

$SU(n,1)$ の保型形式の次元公式について

立教大 理 加藤 末広

(Kato Suehiro)

この報告の目的は, Selberg の跡公式を用いて $SU(n,1)$ の lattice に対して保型形式の次元公式を求めることである。特に level 3 以上の合同部分群 $\Gamma(N)$ に対してこの次元公式が適用できる。 $\Gamma(N)$ についての更に詳しい結果は, [9] で述べる予定である。なお今までの結果としては $SU(2,1)$ に関して Cohn が Selberg の跡公式を使う方法で, Hemperly が Riemann-Roch の定理を用いる方法である non-uniform lattice に対して保型形式の次元を計算している。また uniform lattice に対しては Langlands 等により一般の半単純群で研究されている。

§ 1. 記号と準備

K を虚 2 次体, S を $\overline{S} = -S$ かつ $-iS > 0$ となるような $GL_{n-1}(K)$ の元とする。そのとき次のような $\mathbb{Q}$ 上定義された

代数群を考える:

$$G_{\mathbb{R}} = \{ g \in SL_{n+1}(\mathbb{C}) ; {}^t \bar{g} R g = R \}$$

$$G_{\mathbb{R}} = \{ g \in SL_{n+1}(\mathbb{C}) ; {}^t \bar{g} R g = R \}.$$

但し $R = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \in GL_{n+1}(\mathbb{C})$ とおく。 $G_{\mathbb{R}}$ は $SU(n,1)$ に同型である。以下簡単のため $G = G_{\mathbb{R}}$ とかこう。 G は type 2 の Siegel 領域 $\mathcal{Z}$ に自然に作用する; すなわち,

$$\mathcal{Z} = \{ z = (w, z) \in \mathbb{C}^{n-1} \times \mathbb{C} ; i({}^t \bar{w} S w + {}^t \bar{z} - z) > 0 \}$$

$$g z = \left(\frac{a_1 w + b_1 z + c_1}{a_3 w + b_3 z + c_3}, \frac{a_2 w + b_2 z + c_2}{a_3 w + b_3 z + c_3} \right)$$

$$\left(g = \begin{pmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{pmatrix} \in G \quad \left(\begin{array}{l} R \text{ と同じ block} \\ \text{で分けたもの} \end{array} \right), \right. \\ \left. z = (w, z) \in \mathcal{Z} \right)$$

とおく。以下 $z = (w, z) \in \mathcal{Z}$ に対し, $w(z) = w, z(z) = z$ とかく。また任意の $g \in G, z \in \mathcal{Z}$ に対し, $\mu(g, z) = a_3 w + b_3 z + c_3$ と定義する。

$z_0 = (0, i) \in \mathcal{Z}$ としよう。そのとき $K = \{ g \in G ; g z_0 = z_0 \}$ は極大コンパクト部分群になる。

$$A = \left\{ a(v) = \begin{pmatrix} 1_{n-1} & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{v} & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{v}^{-1} \end{pmatrix} \in GL_{n+1}(\mathbb{C}) ; v > 0 \right\}$$

$$N = \left\{ (x, y) = \begin{pmatrix} 1_{n-1} & 0 & x \\ {}^t \bar{x} S & 1 & y + \frac{1}{2} {}^t \bar{x} S x \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \in GL_{n+1}(\mathbb{C}) ; \begin{array}{l} x \in \mathbb{C}^{n-1} \\ y \in \mathbb{R} \end{array} \right\}$$

とおく。そのとき G は岩沢分解 $G = NAK$ を持つ。この分解で $g = (x, y] a(v) k$ としたとき, G 上の Haar 測度を次のように正規化しよう;

$$dg = \frac{dx dy dv dk}{v^{n+1}}.$$

ここで dx は $\mathbb{C}^{n-1} (\cong \mathbb{R}^{2(n-1)})$ 上の Euclidean 測度, dy, dv は $\mathbb{R}$ 上の Euclidean 測度, dk は $\int_K dk = 1$ となるように正規化された K 上の Haar 測度とする。

