

SPAC 法における異なる相関距離を考慮したマルチモード解析

池田達紀*・松岡俊文*・辻 健*・林 宏一**

要 旨

従来, SPAC 法による微動データ解析は, 基本モードが卓越すると仮定して行われてきた。しかしながら, 実際のデータでは高次モードが卓越する場合も多くみられる。本稿では, 微動データに対して, SPAC 法における高次モードを考慮した解析方法について検討した。高次モードの扱い方としては, 位相速度の異なる複数の波に対する SPAC 係数から計算される見掛け位相速度を利用した手法が既に提案されている。しかし, この手法は一つの受振器間隔で取得された微動データに対するものであり, 複数の受振器間隔を利用した解析に対応したものではない。そこで, 複数の受振器間隔の影響を考慮した二つの手法を本論文で検討する。一つは, 理論 SPAC 係数とベッセル関数の二乗誤差を計算し, さらに受振器間隔で和をとった値が最小となる位相速度を理論位相速度とする手法である。もう一つは, 位相速度を推定することなく SPAC 係数でデータと理論解を比較する手法である。シミュレーションデータを用いた検討の結果, 本論文で提案した二つの手法は十分実用性があることがわかった。さらにフィールドデータに対して適用したところ, 同様の結果が得られた。以上の考察から, 今回提案した解析方法により, 複数の受振器間隔で取得されたデータに対しても, SPAC 法を用いて高次モードを考慮したインバージョンが可能であると考えられる。

キーワード: 微動アレイ探査・SPAC 法・高次モード・微動・表面波

1. はじめに

地下の S 波速度を推定する手法として, 地表を伝播する微動から地下構造を推定する微動アレイ探査が提案されている (例えば, 岡田ほか, 1990; Asten, 2006; Bonnefoy-Claudet et al., 2006)。この探査手法は, 大掛かりな震源を必要とする反射法による S 波地震探査と比較すると, 人工震源を必要とせず安価で簡便に行うことができるという特徴がある。微動アレイ探査により取得される微動データの主な解析手法として空間自己相関法 (SPAC: Spatial Auto Correlation) 法 (Aki, 1957) と周波数-波数 (F-K) 法 (Capon, 1969), Centerless Circular Array (CCA) 法 (Cho et al., 2006) が知られている。また, 近年では, Refraction Microtremor (ReMi) による解析 (Louie, 2001) や時間領域の解析

(Chávez-García and Luzón, 2005), さらに地震波干渉法を用いた解析も行われている (山中・内山, 2008)。本論文では, 微動があらゆる方向から到来していれば, 少ない受振器でも解析を行うことができ, さまざまなサイトで有用性が実証されている SPAC 法を取り上げて, 微動が高次モードを含んでいる場合の取り扱い方に関して考察を加えた。

SPAC 法は地表面を伝播する微動を観測し, 微動に含まれる表面波の分散を推定する手法である。さらに得られた分散曲線に対して, インバージョン解析により地盤の S 波速度構造を推定することが可能である。一般に表面波には, 基本モードに加えて高次モードと呼ばれる位相速度の速いモードが存在している。特に表層に高速度層が存在する場合, 高次モードの振幅値が大きくなり, 高次モードの波動が卓越するとされている (林・齋藤,

2010 年 2 月 19 日原稿受付; 2011 年 4 月 26 日受理

第 120 回(平成 21 年度春季)学術講演会にて一部を発表

* 京都大学大学院工学研究科都市社会工学専攻環境資源システム工学分野

〒615-8540 京都市西京区京都大学桂

** ジオメトリクス

2190 Fortune Drive, San Jose, CA 95131, USA

© 2011 SEGJ

2004)。従来の SPAC 法による解析は、微動に含まれる表面波は基本モードが卓越すると仮定して、高次モードの存在を無視して解析が行われることが一般的であった。しかし実際のデータにおいては、周波数が高くなるにつれて位相速度が大きくなる分散曲線が得られることがあり、その場合には高次モードの影響を考慮した解析を行うことでよい結果が得られることが指摘されている (Ohori et al., 2002; 小淵ほか, 2004)。そのため、高次モードを考慮した微動の解析手法を確立することは重要であると考えられる。

SPAC 法の高次モードの扱い方としては、Aki (1957) が提案した位相速度の異なる波に対する SPAC 係数を高次モードに適用し、その SPAC 係数から計算される見掛け位相速度を用いた解析手法が Tokimatsu et al. (1992) や小淵ほか (2004) によって提案されている。また横井・マルガリヤン (2008) は地震波干渉法理論に基づいた類似の手法を提案している。しかし、Tokimatsu et al. (1992) や小淵ほか (2004) の手法は、受振器間隔が一つの場合であり、拡張 SPAC 法 (凌・岡田, 1993) のような複数の受振器間隔を用いた解析にそのまま適用することはできない。そこで、本稿では受振器間隔の影響を考慮した二つの解析手法を検討した。一つは複数の受振器間隔を考慮した見掛け位相速度を計算する手法であり、もう一つは Asten et al. (2004) が行っているように、SPAC 係数の観測値と理論値を比較する手法である。

フィールドで取得される微動データは、地下の三次元構造を反映したものであるが、微動の解析では一次元地下構造を仮定した解析を行っている。そのため、フィールドデータから得られる観測値と、ボーリング孔を用いた PS 検層から測定された一次元的速度分布などから計算される理論値を比較するだけでは、十分な検討といえない。そこで本研究では、高次モードが卓越するような水平成層構造を仮定したシミュレーションデータとフィールドデータをもとに検討を行った。

まず、高次モードが卓越する四層構造に対し、Discrete Wave-number Integral (DWI) (Bouchon and Aki, 1977) を用いた数値シミュレーションにより擬似微動デ

ータを作成し、このデータに対して、本論文で提案する高次モードを考慮した二つの手法を検討する。次に、高次モードが卓越していると考えられるフィールドデータに対し、同様の検討を行い、ここで提案した解析手法の適用性を議論した。表面波における各モードの位相速度、振幅応答の計算手法としては、コンパウンド・マトリックス法 (齋藤・柁沢, 1993) が広く知られており、計算プログラム DISPER80 (Saito, 1988) を利用した。

