

Kinematic wave 法における場および定数の集中化

高 棹 琢 馬・椎 葉 充 晴

LUMPING OF THE BASIN MODEL AND CONSTANTS IN THE KINEMATIC WAVE METHOD

By *Takuma TAKASAO and Michiharu SHIIBA*

Synopsis

The kinematic wave method is sometimes called by the name of the equivalent roughness method. Its success or failure depends on the way of deciding the value of the equivalent roughness. But, under the usual modeling methods, the equivalent roughness depends on the coarseness of the basin model, so its physical meaning is obscure.

In this study, we will restart from modeling of the basin and its lumping, and develop the lumping method of the kinematic constants.

1. 序 論

1.1 雨水流モデル

降雨流出モデルとしては種々のものがあるが、本研究では特に雨水流モデルを取りあげる。

雨水流モデルでは、雨水の流動場のモデル化と、雨水の流れのモデル化とが基本になる。対象とする流域の地形特性にしたがって、場のモデルの寸法が決定され、流域の土地利用形態・地質・植生等の雨水流動場の性質にしたがって、雨水の流れ式中の定数が決定される。雨水流モデルが他の応答モデルと著しい対照をなすのはこの点にある。すなわち、応答モデルでは、観測された降雨・流量資料をもとにして、降雨から流量への変換式が直接構成される。雨水流モデルの持つこの特徴は、流出解析上非常に都合のよいことであつて、流域の特性が降雨流出関係に及ぼす影響の把握や、流量資料の無い流域への適用などを可能にする。

1.2 Kinematic wave 法の概略とその問題点

現在実用化されている雨水流モデルとして、Kinematic wave 法（等価粗度法、特性曲線法）がある。

この方法では、流域を斜面域と河道域に分けて、それぞれ矩形平面と直線で表わして場のモデルを作る。この際の流域分割の統一的基準は無く、計算量・流域の特性等を考え、適当な縮尺の地形図により分割する。通常、河道区分の両側に大きさの等しい矩形平面を2つ配置し、その河道区分の集水面積を F 、河道区分長を L とするとき、斜面水平長 B を、

$$B = F/(2L) \quad (1.1)$$

と定める。

斜面流および河道流の式は以下の通りとする。まず、斜面流の式は、

$$q = \alpha_o h^{m_o}, \quad \partial q / \partial x + \partial h / \partial t = r_e \cos \theta_o \quad (1.2)$$

とする。ここに、 q は斜面単位幅あたりの流量、 h は水深、 r_e は有効降雨強度、 θ_o は斜面勾配、 x は斜面に沿う距離、 t は時間である。 α_o 、 m_o は定数で、Manning の流速公式によって、

$$\alpha_o = \sqrt{\sin \theta_o} / N, \quad m_o = 5/3 \quad (1.3)$$

とする。ここに、 N は斜面等価粗度である。(1.2) 式の x の代りに、水平方向の距離座標を導入し、 $x \cos \theta_o$ 、 $h / \cos \theta_o$ 、 $\alpha_o (\cos \theta_o)^{m_o}$ を改めて、 x 、 h 、 α_o とかくと、

$$q = \alpha_o h^{m_o}, \quad \partial q / \partial x + \partial h / \partial t = r_e \quad \dots\dots\dots (1.2)'$$

と変形される。

次に、河道流の式は、

$$Q = \alpha A^m, \quad \partial Q / \partial X + \partial A / \partial t = 2q_{x=B} \cos \theta_c \quad \dots\dots\dots (1.4)$$

とする。ここに、 Q は河道流量、 A は流積、 $q_{x=B}$ は、(1.2)' 式の解 q の $x=B$ のときの値、 θ_c は河道勾配、 X は河道に沿う距離、 t は時間である。また、 α, m は定数で、 m は、流積 A と径深 R との間に、

$$AR^{2/3} = KA^m \quad \dots\dots\dots (1.5)$$

なる関係があるとしたときの A の指数、 α は

$$\alpha = \sqrt{\sin \theta_c} K / n \quad \dots\dots\dots (1.6)$$

である。ただし、 n は河道の粗度係数である。斜面流の場合と同様に、 $X \cos \theta_c, A / \cos \theta_c, \alpha (\cos \theta_c)^m$ を改めて、 X, A, α とかくと、(1.5) 式は

$$Q = \alpha A^m, \quad \partial Q / \partial X + \partial A / \partial t = 2q_{x=B} \quad \dots\dots\dots (1.4)'$$

と変形される。

以後、(1.2)' 式中の定数 α_o, m_o を斜面 Kinematic 定数、(1.4)' 式中の定数 α, m を河道 Kinematic 定数とよぶことにする。

(1.2)' 式、(1.4)' 式は、それぞれ第 1 式を第 2 式に代入すると未知変数が 1 個の 1 階準線形偏微分方程式になるので、特性曲線理論によって数値解を得ることができる。

以上が Kinematic wave 法の概略である。この方法で最も問題となるのは、流域分割の仕方と斜面等価粗度 N の決定である。流域分割を粗くすると、(1.1) 式で定める斜面水平長は、実流域の斜面水平長より大きくなる傾向があり、それだけ支流が無視される。このような斜面水平長の増大と支流無視の影響は、 N 値の調整によってカバーするものとして (N は“等価”粗度と呼ばれる)、従来あまり問題にしない。しかし、そうすると、本来流域斜面の抵抗特性を表わす定数として導入された斜面等価粗度が、場のモデルを作る際の斜面長増大と支流無視の影響を含むことになり、その意義が不明確になる。それでは、定数 N は、雨水流動場の性質を表わす定数とは言えず、雨水流モデルとしての利点も不確かとなる。たとえば、植生や土地利用形態が類似している他流域の N 値を参考にすることにも問題が生じてくる。