Γ を G の離散群としよう。 Γ は $\mathbb{R}$ の体積が有限のとき lattice, さらに $\mathbb{R}$ が compact のとき, uniform lattice であるという。今 $v_0 > 0$ に対し, $A(v_0) = \{a(v) \in A; v > v_0\}$ とおく。そのとき N における 1 の任意の開かつ相対コンパクトな近傍 η に対して $\Omega_{v_0, \eta} = \Gamma A(v_0) K (\subset G)$ とおく。次の補題は Garland-Raghunathan [3] によりよく知られている。

補題 1.1. (Garland-Raghunathan) Γ を G の任意の lattice とする。そのとき次の条件をみたすようなある $v_0 > 0, N$ のある開かつ相対コンパクト集合 η_0 , G の有限集合 Ξ , G の相対コンパクト集合 Ω が存在する;

(i) $\Omega_{v_0, \eta_0} = \Omega \cup (\bigcup_{k \in \Xi} k \Omega_{v_0, \eta_0})$ とおいたとき,

$$\Gamma \Omega_{v_0, \eta_0} = G$$

(ii) $\{r \in \Gamma; r \Omega_{v_0, \eta_0} \cap \Omega_{v_0, \eta_0} \neq \emptyset\}$ は有限集合

(iii) M を K における A の中心化群, $P = NAM$ とする。そ

のとき, " $\gamma h \in \mathcal{O}_{v_0, \gamma_0} \cap h' \mathcal{O}_{v_0, \gamma_0} \neq \emptyset$ ($h, h' \in \Xi, \gamma \in \Gamma$) $\Rightarrow$
 $h = h', h^{-1} \gamma h \in P$."

例 1.2. $\mathcal{O}$ を K の整数環, $L = \mathcal{O} \times \cdots \times \mathcal{O}$ ($n+1$ 個)
 とおき, $N \in \mathbb{N}$ に対し,

$$\Gamma(N) = \{ \gamma \in G_{\mathbb{A}}; L(\gamma-1) \subset NL \}$$

と定義する。 $\Gamma(N)$ は合同部分群とよばれる G の離散部分群で
 $\Gamma(N)$ は $\Gamma(1)$ の正規部分群である。 $\Gamma(1)$ に対しては Borel (1)
 により上の補題の三として $\Gamma(1) \backslash G_{\mathbb{A}} / P_{\mathbb{A}}$ の完全代表系をとる
 ことができる。ここで, $P_{\mathbb{A}} = G_{\mathbb{A}} \cap P$ 。

§ 2. 保型形式と次元公式

$l \in \mathbb{Z}$ とする。 G の lattice Γ に対して, $\mathfrak{z}$ 上の正則関数
 $F(\mathfrak{z})$ が weight l の Γ -保型形式であるとは $F(\mathfrak{z})$ が

$$F(\gamma \mathfrak{z}) = \mu(\gamma, \mathfrak{z})^l F(\mathfrak{z}) \quad (\mathfrak{z} \in \mathfrak{z}, \gamma \in \Gamma)$$

を満たすときにいう。さらに $F(\mathfrak{z})$ が条件:

$$(\operatorname{Im} \mathbb{Z}(\mathfrak{z}) + \frac{1}{2} {}^t \bar{W}(\mathfrak{z}) S W(\mathfrak{z}))^{\frac{l}{2}} F(\mathfrak{z}) \text{ は } \mathfrak{z} \text{ 上有界}$$

を満たすとき, $F(\mathfrak{z})$ を weight l の Γ -cusp 形式という。 $S_l(\Gamma)$
 を (weight l の) Γ -cusp 形式全体としよう。 $F(\mathfrak{z}) \in S_l(\Gamma)$ に対
 し G 上の関数 $f_F(g)$ を,

$$f_F(g) = \mu(g, \mathfrak{z}_0)^{-l} F(g \mathfrak{z}_0)$$

で定義する。そのとき次の補題が成立する。

補題 2.1. $\ell > 2n$ ($\ell \in \mathbb{Z}$) と仮定する。そのとき G 上の函数 f がある $F \in S_\ell(\Gamma)$ に対して $f = f_F$ となるための必要十分条件は f が次の条件を満足することである。

(i) $f(g)$ は G 上有界

(ii) $f(\gamma g k) = \mu(k, z_0)^{-\ell} f(g)$ ($\gamma \in \Gamma, g \in G, k \in K$)