2. 基本モードのみを考慮した SPAC 法

2.1 理論

SPAC 法 (Aki, 1957; Okada, 2003) の解析方法は、以下のようにまとめられる。まず表面波は基本モードのみで構成され、ある特定の方向に伝播すると仮定する。この波動を Fig.1 のようにある受振器を中心に、円形に配置された受振器で観測する。 Δx 離れた二点で観測された時間波形をフーリエ変換したものをそれぞれ、次式のように定義する。

$$F(\omega) = A_f(\omega) \cdot \exp(-i\phi_f(\omega)) \quad (1)$$

$$G(\omega) = A_g(\omega) \cdot \exp(-i\phi_g(\omega)) \quad (2)$$

ここで、 ω は角周波数、 $A_f(\omega)$ 、 $A_g(\omega)$ および $\phi_f(\omega)$ 、 $\phi_g(\omega)$ はそれぞれ $F(\omega)$ 、 $G(\omega)$ の振幅および位相である。すると二つの観測波形の複素コヒーレンスは次式のように定義される。

$$\begin{aligned} COH(\omega, \Delta x) \\ = \frac{F(\omega) \cdot \overline{G(\omega)}}{A_f(\omega) \cdot A_g(\omega)} = \exp(i\Delta\phi(\omega, \varphi, \Delta x)) = \exp\left(i \frac{\omega \Delta x}{c(\omega, \varphi)}\right) \end{aligned} \quad (3)$$

ここで、 $\overline{G(\omega)}$ は $G(\omega)$ の複素共役、 φ は波の到来方向と二つの受振器を結ぶ直線とのなす角、 $\Delta\phi(\omega, \varphi, \Delta x)$ は観測点の間の位相差、 $c(\omega, \varphi)$ は位相速度である (Fig. 1 参照)。

式 (3) はある特定の方向に伝播する表面波の位相速度に関する式になっているが、フィールドの微動観測では伝播方向が不明である。そこで伝播方向の依存性を解消するため、Aki (1957) は、この複素コヒーレンスに対して、 φ に対する方位平均操作を行った値を、以下のように SPAC 係数と定義した。

$$SPAC(\omega, \Delta x) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \exp\left(i \frac{\omega \Delta x}{c(\omega, \varphi)}\right) d\varphi = J_0\left(\frac{\omega \Delta x}{c(\omega)}\right) \quad (4)$$

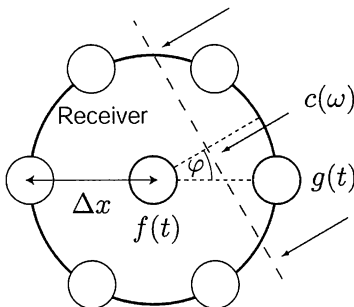


Fig. 1. Geometry of array and plane wave.

ここで、 J_0 は第一種零次のベッセル関数である。

実際の観測では、同じ距離 Δx 離れた異なる ϕ をもつ観測点のペアをなるべく多く作り (Fig. 1 参照), 各々のペアで観測された複素コヒーレンスの平均をとることで、積分の近似とみなして観測 SPAC 係数を推定している。この複素コヒーレンスの ϕ に関する平均値は、理論的には実数になるはずであるが、通常は観測誤差や、観測点が多分でないため複素数になってしまう。そこで実際の解析では、複素コヒーレンスの実部のみをとったものを観測により求めた観測 SPAC 係数としている。

観測 SPAC 係数に対して、ベッセル関数をフィッティングさせることにより、角周波数 ω に依存した位相速度 $c(\omega)$ を推定することができる。この観測位相速度を周波数軸に対してプロットしたものは観測分散曲線と呼ばれる。推定した観測分散曲線の周波数軸を、経験則によって深度軸に変換することで、簡便に地下の S 波速度構造の推定も行われる。以上が Aki (1957) によって提案された SPAC 法の基礎である。このため、本論文では SPAC 法を位相速度 (分散曲線) の推定手法として定義することとし、推定された観測位相速度のインバージョンによる S 波速度構造の推定までは含まないこととする。

2.2 拡張 SPAC 法

上記の SPAC 法は、凌・岡田 (1993) によって複数の Δx で観測データが得られる場合に対して拡張された。通常これは拡張 SPAC 法と呼ばれている。 ω が一定の場合、SPAC 係数 (式 (4)) は以下のように表現できる。

$$SPAC(\omega, \Delta x) = J_0(A\Delta x) \quad (5)$$

ここでは $A(=\omega/c(\omega))$ は定数である。複数の Δx に対して観測データがある場合には、各々の Δx に対して複素コヒーレンスの平均値として求めた観測 SPAC 係数から、観測位相速度 $c(\omega)$ を最小二乗法的に推定することができる (凌・岡田, 1993)。拡張 SPAC 法は、円状に受振器を配置して観測したときのアレイ半径 (Fig. 1 参照) だけでなく、全観測点が作り出す組み合わせ可能な二点間のデータを採用するものであり、少ない観測点で情報量の向上を狙った巧みな手法といえる。

2.3 インバージョンによる地下構造の推定

拡張 SPAC 法により推定された観測位相速度を利用したインバージョン解析による地下構造の推定は、通常以下のような手続きで行われる。

- ① 観測データをもとに N 個の異なる受振器間隔のデータに対して、それぞれ観測 SPAC 係数を計算する。
- ② 拡張 SPAC 法により N 個の観測 SPAC 係数をベッセル関数に当てはめることで、ある ω に対する観測

位相速度を推定する。さらに ω を変化させて同様の操作を行うことで、観測分散曲線を求める。

- ③ インバージョンを行うための初期モデルを設定する。
- ④ 仮定された地下構造モデルに対して、コンパウンド・マトリックス法を用いて理論分散曲線を計算する。
- ⑤ 計算された理論分散曲線と観測分散曲線を比較する。
- ⑥ 誤差が大きい場合にはモデルを修正して、誤差が十分小さくなるまで④、⑤を繰り返す。