ところで、このような問題を解決するには、まず統一的な流域分割基準を設定することが必要である。それに基づいた場のモデルにしたがったときに、実績との検証で得られる N 値を標準値とするべきである。というのは、上記のように流域分割基準を固定すると、流域が大きくなるほど分割個数が大きくなり、計算量が増大する。一方、流域が大きくなると、流域地形構造の細部が流域下流端の流出に与える影響は小さくなるから、流出計算精度とのバランスからいって、上記のような画一的分割がいつでも望ましいとは限らない。それで、流域の大きさに応じて何らかの形式で流域場モデルおよび流れ定数の集中化を考える必要がある。従来の Kinematic wave 法ではこの点があいまいであって、明確な規準に基づくことなく、いくつかの支流を無視していくという方式をとっている。その際、斜面水平長が増大し、斜面等価粗度の意義が不明確になるのは既に指摘した通りである。こうした点で、Kinematic wave 法における従来の流域場モデル、流れ定数の集中化法には再考の余地がある。

1.3 本研究の目的と概略

前節での検討に基づき、本研究では流域場モデルの構成法から再出発し、流域場モデルの集中化方式について考察する。その際、斜面水平長を単に面積の整合性だけから決定することの無いような斜面要素と河道要素の接続形式を提示する。また、場の集中化に伴う流れ定数の集中化について考察する。そこでは、斜面等価粗度 N の値に全てを“押し込める”という方式を改め、支流を無視した影響は集中化河道の Kinematic 定数 α の集中化によってカバーするという方式を提示する。

2. 流域場モデルの構成とその集中化

2.1 流域場モデルの構成

河川流域は、河道区分とそれに接続する斜面との組を基本単位とする網構造にみたてることができる。この基本単位を流域単位とよび、流域単位からなる網構造を流域単位網とよぶ。雨水流追跡の枠組みは、この流域単位網の構造にしたがって決定すればよい¹⁾。

さて、各流域単位は斜面域と河道区分に分けてモデル化する。河道区分は河道区分水平長 L を持つ直線でモデル化する。斜面は斜面水平長 B を持つ一様平面でモデル化する。斜面と河道区分の接続は次のようにする。すなわち、モデル斜面下流端からの単位幅あたりの流出流量を q_B とするとき、単位面積あたりの斜面流出強度 r^*

$$r^* = q_B / B \quad \dots\dots\dots (2.1)$$

を求め、河道区分への単位幅あたりの横流入強度 q^* を

$$q^* = Fr^* / L \quad \dots\dots\dots (2.2)$$

として算定する。ただし、 F は流域単位の集水面積である。

この方法では、 B と L が独立に決定されるようになっている点に注意されたい。

2.2 流域場モデルの集中化

流域地形構造の基本は河道網にある。そこで、河道網構造の性質を表わす方式として Strahler の位数系²⁾を考える。この位数系を使って河道網の集中化操作を次のように定める。

河道網の集中化操作…位数 1 の河道区分を削除する。ただし、位数 1 の河道区分同士が合流しているときに限り、河道区分長が長い方を残す。

この集中化操作による新しい河道網に対応して、新しい流域単位網ができる。元の流域単位網を Ω と表わしたとき、新しい流域単位網を Ω の集中化流域単位網とよび $\hat{\Omega}$ と表わす。この集中化操作は繰返し施すことが可能で、 Ω を n 回集中化したものを $\hat{\Omega}^n$ と表わす。 Ω 内の河道最大位数を $ord(\Omega)$ と表わすと、

$$ord(\hat{\Omega}^n) = ord(\Omega) - n$$

となるので、集中化が可能な回数は $(ord(\Omega) - 1)$ 回である。

以上の集中化操作の例を Fig. 1 に示す。Fig. 1 の (a) は元の流域単位網 Ω 、(b) は Ω の集中化流域単位網 $\hat{\Omega}$ である。図中、文字 B, L はそれぞれ、斜面要素、河道要素を表わし、集中化流域単位網のそれには、文字の上に記号 $\hat{}$ をつけている。また、 B, L の添字は、筆者らが文献 1) で示した方式で定める流域単位の計算順序である。Table 1 に、Fig. 1 で示した Ω と $\hat{\Omega}$ における流域単位の対応を示している。ただし、

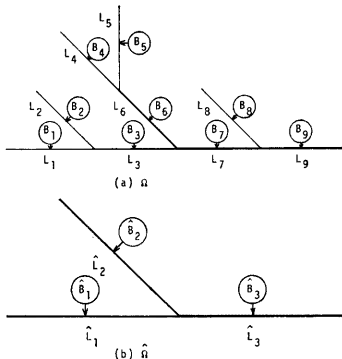


Fig. 1. An example of lumping operation.

Table 1. Correspondence of basin elements in $\hat{\Omega}$ and those in Ω (see Fig. 1).

Basin elements in Ω	Basin element in $\hat{\Omega}$
F_1, F_2, F_3	$\hat{F}_1$
F_4, F_5, F_6	$\hat{F}_2$
F_7, F_8, F_9	$\hat{F}_3$

Ω 中, 計算順位 i を持つ流域単位, すなわち斜面要素 B_i と河道要素 L_i の組 (B_i, L_i) を F_i と表わしている。同様に, $(\hat{B}_i, \hat{L}_i)$ を $\hat{F}_i$ と表わしている。Fig. 1 にみられるように, 集中化後の流域単位の計算順序は, 元の流域単位網内のそれを保存している。すなわち, 一般的に言うと, 「元の流域単位網 Ω , 集中化流域単位網 $\hat{\Omega}$ 中の流域単位の個数をそれぞれ, $n(\Omega), n(\hat{\Omega})$ とするとき,

$$0 = J(0) < J(1) < \dots < J(n(\hat{\Omega})) = n(\Omega)$$

となる一連の整数 $J(0), J(1), \dots, J(n(\hat{\Omega}))$ が存在して, $\hat{\Omega}$ 内の流域単位 $\hat{F}_i$ に対応する Ω 中の流域単位群は $\{F_{J(i-1)+1}, F_{J(i-1)+2}, \dots, F_{J(i)}\}$ である。」という関係が成立つ。