(iii) $f(k) = C_\ell \int_G \omega_\ell(g^{-1}k) f(g) dg$ ($k \in G$)

但し, $C_\ell = \frac{(\ell-1)!}{2^{n+1} \pi^n (\ell-n-1)!}$,

$$\omega_\ell(g) = \mu(g, z_0)^{-\ell} \left(\frac{z(gz_0) + i}{2i} \right)^{-\ell}.$$

注意 2.2. $\omega_\ell(g)$ は次のような意味で球函数になる:

(i) $\omega_\ell(k g k') = \mu(k, z_0)^{-\ell} \omega_\ell(g) \mu(k', z_0)^{-\ell}$

(ii) $\omega_\ell(1) = 1$

(iii) $\omega_\ell(g)$ は G の Casimir 作用素の固有函数である。

また上の仮定 $\ell > 2n$ は $\int_G |\omega_\ell(g)| dg < \infty$ なる条件である。

上の補題を使って, Selberg, Godement によるよく知られた方法に従い次の次元公式が示される。

定理 2.3. $\ell > 2n$ ($\ell \in \mathbb{Z}$) と仮定する。そのとき G の任意の lattice Γ に対し, $\sum_{\gamma \in \Gamma} \omega_\ell(g^{-1}\gamma g)$ は $\Gamma \backslash G$ 上有界でかつ次の式が成立する:

$$\dim Se(\Gamma) = Ce \int_{\Gamma \backslash G} \sum_{\gamma \in \Gamma} \omega_e(g^{-1}\gamma g) dg.$$

§ 3. 次元の計算

前定理の右辺の計算を進めるため、積分と和の順序を交換すると便利なのだが、一般に Γ が *non-uniform lattice* の場合 *parabolic* 元の存在のためにそれはできない。しかし右辺の各項に 1 に十分近い *dumping factor* とよばれるある関数をかけることによりこの交換が可能となる。これは Selberg 以来次元公式を求めるのによく使われる方法である。我々はこの方法により G のある *lattice* に対し次元を計算しよう。以下 $l > 2n$ ($l \in \mathbb{Z}$), Γ を G の *lattice* とする。

まず Γ の元を次のように分類する。(i) $\gamma \in \Gamma$ が *central* $\stackrel{\text{def}}{\iff} \gamma \in Z(\Gamma)$ ($:= \Gamma$ の中心), (ii) $\gamma \in \Gamma$ が *elliptic* $\stackrel{\text{def}}{\iff} \gamma$ は *non-central* でかつ K の元に G 共役な *semisimple* 元, (iii) $\gamma \in \Gamma$ が *hyperbolic* $\stackrel{\text{def}}{\iff} \gamma$ は *non-central*, *non-elliptic semisimple* 元, (iv) $\gamma \in \Gamma$ が *parabolic* $\stackrel{\text{def}}{\iff} \gamma$ は *non-semisimple* 元。

我々は以下次の仮定(*)をみたすような G の *lattice* を考察する;

- (*) (i) Γ は *elliptic* 元を含まない。
 (ii) Ξ, P, N を補題 1.1. でいうものとする。そのと

き任意の $h \in \Xi$ に対して,

$$hPh^{-1} \cap \Gamma = Z(\Gamma) \cdot hNh^{-1}$$

が成立する。

Γ がこれらの条件をみたすとき parabolic 元全体 $\Pi(\Gamma)$ に対して次のことが成立する。

補題 3.1. (Raghunathan-Warner [8]) Γ_0 を G の lattice で Γ をその正規部分群として含むようなものとする (例えば $\Gamma_0 = \Gamma$)。そのとき,

$$\Pi(\Gamma) = \bigcup_{h \in \Xi(\Gamma_0)} \bigcup_{\delta \in \Gamma_0 / \Gamma_0 \cap hPh^{-1}} \left\{ \delta h n z h^{-1} \delta^{-1} ; \begin{array}{l} n \in N \cap h^{-1} \Gamma h \\ n \neq 1 \\ z \in Z(\Gamma) \end{array} \right\}$$