モデルの修正には遺伝的アルゴリズム (GA) (山中・石田, 1995) や焼きなまし法 (SA) (山中, 2001) などが利用できる。また、近年では近傍アルゴリズム (NA) (Wathelet et al., 2005) の適用例もある。このようなインバージョン解析を行うには、仮定した構造に対する理論分散曲線が必要であり (④), もしも微動データに高次モードが含まれる場合には、高次モードを考慮した理論分散曲線が必要になってくる。この問題については次章で論じることとする。

3. 高次モードを考慮した SPAC 法

3.1 理論

当然のことながら、高次モードが卓越する場合には、観測値は基本モードの理論分散曲線では説明することができない (Ohori et al., 2002; 小淵ほか, 2004)。このため高次モードを考慮した解析手法の開発が望まれる。しかしながら、SPAC 法による解析では各周波数に対して一つの SPAC 係数しか定義されないの、観測 SPAC 係数をベッセル関数にフィッティングさせることにより得られる位相速度も一つである。つまり、通常の解析方法では、高次モードが含まれる場合、周波数一波数法とは異なり、それぞれのモードの成分を分離して各モードに対応する観測分散曲線を求めることはできない。

この問題の解決策として次のような手法が提案されている。Aki (1957) は SPAC 法を提案した論文において、位相速度の異なる複数の波が存在する場合の SPAC 係数を検討している。これを複数モードが存在する表面波に単純に適用すると、高次モードを考慮した SPAC 係数は次式で表される (小淵ほか, 2004)。

$$SPAC(\omega, \Delta x) = \sum_{i=0}^n \frac{P_i(\omega)}{P(\omega)} \cdot J_0\left(\frac{\omega \Delta x}{c_i(\omega)}\right) \quad (6)$$

$$P(\omega) = \sum_{i=0}^n P_i(\omega) \quad (7)$$

ここで、 i はモード、 $P(\omega)$ は波のパワー、 $P_i(\omega)$ 、 $c_i(\omega)$ は

それぞれ各モードの波のパワー、位相速度である。

すなわち高次モードが含まれるデータから推定された SPAC 係数は、複数のモードのパワーによって重み付けられた各モード成分の和となるという仮定である。その結果、データから推定された SPAC 係数は、単純な第一種零次のベッセル関数ではなくなる。さらに、観測 SPAC 係数をベッセル関数にフィッティングして求めた観測位相速度は、複数モードの理論位相速度の何らかの平均値となっていると考えられる。

本論文では各モードのパワー比として、Tokimatsu et al. (1992) が仮定した各モードの相対振幅を利用した。ただし、Tokimatsu et al. (1992) は人工震源を用いた表面波探査について検討を行っており、この場合、式 (6) におけるベッセル関数は余弦関数となる。Tokimatsu et al. (1992) による各モードの相対振幅は次式で表される。

$$P_i(\omega) = c_i(\omega) A_i^2(\omega) \quad (8)$$

ここで、 A_i は Harkrider (1964) において定義されている各モードの振幅応答 (Harkrider, 1970) である。これは Harkrider (1964) において定式化されているレーリー波の垂直変位の式において、周波数に依存する部分を二乗したものである。

地下構造がわかっている場合、周波数ごとの各モードの理論位相速度と相対振幅が計算できるので、式 (6) によって定義される理論 SPAC 係数を計算することができる。また、SPAC 法による観測位相速度は、通常は観測 SPAC 係数をベッセル関数にフィッティングさせることにより推定される。このため、データが高次モードを含む場合に観測 SPAC 係数をベッセル関数にフィッティングさせて推定された観測位相速度は、理論的にどのような値となるかを知っておく必要がある。小淵ほか (2004) は、理論 SPAC 係数 (式 (6)) を単純にベッセル関数で近似して、これを高次モードが存在する場合の理論位相速度 $c_s(\omega, \Delta x)$ と定義した。

具体的な計算方法は、まず次式のように、角周波数 ω ごとに位相速度 c を変えながら、第一種零次のベッセル関数と高次モードを考慮した理論 SPAC 係数 (式 (6)) の RMS (二乗平均平方根) を計算する。

$$RMS(c, \omega) = \sqrt{\left\{ J_0\left(\frac{\omega \Delta x}{c(\omega)}\right) - \sum_{i=0}^n \frac{P_i(\omega)}{P(\omega)} \cdot J_0\left(\frac{\omega \Delta x}{c_i(\omega)}\right) \right\}^2} \quad (9)$$

ここで、 Δx は観測における受振器間隔であり、 $P_i(\omega)$ 、 $c_i(\omega)$ はそれぞれ仮定したモデルに対応する i モードの相対振幅と位相速度である。ある角周波数 ω_k の理論位相速度 $c_s(\omega_k, \Delta x)$ は RMS を最小とする位相速度とする。これは

ベッセル関数で表現できない SPAC 係数をベッセル関数にフィッティングすることにより求められる速度であるため、実際にこのような速度で伝わっている表面波は存在しておらず、見掛け位相速度 (小淵ほか, 2004; 岡田, 2008) と呼ばれる。また、Tokimatsu et al. (1992) は phase velocities of superposed modes と定義した。

このようにして理論見掛け位相速度を定義しておく、観測された微動データが高次モードを含んでいるにもかかわらず、観測 SPAC 係数を単にベッセル関数にフィッティングすることにより求められた観測位相速度は、理論見掛け位相速度 $c_s(\omega, \Delta x)$ の推定値になっていると考えられる。

しかしながら、このような見掛け位相速度を用いた解析方法を、凌・岡田 (1993) が行ったような異なる受振器で取得されたデータを含めて解析する拡張 SPAC 法に適用することを考えると、実はそれは単純ではない。その理由は理論見掛け位相速度が角周波数 ω に加え、受振器間隔 Δx の関数になっており、受振器間隔が異なると理論見掛け位相速度も異なるためである。したがって、正確に解析するためには、複数の受振器間隔で取得されたデータに対しては、受振器間隔ごとに観測見掛け位相速度を推定して、インバージョンを行う際に必要となる理論見掛け位相速度は、受振器間隔ごとに計算しなければならない。

このような煩雑さを回避するため、本論文においては、拡張 SPAC 法で推定された観測位相速度に対し、①見掛け位相速度を用いた解析が適用できるように拡張した手法と、②SPAC 係数のまま観測値と理論値を比較することにより解析を行う手法を提案する。