さて, 以上に定めた集中化操作は, 言わば幾何学的なもので, 実際にはさらに $F_i, i=1, 2, \dots, n(\hat{\Omega})$ の諸定数を定めなければならない。これについて章を改めて述べる。

3. 定数の集中化

3.1 場の寸法の集中化

(1) 流域単位面積の集中化

全流出量が等しくなるように,

$$\hat{F}_i = \sum_{J(i-1) < k \leq J(i)} F_k \dots \dots \dots (3.1)$$

とする。ただし, $\hat{F}_i, F_i$ はそれぞれ流域単位 $\hat{F}_i, F_i$ の面積である。Fig. 1 の例では, たとえば, $\hat{F}_1 = F_1 + F_2 + F_3$ である。

(2) 河道区分長の集中化

集中化河道区分 $\hat{L}_i$ の河道区分長 $\hat{L}_i$ は, 流域単位群 $\{F_k: J(i-1) < k \leq J(i)\}$ 内の主河道長に等しいとする。たとえば, Fig. 1 の例では, $\hat{L}_1 = \max(L_1, L_2) + L_3, \hat{L}_3 = L_7 + L_8$ 等とする。

(3) 斜面水平長の集中化

集中化斜面 $\hat{B}_i$ の斜面水平長 $\hat{B}_i$ は, 斜面群 $\{B_k: J(i-1) < k \leq J(i)\}$ の各斜面水平長の面積平均値とする。

$$\hat{B}_i = \sum_{J(i-1) < k \leq J(i)} F_k B_k / F_i \dots \dots \dots (3.2)$$

ただし, B_k は斜面 B_k の斜面水平長である。

3.2 流れ定数の集中化の方針

続く 2 つの節で, 斜面および河道の流れ定数の集中化方式について述べるが, それに先立ち, その基本方針を述べておく。

たとえば, 従来の Kinematic wave 法におけるように, 支流を無視する影響を斜面等価粗度係数の変動でカバーするというように, 河道流の効果を斜面流の效果に含ませたりすることの無いようにする。すなわち, 斜面の流れ定数と河道の流れ定数の集中化は互いに独立した形で考える。その概略の方針を以下に述べておく。

流域単位網 Ω 内の流域単位 $F_k (k=1, 2, \dots, n(\Omega))$ に対して, F_k を最下流域単位とする Ω の部分流域単位網を Ω_k と表わす。同様に, $\hat{F}_k (k=1, 2, \dots, n(\hat{\Omega}))$ を最下流域単位とする $\hat{\Omega}$ の部分流域単位網を $\hat{\Omega}_k$ と表わす。 $\hat{\Omega}_k$ には $\Omega_{J(k)}$ が対応する。河道の流れ定数の集中化を考える場合には, 斜面効果は無視して, $n(\hat{\Omega})$ 個の部分流域単位網 $\hat{\Omega}_k$ と, それぞれ対応する元の流域単位網 $\Omega_{J(k)}$ とができるだけ等価になるようにする。逆に, 斜面要素の定数集中化を考える場合には, 河道効果は無視して, 同様に, $\hat{\Omega}_k$ と $\Omega_{J(k)}$ ができるだけ等価になるようにする。

3.3 河道の流れ定数の集中化

本研究では, 河道流は, 式

$$Q = \alpha A^m, \quad \partial Q / \partial X + \partial A / \partial t = q^* \dots \dots \dots (3.3)$$

によって追跡されるものとする。ただし, q^* は河道区分への単位幅あたりの横流入強度で, (2.1) 式,

(2.2) 式によって算定されるものである。 A, Q, α, m, X, t の意味は (1.4)' 式におけるそれと同じである。

この場合、決定しなければならない定数は、 α と m であるが、後者は大体 1.45 位の値をとり³⁾、一定としてもよい。それで、以下 α の集中化について考えよう。前節で述べたように、斜面効果を無視して、 Ω 内の部分流域単位網 $\hat{\Omega}_k (k=1, 2, \dots, n(\hat{\Omega}))$ と、対応する元の部分流域単位網 $\Omega_{J(k)}$ とができるだけ等価になるようにする。

(1) 定常線形化による河道効果の表現

上記の目的を念頭において、斜面効果を無視した場合の流域単位網 Ω の効果を陽に表現することを考えよう。すなわち、流域単位網 Ω を、有効降雨 r_e を入力とし、 Ω 下流端の河道流出流量を出力とするシステムとみなし、 Ω の入出力関係を表現することを考える。斜面効果を無視することにしたので、(3.3) 式中の q^* は、

$$q^* = Fr_e / L \quad \dots\dots\dots (3.4)$$

で与えられる。

システム Ω を記述する (3.3) 式、(3.4) 式は非線形であり、非線形系の入出力関係を陽に表わすことは一般には困難である。それで、入力 r_e が一定値 r_0 をとったときの (3.3) 式 (3.4) 式の定常解から、河道内定常時流速を求め、これを固定して系を線形化し、その線形系に対して求まる単位インパルス応答でシステム Ω の入出力関係を近似的に表現することを考える。以下、この単位インパルス応答の求め方を説明する。