ここで $\Xi(\Gamma_0)$ は Γ_0 に対して補題で与えられた Ξ であり, δ は $\Gamma_0 / \Gamma_0 \cap hPh^{-1}$ の完全代表系を動くものとする。 $\Pi(\Gamma)$ の上の表示の仕方は一意的である。

この事実を使って $Se(\Gamma)$ の次元を計算しよう。次の補題は以下の計算に基本的である。

補題 3.2. $F(N)$ を N の $N \cap \Gamma$ における基本領域として $L > 0$ に対して,

$$E(\infty) = \left\{ g = [x, y] \cdot a(v) \cdot k ; \begin{array}{l} (x, y) \in F_N \\ v > 0, k \in K \end{array} \right\}$$

$$V_\infty(L) = \left\{ g = [x, y] \cdot a(v) \cdot k \in E(\infty) ; v > L \right\}$$

とおく。そのとき十分大きな正数 L に対して次の主張が成り立つ:

$$\begin{aligned}
(i) & \int_{V_\infty(L)} \sum_{r \in \Gamma - (\Gamma \cap P)} \omega_\ell(g^{-1}rg) dg \text{ は項別積分可能} \\
(ii) & \int_{V_\infty(L)} v(g)^{-\varepsilon} \sum_{r \in \Gamma \cap P} \omega_\ell(g^{-1}rg) dg \\
&= \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \sum_{r \in \Gamma \cap P} \int_{V_\infty(L)} v(g)^{-\varepsilon} \omega_\ell(g^{-1}rg) dg \\
(iii) & \sum_{r \in \Gamma \cap N \setminus \{1\}} \int_{E(\infty) - V_\infty(L)} \omega_\ell(g^{-1}rg) dg \\
&= \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \sum_{r \in \Gamma \cap N \setminus \{1\}} \int_{E(\infty) - V_\infty(L)} v(g)^{-\varepsilon} \omega_\ell(g^{-1}rg) dg.
\end{aligned}$$

ここで岩沢分解に従い, $g = n a(v(g)) k \in NAK$ とおいた。

上の補題の $v(g)^{-\varepsilon}$ が dumping factor とよばれるものである。
の補題によります。

$$\begin{aligned}
\dim S_\ell(\Gamma) &= C_\ell \sum_{z \in Z(\Gamma)} \int_{\mathbb{H}} \omega_\ell(g^{-1}zg) dg \\
(1) \quad &+ C_\ell \sum_{r: \text{hyperbolic}} \int_{\mathbb{H}} \omega_\ell(g^{-1}rg) dg \\
&+ C_\ell \int_{\mathbb{H}} \sum_{k \in \Gamma_0} \sum_{z \in Z(\Gamma)} \sum_{s \in \Gamma_0 / \Gamma_0 \cap A P K^{-1}} \sum_{n \in \Gamma \cap N \setminus \{1\}} \omega_\ell(g^{-1}sknzks^{-1}g) dg
\end{aligned}$$

右辺の第3項をまとめよう。次の命題は補題3.2. を使って証明される：

命題 3.3. $\int_{K^{-1}\Gamma_0 A P K} \left| \sum_{r \in K^{-1}\Gamma \cap N \setminus \{1\}} \omega_\ell(g^{-1}rg) \right| dg$ が絶対収束して次の式が成り立つ：

$$\begin{aligned}
& \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \sum_{r \in K^{-1}\Gamma \cap N \setminus \{1\}} \int_{K^{-1}\Gamma_0 A P K} v(g)^{-\varepsilon} \omega_\ell(g^{-1}rg) dg \\
&= \int_{K^{-1}\Gamma_0 A P K} \sum_{r \in K^{-1}\Gamma \cap N \setminus \{1\}} \omega_\ell(g^{-1}rg) dg \quad (k \in \Xi(\Gamma_0)).
\end{aligned}$$

この命題を使って,

$$(1) \text{の右辺の第3項} = C_\ell C_{Z(\Gamma), \ell} \sum_{R \in \Xi(\Gamma_0)} \frac{1}{W_R} \int_{\substack{G \\ R^{-1}\Gamma_0 R \cap N}} \sum_{g \in R^{-1}\Gamma R \cap N \setminus \{1\}} \omega_\ell(g^{-1}rg) dg$$

$$(2) = C_\ell C_{Z(\Gamma), \ell} \sum_{R \in \Xi(\Gamma_0)} \frac{1}{W_R} \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \left\{ \sum_{g \in R^{-1}\Gamma R \cap N \setminus \{1\}} \int_{\substack{G \\ R^{-1}\Gamma_0 R \cap N}} v(g)^{-\varepsilon} \omega_\ell(g^{-1}rg) dg \right\}.$$