3.1.1 見掛け位相速度を用いる手法

凌・岡田 (1993) の手法を踏襲して、受振器間隔の違いによる位相速度の違いは小さいと仮定して、複数の受振器間隔を考慮した一つの理論分散曲線を決定する手法を提案する。具体的には、まず角周波数 ω ごとに位相速度 c を変えながら、次式のように RMS を計算する。

$$RMS(c, \omega) = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_j \left\{ J_0\left(\frac{\omega \Delta x_j}{c(\omega)}\right) - \sum_{i=0}^n \frac{P_i(\omega)}{P(\omega)} \cdot J_0\left(\frac{\omega \Delta x_j}{c_i(\omega)}\right) \right\}^2} \quad (10)$$

ここで Δx_j は N 個の観測における受振器間隔のうち j 番目の値である。式 (9) との違いは、RMS の計算において、複数の受振器間隔の和をとっている点である。ある角周波数 ω_k に対する理論見掛け位相速度 $c_s(\omega_k)$ は RMS を最小とする位相速度とする。高次モードを含む微動データに対し、拡張 SPAC 法により求められた観測位相速度は、この理論見掛け位相速度に対応していると考えられる。インバージョンに必要な誤差評価の目的関数は次式のように定義される。

$$\sqrt{\sum_k \{c_{obs}(\omega_k) - c_s(\omega_k)\}^2} \rightarrow Minimize \quad (11)$$

ここで、 $c_{obs}(\omega_k)$ は観測データから拡張 SPAC 法により推定された観測位相速度である。

3.1.2 SPAC 係数を用いる手法

SPAC 法により分散曲線を推定することは、周波数軸を経験則によって深度に変換することで簡単に地下構造の把握ができるという点において大変重要である。しかしながら、前述したような手続きによりインバージョン解析まで行う場合には、分散曲線（位相速度）を推定しなくても、インバージョン解析は可能である。すなわち、見掛け位相速度の推定を行うことなく、観測 SPAC 係数と仮定したモデルから計算できる理論 SPAC 係数の比較を行う方法である。

Asten et al. (2004) は微動に含まれる基本モードが卓越すると仮定し、位相速度を推定することなく、SPAC 係数を使ってインバージョンを行っている。インバージョンに必要な誤差評価の目的関数は次式のように定義される。

$$\sqrt{\sum_k \sum_j \left\{ SPAC_{obs}(\omega_k, \Delta x_j) - J_0 \left(\frac{\omega_k \Delta x_j}{c(\omega_k)} \right) \right\}^2} \rightarrow Minimize \quad (12)$$

ここで、 $SPAC_{obs}(\omega_k, \Delta x_j)$ は観測データから推定された観測 SPAC 係数である。

さらにこの手法は、高次モードを考慮した式 (6) で定義された SPAC 係数に容易に適用することが可能である。岡田 (2008) で言及されているように、見掛け位相速度を計算する場合とは異なり、SPAC 係数をベッセル関数で近似する必要がないため、インバージョンの際、モデル推定誤差の低減が望める。微動データに高次モードが含まれており、また受振器間隔が異なるデータが存在する場合には、インバージョンの目的関数は次式のように表される。

$$\sqrt{\sum_k \sum_j \left\{ SPAC_{obs}(\omega_k, \Delta x_j) - \sum_{i=0}^n \frac{P_i(\omega)}{P(\omega)} \cdot J_0 \left(\frac{\omega_k \Delta x_j}{c_i(\omega_k)} \right) \right\}^2} \rightarrow Minimize \quad (13)$$

3.1.3 見掛け位相速度と SPAC 係数を用いた解析手法の比較

Fig. 2 に、見掛け位相速度と SPAC 係数を用いたインバージョン解析のフローチャートを示す。左側が観測データ解析、右側が仮定した地下構造モデルに対する理論計算のフローチャートである。インバージョン解析ではこれらの観測値と理論値の誤差を最小にするモデルを選び、それを推定構造モデルとして採用する (Fig. 2 中央)。観測データの解析手法として拡張 SPAC 法を用いると

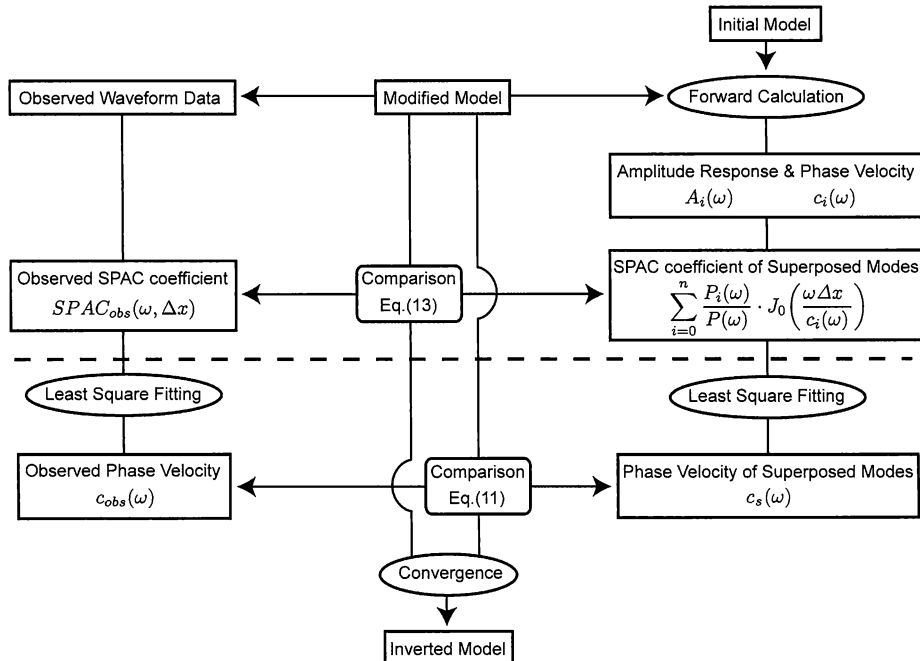


Fig. 2. Flow of microtremor data analysis using higher modes.