流域単位網 Ω 内の河道区分 $L_k (k=1, 2, \dots, n(\Omega))$ の上流端から河道に沿って測った距離を $X_k (0 \leq X_k \leq L_k)$ で表わし、 X_k 地点の定常時流速を $v_{0k}(X_k, r_0; \Omega)$ と表わすと、(3.3) 式、(3.4) 式から、

$$v_{0k}(X_k, r_0; \Omega) = \alpha_k^{1/m} (U_k - F_k + F_k X_k / L_k)^{(m-1)/m} r_0^{(m-1)/m} \quad \dots\dots\dots (3.5)$$

である。ここに、 α_k は河道区分 L_k の Kinematic 定数 α を表わし、 U_k は部分流域単位網 Ω_k の集水面積である。

X_k 地点から Ω 下流端までの雨水流下時間を $t_k(X_k, r_0; \Omega)$ と表わすと、(3.5) 式により

$$\begin{aligned} t_k(X_k, r_0; \Omega) &= T_k(r_0; \Omega) + \int_{X_k}^{L_k} dX_k / v_{0k}(X_k, r_0; \Omega) \\ &= T_k(r_0; \Omega) + r_0^{(1-m)/m} Z_k \{ U_k^{1/m} - (U_k - F_k + F_k X_k / L_k)^{1/m} \} \quad \dots\dots\dots (3.6) \end{aligned}$$

である。ただし、 $T_k(r_0; \Omega)$ は河道区分 L_k 下流端から流域単位網 Ω 下流端までの雨水流下時間であり、 Z_k は

$$Z_k = m L_k / (\alpha_k^{1/m} F_k) \quad \dots\dots\dots (3.7)$$

で与えるものとする。(3.6) 式で $X_k = 0$ とおいたときの右辺第 2 項は、河道区分 L_k での雨水流下時間を表わし、これを $t_{rk}(r_0; \Omega)$ とおくと、

$$t_{rk}(r_0; \Omega) = r_0^{(1-m)/m} Z_k \{ U_k^{1/m} - (U_k - F_k)^{1/m} \} \quad \dots\dots\dots (3.8)$$

である。(3.6) 式中の $T_k(r_0; \Omega)$ は、この $t_{rk}(r_0; \Omega)$ を使って、

$$T_k(r_0; \Omega) = \sum_{L_k \in C_k(\Omega)} t_{rk}(r_0; \Omega) \quad \dots\dots\dots (3.9)$$

として求められる。ただし、 $C_k(\Omega)$ は河道区分 L_k 下流端から、流域単位網 Ω 下流端まで雨水が流下するときに通過する河道区分の集合である。(3.8) 式、(3.9) 式から、 $t_{rk}(r_0; \Omega) r_0^{(m-1)/m}$ 、 $T_k(r_0; \Omega) r_0^{(m-1)/m}$ は r_0 に関係しないことがわかる。

次に、 $T_k(r_0; \Omega) < t < T_k(r_0; \Omega) + t_{rk}(r_0; \Omega)$ に対して、 $t_k(X_k, r_0; \Omega) = t$ となるような X_k を $X_k(t, r_0; \Omega)$ と表わすと、(3.6) 式から、

$$X_k(t, r_0; \Omega) = (L_k / F_k) [\{ U_k^{1/m} - r_0^{(m-1)/m} (t - T_k(r_0; \Omega)) / Z_k \}^m - U_k + F_k] \quad \dots\dots\dots (3.10)$$

である。

以上の準備のもとで、時刻 0 に強度 1 のインパルス入力 $r_e = \delta(t)$ があったときの流域単位 F_k からの流出分 $h_k(t, r_0; \Omega)$ を求めよう。明らかに、 $t < T_k(r_0; \Omega)$ または $t > T_k(r_0; \Omega) + t_{rk}(r_0; \Omega)$ のときには、 h_k

($t, r_0: \Omega$) = 0 であり, $T_k(r_0: \Omega) < t < T_k(r_0: \Omega) + t_{rk}(r_0: \Omega)$ のときは,

$$h_k(t, r_0: \Omega) = -(F_k/L_k) dX_k(t, r_0: \Omega)/dt$$

であるから, (3.10) 式を使って,

$$h_k(t, r_0: \Omega) = r_0^{(m-1)/m} (m/Z_k) [U_k^{1/m} - r_0^{(m-1)/m} \{t - T_k(r_0: \Omega)\}/Z_k]^{m-1} \dots\dots\dots (3.11)$$

となる。流域単位網 Ω の単位インパルス応答 $h(t, r_0: \Omega)$ は, $r_0 = \delta(t)$ であるときの Ω 下流端からの流出流量であって,

$$h(t, r_0: \Omega) = \sum_{L_k \in \Omega} h_k(t, r_0: \Omega) \dots\dots\dots (3.12)$$

に (3.11) 式を代入して得られる。

なお, 次項での便宜のために, $h(t, r_0: \Omega)$ の原点回りの 1 次モーメント,

$$t^{(m)}(r_0: \Omega) = \int_{-\infty}^{\infty} t h(t, r_0: \Omega) dt \dots\dots\dots (3.13)$$

の算定式を導いておく。

$$t_k^{(m)}(r_0: \Omega) = \int_{-\infty}^{\infty} t h_k(t, r_0: \Omega) dt \dots\dots\dots (3.14)$$

とおくと, (3.11) 式, (3.12) 式により,

$$\left. \begin{aligned} t^{(m)}(r_0: \Omega) &= \sum_{k=1}^{n(\hat{\Omega})} t_k^{(m)}(r_0: \Omega) \\ t_k^{(m)}(r_0: \Omega) &= r_0^{(1-m)/m} \\ &\quad \times [Z_k F_k U_k^{1/m} - \{m Z_k / (m+1)\} \{U_k^{(m+1)/m} - (U_k - F_k)^{(m+1)/m}\} \\ &\quad \quad \quad + F_k T_k(r_0: \Omega) r_0^{(m-1)/m}] \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3.15)$$