ここで, $C_{Z(\Gamma), \ell} = \sum_{z \in Z(\Gamma)} \mu(z, z_0)^{-\ell}$, $W_R = [R^{-1}\Gamma_0 R \cap P, R^{-1}\Gamma_0 R \cap N]$.

さて(2)の右辺の計算を実行するために, N を2つに分解して考える:

$$N_1 = \{[0, y] \in N; y \in \mathbb{R} \setminus \{0\}\}$$

$$N_2 = \{[x, y] \in N; x \in \mathbb{C}^{n-1} \setminus \{0\}, y \in \mathbb{R}\}.$$

そのとき,

補題3.4. 任意の $R \in \Xi(\Gamma_0)$ に対し次式が成立;

$$(i) \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \sum_{g \in R^{-1}\Gamma R \cap N_1} \int_{\substack{G \\ R^{-1}\Gamma_0 R \cap N}} v(g)^{-\varepsilon} \omega_\ell(g^{-1}rg) dg$$

$$= \text{vol}(R^{-1}\Gamma_0 R \cap N \setminus N) \nu_R^{-n} 2^n \cdot \frac{(\ell-n-1)!}{(\ell-1)!} (2\pi)^n \zeta(1-n).$$

ここで $\nu_R = \min \{y > 0; [0, y] \in R^{-1}\Gamma R \cap N\}$ とおいた。また

$\zeta(s)$ は Riemann zeta 函数。

$$(ii) \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \sum_{g \in R^{-1}\Gamma R \cap N_2} \int_{\substack{G \\ R^{-1}\Gamma_0 R \cap N}} v(g)^{-\varepsilon} \omega_\ell(g^{-1}rg) dg = 0.$$

特に, n が $n > 1$ なる奇数ならば $\pi(\Gamma)$ の, $Se(\Gamma)$ の次元

公式への寄与は zero。

(証明は Cauchy の積分定理や共役類の構造を調べることな

により得られる。)

以上で $\pi(\Gamma)$ の, $S_e(\Gamma)$ の次元公式への寄与が計算された。
hyperbolic 元については次の補題が成り立つ。

補題 3.5.

$$\sum_{r: \text{hyperbolic}} \int_{\Gamma_r \backslash G} w(g^{-1}rg) dg = 0$$

(証明) 容易に示されるように

$$\sum_{r: \text{hyperbolic}} \int_{\Gamma_r \backslash G} w(g^{-1}rg) dg = \sum_{(r): \text{hyperbolic}} \text{vol}\left(\frac{G_r}{\Gamma_r}\right) \int_{\frac{G_r}{\Gamma_r}} w(g^{-1}rg) dg.$$

但し, G_r, Γ_r はそれぞれ $r \in \Gamma$ の G, Γ における中心化群で,
右辺の和は Γ の hyperbolic 元の (Γ における) 共役類全体を動く。
従って注意 2.2. により, 補題は Harish-Chandra [4] で与えられた Selberg の原理を $w(g)$ に適用することから得られる。
g. e. d.

以上をまとめて次の定理を得る;

定理 3.6. $\ell > 2n$ ($\ell \in \mathbb{Z}$), Γ を G の lattice で (A) の条件を満たすとする。 Γ_0 を G の lattice で Γ をその正規部分群として含むものとする。そのとき次の次元公式が成立する;

$$\begin{aligned} \dim S_\ell(\Gamma) &= C_{Z(\Gamma), \ell}[\Gamma_0, \Gamma] \frac{(\ell-1)!}{2^{n+1} \pi^n (\ell-n-1)!} \text{vol}\left(\frac{G}{\Gamma_0}\right) \\ &\quad + C_{Z(\Gamma), \ell}[\Gamma_0, \Gamma] \sum_{R \in \Gamma_0 \backslash \Gamma} \text{vol}\left(\frac{R \backslash G \cap N}{R \backslash G \cap N} \right) w_R^{-1} \nu_R^{-n} 2^{n-1} \zeta(1-n). \end{aligned}$$