する。見掛け位相速度を用いた手法では理論見掛け位相速度を求めるために、各モードの理論位相速度と相対振幅から計算される理論 SPAC 係数をベッセル関数にフィッティングする必要がある (Fig. 2 Least Square Fitting)。前述したように高次モードを含む場合の理論 SPAC 係数はベッセル関数では表現できないので、ベッセル関数を近似することにより誤差が生じる可能性がある。観測 SPAC 係数から観測見掛け位相速度を求める場合も同様の誤差が予想される。

一方、SPAC 係数を用いた解析手法は、SPAC 係数の段階まで (Fig. 2 破線より上) でインバージョン可能であり、位相速度を推定する必要がないため、見掛け位相速度を計算する場合に生じる誤差は発生しない。このように、SPAC 係数を用いた手法は、高次モードを考慮することや複数の受振器間隔のデータを同時に扱うことによる誤差が生じないという点で、見掛け位相速度を用いた手法より優れているといえる。

以上の考察から、高次モードを考慮する解析においては、Asten et al. (2004) によって提案された SPAC 係数で解析を行う手法が、異なる受振器間隔の影響を正確に扱うことができ、より合理的な解析方法であると考えられる。しかしながら、観測データから計算される SPAC 係数には、バラつきが大きく、理論的な SPAC 係数から外れるものもあるため、安定的なインバージョンを行うためには、Wathelet et al. (2005) が行っているように矛盾しない SPAC 係数を選ぶ必要がある。しかし、現状では適用例も少なく、SPAC 係数を用いた安定的なインバージョンが確立されているとはいえない。これは、理論値計算自体の問題ではなく、インバージョンにおける問題であるため、本稿では観測値と理論値の整合性の検証に留め、インバージョンに関する議論は行わないこ

ととした。

実用的な解析手法を考える際には、インバージョン解析として Asten et al. (2004) の SPAC 係数を利用する方法を採用するにしても、Fig. 2 の左のデータ解析フローチャートにしたがって観測見掛け位相速度を事前に求めておくことは重要であると考えられる。その理由は、この観測見掛け位相速度からインバージョン解析において必要となる初期モデルに関して、多くの情報を得ることができると考えられるためである。

3.2 高次モードが卓越する微動波形のシミュレーション

今まで我々は、高次モードを含んだ微動データに対する拡張 SPAC 法の適用に関して、問題点を整理して新しい手法の提案を行った。SPAC 係数を用いた解析手法についてはシミュレーションデータやフィールドデータに対して観測された観測 SPAC 係数と、高次モードを考慮した理論 SPAC 係数との整合性の検証はなされていない。そこで、高次モードが卓越する四層構造に対して、DWI (Bouchon and Aki, 1977) を用いた数値シミュレーションにより、これらの手法に対して検討を行った。

Fig. 3 に仮定した水平四層構造モデルを示す。このモデルは、第二層の S 波速度が第三層より大きいため、中間支持層が存在するようなモデルと解釈できる。この地下構造モデルに対してコンパウンド・マトリックス法により、理論分散曲線と波のパワー比率を求めた。Fig. 4 にその結果をそれぞれ 2 次モードまで示す。Fig. 4b から明らかなように、5Hz から 7.5Hz においては 1 次モードの波のパワーが高い比率をとっており、式 (6) で表される SPAC 係数において 1 次モードの影響が予想される。

Fig. 5 に DWI によるシミュレーションから計算され

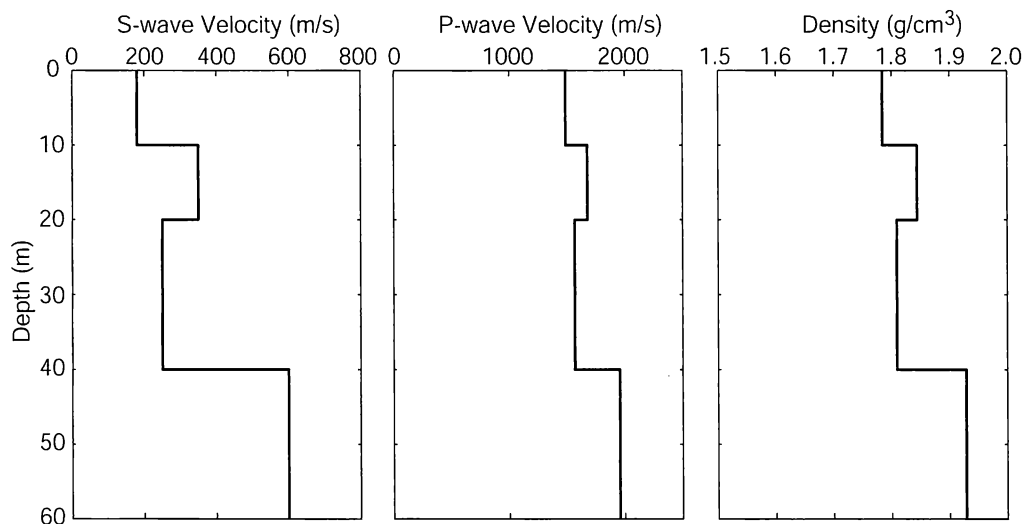


Fig. 3. Model for simulation.