である。 $T_k(r_0: \Omega) r_0^{(m-1)/m}$ は先に注意したように r_0 に無関係であるから, (3.15) 式より, $t^{(m)}(r_0: \Omega) r_0^{(m-1)/m}$ は r_0 に無関係である。

(2) モーメント法による河道の Kinematic 定数 α の集中化

前項で求めた定常線形化による単位インパルス応答を用いて, 集中化河道の Kinematic 定数 α を決定しよう。すなわち, $n(\hat{\Omega})$ 個の集中化部分流域単位網 $\hat{\Omega}_k$ ($k=1, 2, \dots, n(\hat{\Omega})$) の単位インパルス応答 $h(t, r_0: \hat{\Omega}_k)$ と, それぞれ対応する元の部分流域単位網の単位インパルス応答 $h(t, r_0: \Omega_{J(k)})$ とができるだけ等価になるように河道の Kinematic 定数 α を決定する。その規準としては種々のものが考えられるが, 計算の容易さ等を考慮して, 単位インパルス応答の原点回りの 1 次モーメントが一致するという規準を採用する。単位インパルス応答は遅れ時間関係を表わすものであるから, これは, 遅れ時間の平均値が等しくなるようにすることを意味する。

さて, 集中化河道区分 $\hat{L}_k$ ($k=1, 2, \dots, n(\hat{\Omega})$) の Kinematic 定数 α を $\hat{\alpha}_k$ とすると, $\hat{\alpha}_1, \hat{\alpha}_2, \dots, \hat{\alpha}_{n(\hat{\Omega})}$ は, 上記の規準により,

$$t^{(m)}(r_0: \hat{\Omega}_k) = t^{(m)}(r_0: \Omega_{J(k)}), \quad k=1, 2, \dots, n(\hat{\Omega}) \dots\dots\dots (3.16)$$

を満足するように決定することになる。ただし, $t^{(m)}(r_0: \Omega)$ は前項の (3.13) 式で定める量である。(3.16) 式の両辺に $r_0^{(m-1)/m}$ を乗ずると両辺とも r_0 に無関係となるから, こうして定める $\hat{\alpha}_1, \hat{\alpha}_2, \dots, \hat{\alpha}_{n(\hat{\Omega})}$ は定常線形化に使った r_0 の値には無関係を定数である。それで, 本項では以下, $r_0=1$ とおく。

$\hat{\alpha}_k$ ($k=1, 2, \dots, n(\hat{\Omega})$) の算定式を書き下しておこう。河道区分 $\hat{L}_k$ の位数が 1 のときは, (3.16) 式と前項の諸式から,

$$\hat{\alpha}_k = [\{m/m+1\} \hat{L}_k \hat{F}_k^{1/m} / t^{(m)}(1: \Omega_{J(k)})]^m \dots\dots\dots (3.17)$$

となる。河道区分 $\hat{L}_k$ の位数が 2 以上のときは, $\hat{L}_k$ に流入する 2 つの河道区分を $\hat{L}_{k_1}, \hat{L}_{k_2}$ とすると, (3.16) 式と前項の諸氏から

$$\begin{aligned} \hat{\alpha}_k &= [t^{(m)}(1: \Omega_{J(k_1)}) + t^{(m)}(1: \Omega_{J(k_2)}) + (m \hat{L}_k / \hat{F}_k) \{ \hat{U}_k^{1/m} - (\hat{U}_k - F_k)^{1/m} \} \cdot (\hat{U}_{k_1} + \hat{U}_{k_2}) \\ &\quad + (m \hat{L}_k / \hat{F}_k) [\hat{F}_k \hat{U}_k^{1/m} - \{m/m+1\} \{ \hat{U}_k^{(m+1)/m} - (\hat{U}_k - \hat{F}_k)^{(m+1)/m} \}]^m / \{ t^{(m)}(1: \Omega_{J(k)}) \}^m]^m \end{aligned} \dots\dots\dots (3.18)$$

となる。ただし、 $\hat{U}_k$ は $\hat{Q}_k$ の集水面積を表わす。

3.4 斜面の流れ定数の集中化

本研究では、斜面流は (1.2)' 式によって追跡されるものとする。この場合、決定しなければならない流れ定数は Kinematic 定数 α_o である。

3.2 節で述べたように、河道効果を見捨て、集中化流域単位網 $\hat{Q}$ の各部分流域単位網 $\hat{Q}_k (k=1, 2, \dots, n(\hat{Q}))$ と対応する元の部分流域単位網 $\hat{Q}_{J(k)}$ とができるだけ等価になるように Kinematic 定数 α_o を集中化する。

(1) 定常線形化による斜面効果の表現

上記目的を念頭において、河道効果を見捨てた場合の流域単位網 Ω の効果を陽に表現することを考えよう。河道効果を見捨てることにしたので、 Ω 下流端の河道流出流量 Q は、

$$Q = \sum_{k=1}^{n(\hat{Q})} (F_k / B_k) q_k \quad \dots\dots\dots (3.19)$$

として求められる。ただし、 q_k は斜面要素 B_k での単位幅あたりの斜面下流端流出流量である。

河道の Kinematic 定数の集中化の際に述べたのと同じ理由で、系を定常線形化し、その単位インパルス応答を求めることにする。その求め方は、河道の場合と同様であるので、結果だけを要約する。

定常入力を r_0 とし、斜面要素 B_k の上流端から下流端までの雨水流下時間を $t_{ork}(r_0; \Omega)$ と表わすと、

$$t_{ork}(r_0; \Omega) = r_0^{(1-m_o)/m_o} (m_o B_k^{1/m_o} / \alpha_{ok}^{1/m_o}) \quad \dots\dots\dots (3.20)$$