特に, n が $n > 1$ なる奇数ならば右辺の第 2 項 = 0。ここで

$\Sigma(\Gamma_0)$ は Γ_0 に対し補題 1.1. で与えられた有限集合, $C_{Z(\Gamma), l} = \sum_{z \in Z(\Gamma)} \mu(z, z_0)^{-l}$, $\nu_k = \min\{y > 0; [0, y] \in N \cap k^{-1}\Gamma k\}$, $w_k = [k^{-1}\Gamma_0 k \cap P, k^{-1}\Gamma_0 k \cap N]$, $\zeta(s)$ は Riemann zeta 函数である。

例 3.7. Γ として例 1.2. における $\Gamma(N)$ をとろう。但し, $N \geq 3$ とする。そのとき, $\Gamma(N)$ は (*) の条件 (i) (ii) をみたし, $z(\Gamma) = \{1\}$ である。よって定理 3.6. が $\Gamma = \Gamma(N)$, $\Gamma_0 = \Gamma(1)$ に対して適用できる;

$$\dim S_e(\Gamma(N)) = [\Gamma(1), \Gamma(N)] \frac{(l-1)!}{2^{n+1} \pi^n (l-n-1)!} \text{vol} \left(\frac{G}{\Gamma(1)} \right) \\ + [\Gamma(1), \Gamma(N)] \sum_{k \in \Gamma(1) \backslash G_0 / P_0} \text{vol} \left(\frac{N}{k^{-1}\Gamma(N)k \cap N} \right) w_k^{-1} \nu_k^{-n} 2^{n-1} \zeta(1-n).$$

最初に述べたように $\Gamma(N)$ についての次元公式はさらに [9] で述べる予定である。

定理 3.6. の応用として次の命題がいえる。結果はすでに一般的に Mumford [6] によって知られている。

定理 3.6. の系. Γ, Γ' を任意の lattice とする。そのとき, $\text{vol}(\Gamma \backslash G)$, $\text{vol}(\Gamma' \backslash G)$ の比は有理数である。

証明は条件 (*) をみたす lattice Γ に対して定理 3.6. を適用し,

$$C_{Z(\Gamma), l} \frac{n!}{2^{n+1} \pi^n} \text{vol}(\Gamma \backslash G) \in \mathbb{Z}$$

を示すことにより得られる。

参考文献

- [1] A. Borel, Reduction theory for arithmetic groups, Proc. Sympos. Pure Math., Vol. 9, Amer. Math. Soc., 1966, 20-25.
- [2] L. Cohn, The dimension of spaces of automorphic forms on a certain two dimensional complex domain, Memoirs Amer. Math. Soc., No 158, Providence, Rhode Island, 1975.
- [3] H. Garland and M. S. Raghunathan, Fundamental domains for lattices in $(\mathbb{R})$ -rank 1 semi-simple groups, Ann. of Math. 92 (1970), 279-326.
- [4] Harish-Chandra, Discrete series for semi-simple Lie groups II. Explicit determination of the characters, Acta Math. 116 (1966), 1-111.
- [5] J. C. Hemperly, The parabolic contribution to the number of linearly independent automorphic forms on a certain bounded domain, Amer. J. of Math. 94 (1972) 1078-1100.
- [6] D. Mumford, Hirzebruch's proportionality theorem in the non-compact case, Inventiones Math. 42 (1977), 239-272.
- [7] A. Selberg, Harmonic analysis and discontinuous groups in weakly symmetric Riemannian spaces with applications to Dirichlet series, J. Indian Math. Soc. 20 (1956), 47-87.
- [8] G. Warner, Selberg's trace formula for non-uniform lattices: The $\mathbb{R}$ -rank one case, Advances in Math. Studies, vol. 6 (1979), 1-142.
- [9] 加藤 未広, $SU(n,1)$ の保型形式の次元公式について ($\Gamma = \Gamma(N)$ ($N \geq 3$) の場合), 概平均ベクトル空間とその周辺 (82年), 数理研講究録, to appear.