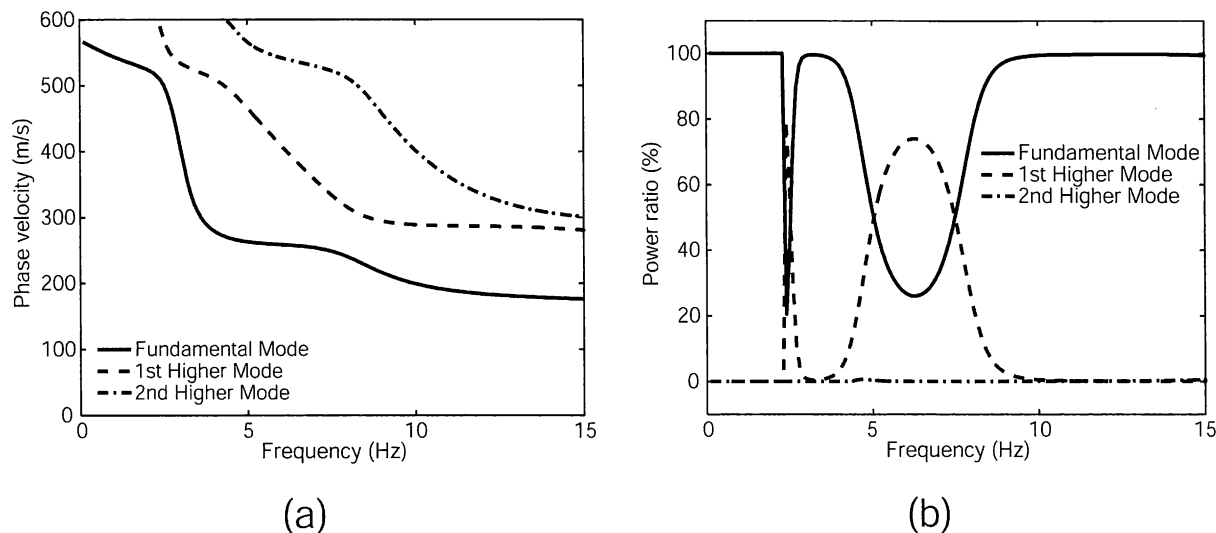


Fig. 4. Dispersion curve (a) and power ratio (b) calculated from the simulated model.

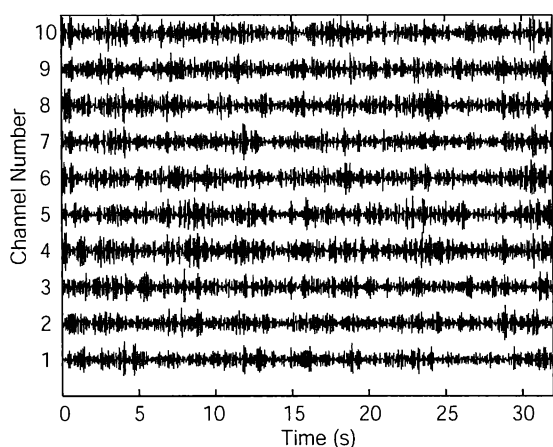


Fig. 5. A part of simulated waveforms. Total data length is about 10 minutes.

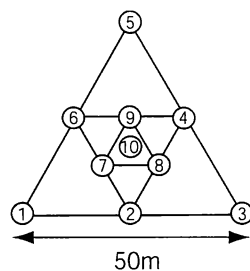


Fig. 6. Array shape.

た微動波形データを示す。震源波形としては中心周波数 8Hz のリッカーウェーブレットを加え、減衰定数として

は Q 値を 10000 とすることで、非弾性的な減衰の影響を無視している。また、観測アレイは Fig. 6 に示す正三角形のアレイである。この擬似微動データに対し、拡張 SPAC 法により観測分散曲線 (Fig. 7a 白丸) を推定した。さらに式 (10) を用いて計算される理論見掛け位相速度 (灰色の実線) を Fig. 7a に示す。また、Fig. 7a には仮定した地下構造モデルに対する基本モードと 1 次モードの理論分散曲線も図示した。

シミュレーションによって作成された微動波形データから推定された観測分散曲線は、1 次モードの比率が高い範囲においては基本モードと 1 次モードの間に存在しており、式 (10) から計算される理論見掛け位相速度と整合的な結果であることがわかる。逆にいうと、拡張 SPAC 法で得られる分散曲線は、高次モードが含まれている場合には、各モードのパワーを使って重み付けられた値に近く、モード間でのジャンプは起こしていないといえる。

また、Fig. 7b に受振器間隔 33.1m に対応する微動データから計算される観測 SPAC 係数 (白丸) と、地下構造モデルから計算される理論 SPAC 係数 (灰色の実線) を示す。基本モードのみの理論 SPAC 係数 (黒の実線) は第一種零次のベッセル関数であり、1 次モードの比率が高い範囲 (5~7.5Hz 付近) において観測値とのズレが大きくなっているが、式 (6) によって高次モードを考慮した SPAC 係数は 1 次モードの比率が高い範囲においても整合的な値をとっていることがわかる。以上の結果から、高次モードの影響が大きく、異なる受振器間隔で取得された微動の波形データに対しても、今回提案した二つの手法はインバージョンに必要となる理論値として利用可能であると考えられる。

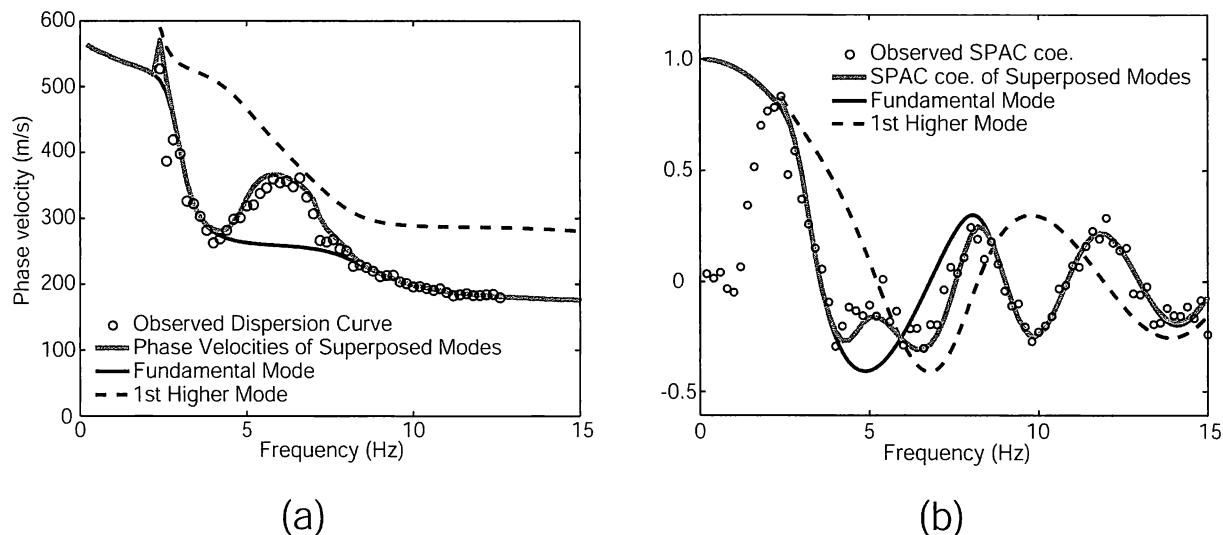


Fig. 7. (a) Observed dispersion curve and phase velocities of superposed modes. (b) Observed SPAC coefficient and SPAC coefficient of superposed modes corresponding to $\Delta x=33.1\text{m}$.