である。ただし、 α_{ok} は斜面系 B_k の Kinematic 定数 α_o である。

時刻 0 に強度 1 のインパルス入力 $r_e = \delta(t)$ があつたときの流域単位 F_k からの流出分を $h_{ok}(t, r_0; \Omega)$ と表わすと、

$$\left. \begin{aligned} t < 0 \text{ または } t > t_{ork}(r_0; \Omega) \text{ で } h_{ok}(t, r_0; \Omega) &= 0 \\ 0 < t < t_{ork}(r_0; \Omega) \text{ で } \\ h_{or}(t, r_0; \Omega) &= r_0^{(m_o-1)/m_o} F_k \alpha_{ok}^{1/m_o} / B_k \\ &\quad \times [B_k^{1/m_o} - r_0^{(m_o-1)/m_o} \alpha_{ok}^{1/m_o} t / m_o]^{m_o-1} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (3.21)$$

である。流域単位網 Ω の単位インパルス応答、すなわち $r_e = \delta(t)$ のときの Ω 下流端からの流出流量 $h_o(t, r_0; \Omega)$ は、

$$h_o(t, r_0; \Omega) = \sum_{k=1}^{n(\hat{Q})} h_{ok}(t, r_0; \Omega) \quad \dots\dots\dots (3.22)$$

に (3.21) 式を代入して得られる。

$h_o(t, r_0; \Omega)$ の原点回りの 1 次モーメント

$$t_o^{(m)}(r_0; \Omega) = \int_{-\infty}^{\infty} t h_o(t, r_0; \Omega) dt \quad \dots\dots\dots (3.23)$$

を求めるために、

$$t_{ok}^{(m)}(r_0; \Omega) = \int_{-\infty}^{\infty} t h_{ok}(t, r_0; \Omega) dt \quad \dots\dots\dots (3.24)$$

とおくと、(3.22)～(3.24) 式より

$$t_o^{(m)}(r_0; \Omega) = \sum_{k=1}^{n(\hat{Q})} t_{ok}^{(m)}(r_0; \Omega) \quad \dots\dots\dots (3.25)$$

$$t_{ok}^{(m)}(r_0; \Omega) = r_0^{(1-m_o)/m_o} (m_o / (m_o + 1)) \cdot (F_k B_k^{1/m_o} / \alpha_{ok}^{1/m_o}) \quad \dots\dots\dots (3.26)$$

を得る。

(2) モーメント法による斜面 Kinematic 定数 α_o の集中化

河道 Kinematic 定数の集中化の場合と同様に、集中化斜面の Kinematic 定数 $\hat{\alpha}_{o1}, \hat{\alpha}_{o2}, \dots, \hat{\alpha}_{on}(\hat{Q})$ を、

$$t_o^{(m)}(r_0; \hat{Q}_k) = t_o^{(m)}(r_0; \Omega_{J(k)}), \quad k=1, 2, \dots, n(\hat{Q}) \quad \dots\dots\dots (3.27)$$

を満足するように決定する。(3.25)～(3.27) 式より、

$$\hat{\alpha}_{ok} = \hat{B}_k / \left(\sum_{J(k-1) < i \leq J(k)} F_i \cdot (B_i / \alpha_{oi})^{1/m_o} / \hat{F}_k \right)^{m_o} \dots\dots\dots (3.28)$$

となる。斜面 B_i の上流端から出発した雨水擾乱が下流端に伝播するのに要する時間は、 $r_o^{(m_o-1)/m_o} (B_i / \alpha_{oi})^{1/m_o}$ であるから、(3.28) 式によって $\hat{\alpha}_{ok}$ を定めることは $\{B_i: J(k-1) < i \leq J(k)\}$ での伝播時間の面積平均が等しくなるように $\hat{\alpha}_{ok}$ を定めることに等しい。

4. 斜面水平長と Kinematic 定数 α_o の等価性

本章では、斜面水平長が斜面等価粗度の値に影響することを理論的に説明して、前章までの議論を補強する。

議論を明確にするため、河道効果を見捨て、斜面特性は全流域で一様とする。斜面のモデルとして、斜面水平長 B を持つ一様平面を考え、その斜面の Kinematic 定数を α_o とする。斜面等価粗度を N とすると、1.2 節の議論より、

$$\alpha_o = C/N, C = \sqrt{\sin \theta_o} (\cos \theta_o)^{5/3} \dots\dots\dots (4.1)$$

の関係がある。また、全流域面積を F とすると、流域からの流出流量 $Q(t)$ は、河道効果を見捨てたことにより、

$$(1/m_o) (q/\alpha_o)^{(1-m_o)/m_o} (1/\alpha_o) \partial q / \partial t + \partial q / \partial x = r_o \dots\dots\dots (4.2)$$

を初期・境界条件

$$q(x, 0) = q(0, t) = 0, 0 \leq x \leq B, t \geq 0 \dots\dots\dots (4.3)$$

のもとで解いた解 $q(x, t)$ より

$$Q(t) = F \cdot q(B, t) / B \dots\dots\dots (4.4)$$

として求められる。

ここで、

$$\tilde{q} = q(x, t) / B, \tilde{x} = x / B \dots\dots\dots (4.5)$$

とおいて変数を変換すると、(4.2)～(4.4) 式は、

$$(1/m_o) (K\tilde{q})^{(1-m_o)/m_o} K \partial \tilde{q} / \partial t + \partial \tilde{q} / \partial \tilde{x} = r_o(t) \dots\dots\dots (4.2)'$$

$$\tilde{q}(\tilde{x}, 0) = \tilde{q}(0, t) = 0, 0 \leq \tilde{x} \leq 1, t \geq 0 \dots\dots\dots (4.3)'$$

$$Q(t) = F\tilde{q}(1, t) \dots\dots\dots (4.4)'$$

となる。ただし、 $K = B/\alpha_o$ とおいた。(4.2)'～(4.4)' 式より流出流量 $Q(t)$ を決定するパラメータは K であることがわかる。(4.1) 式を考慮すると、

$$K = BN/C \dots\dots\dots (4.5)$$

であるから、結局、本章でおいた仮定のもとでは、斜面水平長 B と斜面等価粗度 N の変動の効果は等価であることがわかる。逆に言えば、 $r_o(t)$ と $Q(t)$ の関係だけから、斜面等価粗度 N を推定することは不可能であり、斜面水平長 B のとり方によって N が変わってくることを示している。

