan 2\theta = 2\tau_{xy} / \sigma_x - \sigma_y \dots \dots \dots (2)$$

となる関係が見出される。摩擦係数は

$$\tau_{xy} / \sigma_y = \mu \dots \dots \dots (3)$$

として定義される。故に $\sigma_x \ll \sigma_y$ 及び θ が小さいときは、特別なる場合として(2)から

$$\mu = \tau_{xy} / \sigma_y = \tan \theta \dots \dots \dots (3)$$

として求められる。本実験に於ては Fig.6 のC点に於ける τ_{xy} , σ_y を求め、静摩擦係数を

(3)式から算出した。即ち、先づ試料の対角線の交点Bを通つて x 軸に平行な直線ABを考へ、自由周辺A点から直線ABに沿つて解析⁵⁾してB点に於ける σ_{yB} を求め、次にBCに沿つて解析を行つてC点における σ_{yC} を求めた。ABに対しては Fig.3 に観られる様に等傾曲線並びに光弾性縞は対称である様に観測されたので、 $\Delta \tau_{xy} / \Delta y = 0$ である。自由周辺に於いては $\sigma_{xA} = 0$ であるから、B点に於ては、

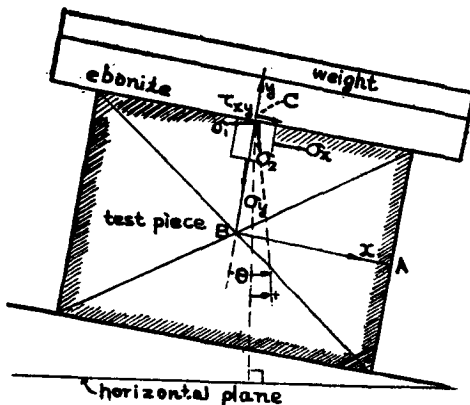


Fig. 6

$$\sigma_{xB} = \sigma_{xA} - \int_{x_A}^{x_B} \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} dx = 0 \dots \dots \dots (4)$$

となる。故に

$$(\sigma_1 - \sigma_2) \cos 2\theta = \sigma_{xB} - \sigma_{yB} = -\sigma_{yB} \dots \dots \dots (5)$$

である。このB点の σ_y の値は Table 3 に示す。

Table 3. Measured value of σ_y at point B.

	$\sigma_1 - \sigma_2$	θ°	$\cos 2\theta$	σ_{yB}
Fig. 3.	3.9	7.0°	0.970	-3.78
Fig. 4.	2.8	7.5°	0.966	-2.70
Fig. 5.	4.0	3.3°	0.993	-3.97

尚C点に於ける σ_y の値は

$$\sigma_{yc} = \sigma_{yB} - \int_{y_B}^{y_C} \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} dy \dots \dots \dots (6)$$

である。これより求めた値を Table 4 に示す。

Table 4. Measured value of σ_y at point C.

	$\int_{y_B}^{y_C} \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} dy$	σ_{yc}
Fig. 3.	0.507	-4.29
Fig. 4.	0	-2.70
Fig. 5.	0.104	-4.07

C点に於ける τ_{xy} は(7)式により求められる。

$$(\sigma_1 - \sigma_2) \sin 2\theta = 2\tau_{xy} \dots \dots \dots (7)$$

Table 5. Measured value of τ_{xy} at point C.

	θ°	$\sin 2\theta$	$\sigma_1 - \sigma_2$	$2\tau_{xy}$	τ_{xy}
Fig. 3.	18.5°	0.602	3.9	1.35	1.18
Fig. 4.	7.5°	0.259	2.8	0.726	0.363
Fig. 5.	3.3°	0.115	4.0	0.460	0.230

C点に於ける摩擦係数 $\mu_0 = \tau_{xy} / \sigma_{yc}$ は Table 4, 及び 5 から求められる。此の光弾性法による摩擦係数の測定結果と、直接法による摩擦係数の測定値との対比は Table 6 の如くである。

Table 6. Comparison of the static coefficient of friction.

Measured by the direct method.	The angle of friction	17.0°	7.5°	3.3°
	The static coeff. of friction	0.31	0.13	0.058
Measured by the photo-ela. method.	The angle of friction	15.3°	7.7°	3.2°
	The static coeff. of friction	0.27	0.13	0.057

摩擦係数の測定の困難性を考へると両者の値は良く一致してゐると云い得る。

前の実験⁶⁾に於て、主應力方向変位角 θ が直ちに摩擦角を與へるとしたが、之は法圧力 σ_y に対してこれに垂直な應力 σ_z が小なるものと考へた。この関係は本実験に於ても成立する。

本実験に於ける主應力方向偏位角と直接法による摩擦角とを対比すれば Table 7 の如くである。

Table 7. Comparison of the angle of friction and the angle between the normal of the contact surface and the principal stress.

The angle of friction measured by the direct method.	17.0°	7.5°	3.3°
The angle between the normal of the contact surface and the principal stress.	18.5°	7.5°	3.3°

5 結 言

以上の如く実験並に原理により、光弾性法によつて摩擦係数が測定出来ることを明らかにしたが、尙 Fig.3 並に Fig.5 の縮写真を詳細に見ると、接触面附近に於て縞が急に折れ曲つてゐる。これは上面（減摩剤塗付）よりも摩擦係数の大きい下面（減摩剤なし）の方が應力の勾配が大きい事を表してゐる。此の現象は光弾性法によれば摩擦によつて弾性体の受ける影響が直接観測される事を示すものである。現在上述の点に注意して動摩擦係数の測定に着手している。

この方法は光弾性の新しい分野を示すものであり、各位の御批判を願ふ次第である。

終りに種々御鞭達下さつた荒勝文策教授、並びに木村毅一教授に対し深甚なる謝意を表すと共に研究室の方々の御援助に対し謝意を表す。尙本研究は文部省科学研究費により行はれたことを附記し、こゝに謝意を表す。

文 献

- 1) 植村吉明, 京都大学化学研究所講演集第16集(昭和22年) 53—55頁
- 2) 同 上 第17集(昭和24年) 93—95頁
尙 Frocht, Photoelasticity. 上巻(1948) にもセラチンゼリーを試料とする光弾性実験の例を
かゝげてゐる。
- 3) Z. Tuzi, Sci. Pap. Inst. Phys. Chem. Res.12 (1929) 29
- 4) 浅田常三郎, 吉永弘, 物理学講演集2 (昭和17年) 195頁
- 5) この應力分析法については例へば, 下記のもの参照. 辻二郎, 物理実験学(河出書房) 第4巻
(昭和15年) 52頁
- 6) 植村吉明, 京都大学化学研究所講演集第18集(昭和24年) 88—90頁

(昭和25年10月25日受理)