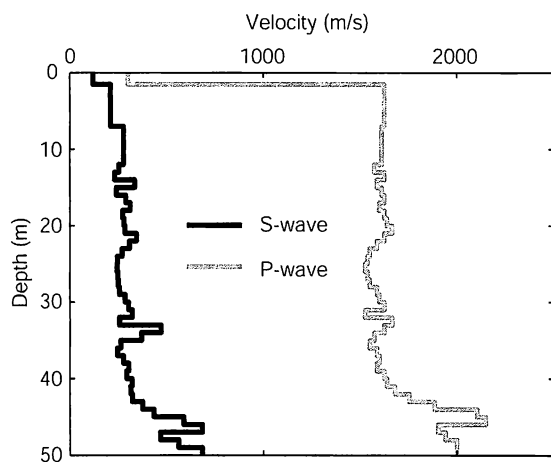


Fig. 8. S- and P- wave velocity models obtained by PS-logging.

4. フィールドデータでの検討

4.1 水平成層構造モデルの作成

高次モードの影響が大きいと考えられるフィールドデータに対し、高次モードを考慮した SPAC 係数について検討を行った。データが取得されたサイトは茨城県つくば市の応用地質本社敷地内である。受振器としては固有周波数 2Hz の速度型地震計 L-22D を使用し、受振器の配置は Fig. 6 と同じ形状の最大辺長 30m のアレイである。サンプリング間隔は 2msec で、8192 サンプルのデータを 20 ファイル用いて解析を行った。また、このサ

イトでは、ボーリングにより詳細な S 波速度、P 波速度が取得されている (鈴木・高橋, 1999)。そこで、これらを用いてボーリングデータから水平成層構造モデル (Fig. 8) を作成した。この地下構造モデルに対してコンパウンド・マトリックス法により理論分散曲線と波のパワー比率を求めた。Fig. 9 にそれぞれ 2 次モードまで示す。この結果から高次モードのパワーの比率は大きく、微動の観測データにおいても高次モードの影響が予想される。

4.2 データ解析

フィールドにおいて観測された微動データに対して、拡張 SPAC 法を適用して推定された観測見掛け位相速度 (白丸) と、Fig. 8 の地下構造に対して、式 (10) によって決まる理論見掛け位相速度 (灰色の実線) を Fig. 10a に示す。また、Fig. 10a には仮定した地下構造モデルに対する基本モードと 1 次モードの理論分散曲線も図示した。基本モードのパワーに対して 1 次モードのパワーが無視できない範囲 (5~10Hz) においては、基本モードと 1 次モードの間に理論見掛け位相速度が存在している。シミュレーション結果と同様、観測見掛け位相速度は理論値に整合的な結果であることがわかる。

また、Fig. 10b に、受振器間隔 15.0m に対応する微動データから計算される SPAC 係数と理論値を示す。観測 SPAC 係数は、第一種零次のベッセル関数からは大きくかけ離れており、基本モードのみの理論 SPAC 係数に比べ、高次モードを考慮した SPAC 係数の方が観測データに整合的であることがわかる。以上の結果から、今回提案した高次モードが存在する場合の理論位相速度と

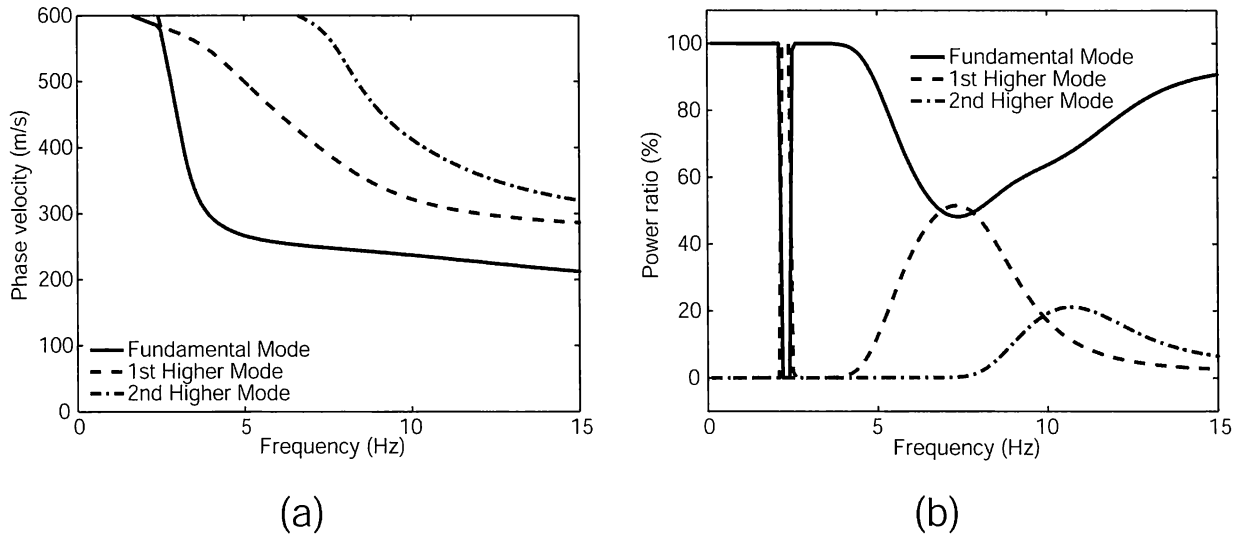


Fig. 9. Dispersion curve (a) and power ratio (b) calculated from the model based on PS-logging.