5. 数値実験による検討

5.1 モデル流域の概要

前章までの議論を数値的に検討するために、由良川上流荒倉流域をモデル流域としてとりあげる。同流域は、流域面積 159 km² の山間地流域であって、その地形諸量については、筆者らの文献 4) に一部記載されている。

以下では、5 万分の 1 の地形図での河道表示をもとに分割して作る流域単位網を「基礎の流域単位網」として Ω で表わす。このときの流域単位数は 105 で最大位数は 4 である。したがって、3 回集中化操作を施すことができる。

5.2 場の集中化に伴う等価粗度係数の変化

Kinematic wave 法における従来の場のモデル化と集中化法によると、場の集中化によって斜面水平長が

増大し、その影響と支流無視の影響が等価粗度係数に含まれていくことを既に指摘した。本節では、このうち、斜面水平長の増大が等価粗度係数に及ぼす影響を数値的に示して、この指摘が正しいことを示す。議論を簡単にするために、河道効果を無視する。

場の集中化操作を j 回施したときの流域単位面積、河道区分長をそれぞれ $\hat{F}_k^j$, $\hat{L}_k^j$ (k は計算順位) と表わしたとき、従来の方法にしたがって、斜面要素 $\tilde{B}_k^j$ の斜面水平長 $\tilde{B}_k^j$ を、

$$\tilde{B}_k^j = \hat{F}_k^j / (2\hat{L}_k^j) \quad \dots\dots\dots (5.1)$$

と定めるものとしよう。このときの斜面水平長の面積平均、

$$E\{\tilde{B}^j\} = \sum_{k=1}^{n(\hat{g}^j)} \hat{F}_k^j \tilde{B}_k^j / \sum_{k=1}^{n(\hat{g}^j)} \hat{F}_k^j \quad \dots\dots\dots (5.2)$$

を求めて、 $E\{\tilde{B}^j\}/E\{\tilde{B}^0\}$ がどのように変動するかを Fig. 2 中に示してある。これより、従来の方法では、集中化回数 j が大きくなるにつれて、斜面水平長が増大する傾向にあることがわかる。

次に斜面等価粗度が集中化とともにどのように変化するかを検討する。斜面勾配は一樣とし、斜面等価粗度も一樣と仮定する。集中化回数が j 回のときの斜面等価粗度を $\tilde{N}^j$ とかき、定常線形化単位インパルス応答の 1 次モーメント $\tilde{\tau}^{j(m)}$ を求めると、(3.26) 式、(4.1) 式より、

$$\tilde{\tau}^{j(m)} = m_0 / (m_0 + 1) \cdot r_0^{(1-m_0)/m_0} (\tilde{N}^j)^{1/m_0} \sum_{k=1}^{n(\hat{g}^j)} \hat{F}_k^j (\tilde{B}_k^j)^{1/m_0} \quad \dots\dots\dots (5.3)$$

となる。

$$\tilde{\tau}^{j(m)} = \tilde{\tau}^{0(m)} \quad \dots\dots\dots (5.4)$$

とおくと、(5.3) 式、(5.4) 式より

$$\tilde{N}^j / \tilde{N}^0 = \left\{ \sum_{k=1}^{n(\hat{g}^j)} \hat{F}_k^j (\tilde{B}_k^j)^{1/m_0} / \sum_{k=1}^{n(\hat{g}^0)} \hat{F}_k^0 (\tilde{B}_k^0)^{1/m_0} \right\} m_0 \quad \dots\dots\dots (5.5)$$

となる。Fig. 2 中に、 $\tilde{N}^j / \tilde{N}^0$ が集中化回数 j とともにどのように変化するかを示している。明らかに、集中化回数 j が大きくなるにしたがって、斜面等価粗度係数が減少していくことがわかる。また、その変化は、斜面水平長の面積平均値の変化にほぼ追随していることもわかり、4 章で述べた斜面水平長と斜面等価粗度の変動の等価性が示されていることがわかる。

以上から、従来の方法では、集中化に伴って斜面水平長が増大し、これに対応して斜面等価粗度が減少していくことがわかる。すなわち、従来のような場のモデル化のもとでの斜面等価粗度係数は流域場の抵抗特性を表わす定数とはいえない。

5.3 場および定数の集中化方式の検討

本研究で提案した場および定数の集中化方式をテストするために、荒倉流域を対象にして数値シミュレーションを行った。斜面の粗度係数の値を $1.0 [(\text{m}^{-1/3} \text{sec})^3]$ 、河道の粗度係数を $0.04 [(\text{m}^{-1/3} \text{sec})]$ とし、(1.5) 式中の m, K の値は、上田の研究³⁾を参考にして、

$$m = 1.45, K = 0.402 F_w^{-0.114} [(\text{m}^{-7/30})]$$

を用いた。ただし、 F_w は当該河道区分上流端より上流域の面積と、河道区分下流端より上流域の面積の平均値を km^2 単位で表わしたものである。

Fig. 3 (a)~(c) は、本研究で展開した場および定数の集中化方式を適用して、荒倉流域下流端の流出流量を Kinematic wave 法によってシミュレーションを行った例である。結果は良好であって、本研究で示

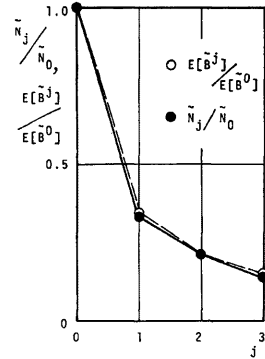


Fig. 2. Change of the equivalent roughness and the mean horizontal slope length by lumping.

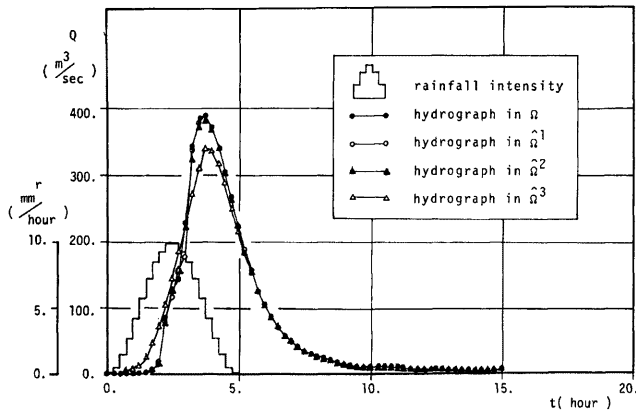


Fig. 3 (a)

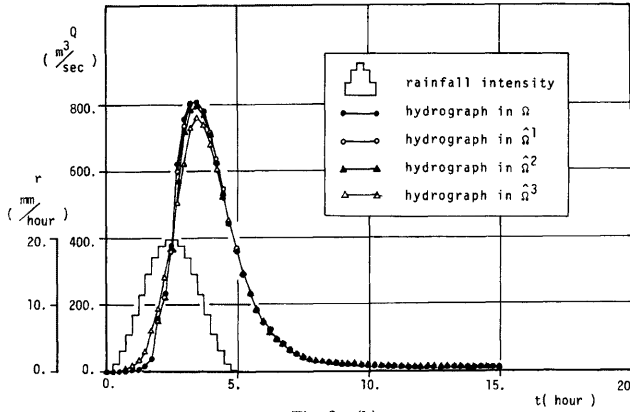


Fig. 3 (b)

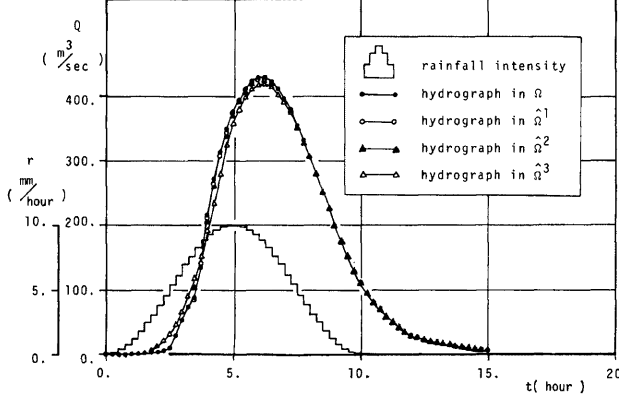


Fig. 3 (c)

Fig. 3 (a), (b), (c). Runoff simulation by the lumped models.

した場および定数の集中化方式が妥当であることを示している。

5.4 斜面粗度係数の推定

前節では、斜面粗度係数を既知として数値シミュレーションを行なったが、斜面粗度係数が未知であって実績との検証で斜面粗度係数を同定しなければならない場合もある。この場合、斜面粗度係数を変数としておいて、本研究で示した集中化方式によって出水系モデルを集中化して、その集中化を使って斜面粗度係数を同定することにすれば、計算量も少なくてすむ。こうした観点から、荒倉流域において＜基礎の流域単位網＞ Ω で斜面粗度係数を $1.0 \text{ m}^{-1/3} \text{ sec}$ として流出計算する一方、集中化流域単位網では斜面粗度係数を未知としておいて、＜基礎の流域単位網＞での流出流量を観測流量とみなして、それから斜面粗度係数を同定した。Fig. 4 にその結果を示す。集中化回数 j が大きくなるにつれて、同定精度が悪くなっているが、概略の値は推定できることを示している。

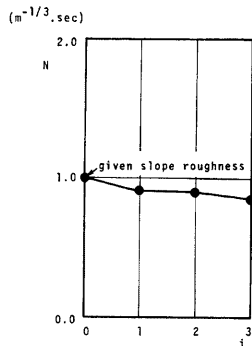


Fig. 4. Estimated slope roughness by the lumped models.

6. 結 論

本研究では、Kinematic wave 法の検討に基づき、場の構成とその集中化法から再出発し、Kinematic 定数の集中化法を定常線形化によって導き、数値シミュレーションによってその有効性を確認した。それでも、集中化回数が大きくなると精度は悪化するから、精度と集中化の関係を今後検討する必要がある。

参 考 文 献

- 1) 高樟琢馬・椎葉充晴：河川流域の地形構造を考慮した 出水系モデルに関する研究，土木学会論文報告集，第248号，1976，pp. 69-82.
- 2) Chow, V. T.: *Handhook of Applied Hydrology*, McGraw-Hill Book Company, 1964.
- 3) 上田年比古：降雨流出に関する基礎的研究，1961.
- 4) 高樟琢馬・池淵周一・椎葉充晴：河道網構造を考慮した 河川流域の出水解析法に関する研究，京都大学防災研究所年報第20号 B-2，pp. 185-199, 1977.
- 5) 土木学会関西支部都市水文委員会：都市域における 水環境 および 都市水文に関する技術的問題，pp. 77-80, 1975.