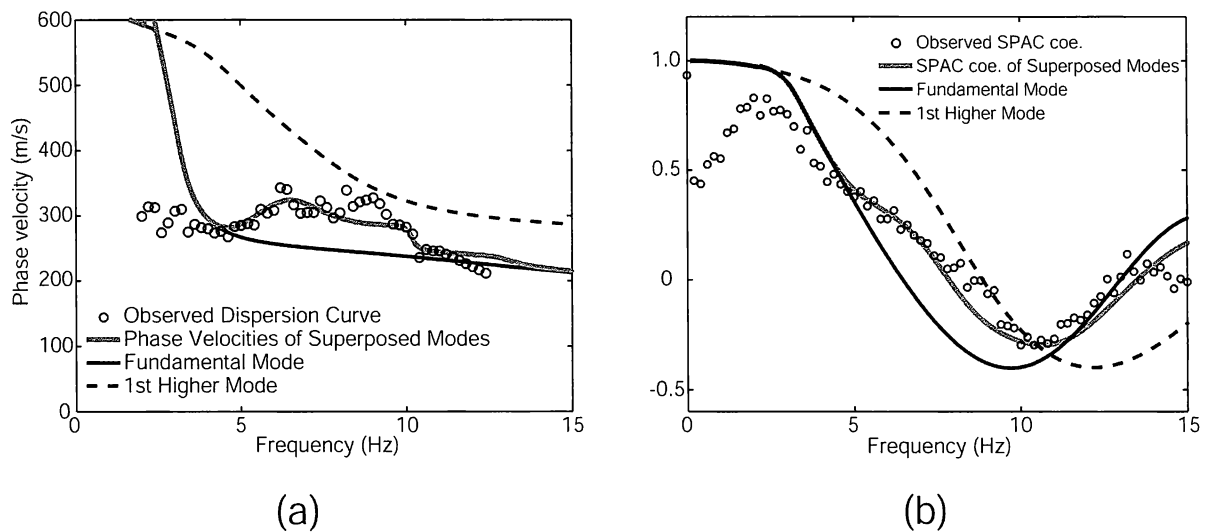


Fig. 10. (a) Observed dispersion curve and phase velocities of superposed modes. (b) Observed SPAC coefficient and SPAC coefficient of superposed modes corresponding to $\Delta x=15.0\text{m}$.

SPAC 係数の計算方法は、インバージョンに必要となる理論値として利用可能であると考えられる。

5. まとめ

本研究では、高次モードを考慮した SPAC 法に関して考察を進めるために、数値シミュレーションにより作成した微動の波形データとフィールドデータをもとに検討を行った。従来、提案されている高次モードを考慮した SPAC 法は、複数の受振器間隔で取得された微動データにそのまま適用することはできない。そこで、複数の受

振器間隔で取得された微動データに対して、①見掛け位相速度を用いた解析手法と②SPAC 係数を用いた解析手法の可能性を提案した。

まず、DWI を用いた微動波形に対するシミュレーションを高次モードが卓越する四層構造に対して行った。この擬似微動データに対して拡張 SPAC 法により推定された観測位相速度は、理論見掛け位相速度によく一致した。このことから、高次モードを含む微動の解析において、SPAC 法を利用して推定された観測分散曲線はモード間をジャンプするようなことは生じていないと考えられる。理論見掛け位相速度は、理論 SPAC 係数とベッセル関数

の二乗誤差を計算し、さらに受振器間隔で和をとった値 (式 (10)) が最小となる位相速度により定義した。また、微動の波形データから推定された観測 SPAC 係数は理論 SPAC 係数に整合的な値であった。

次に、高次モードの影響が大きいとされるフィールドデータに対し、ボーリングデータにより水平成層構造モデルを作成し、同様の検討を行った。その結果、基本モードのみを利用した手法に比べ、今回検討した高次モードを考慮した手法に整合的な観測位相速度および SPAC 係数が得られていることがわかった。

以上の結果から、今回提案した二つの解析手法は、高次モードが卓越するデータに対してインバージョンに必要な理論値を計算する手法として有用であろうと考えている。しかしながら、インバージョンまで含めた考察を行っていないため、ここで検討を加えた二つの解析手法のどちらが優れているのか判断するまでには至っていない。そのために高次モードを含む微動データに対して、位相速度を用いたインバージョンと SPAC 係数を用いたインバージョンについて考察を行うことを考えている。

最近、横井・マルガリヤン (2008) は地震波干渉法理論に基づき、微動解析における SPAC 法理論による定式化と調和的な結果を導出している。その結果によれば、式 (6) で表される高次モードを考慮した SPAC 係数における各モードのパワー比 (相対パワー分配係数) を導出することできる。しかし、それは今回われわれの解析において各モードのパワー比として用いた Tokimatsu et al. (1992) による各モードの相対振幅 (式 (8)) とは異なるものである。それぞれの相対パワー分配係数の違いについては、横井 (2009) を参照にされたい。また、横井らの手法により、本稿で提案した異なる受振器間隔を考慮した高次モードの解析を行うことが可能である。今後、横井の理論による高次モードの解析手法についても検討していきたい。

謝 辞

匿名の査読者には本稿を改善するために、大変貴重な助言を頂きました。ここに記して深く感謝致します。

参 考 文 献

- Aki, K. (1957): Space and time spectra of stationary stochastic waves, with special reference to microtremors, *Bull. Earthq. Res. Inst.*, 35, 415-456.
- Asten, M. W., Dhu, T., and Lam, N. (2004): Optimised array design for microtremor array studies applied to site classification; observations, results and future use, *Proc. 13th World Conf. Earthq. Eng.*, Paper 2903.
- (2006): On bias and noise in passive seismic data

- from finite circular array data processed using SPAC methods, *Geophysics*, 71, V153-V162.
- Bonnefoy-Claudet, S., Cotton, F., and Bard, P.-Y. (2006): The nature of noise wavefield and its applications for site effects studies: A literature review, *Earth-Science Reviews*, 79, 205-227.
- Bouchon, M., and Aki, K. (1977): Discrete wave-number representation of seismic-source wave fields, *Bull. Seism. Soc. Am.*, 67, 259-277.
- Capon, J. (1969): High-resolution frequency-wavenumber spectrum analysis, *Proc. IEEE*, 57, 1408-1418.
- Chávez-García, F. J., and Luzón, F. (2005): On the correlation of seismic microtremors, *J. Geophys. Res.*, 110, B11313.
- Cho, I., Tada, T., and Shinozaki, Y. (2006): Centerless circular array method: Inferring phase velocities of Rayleigh waves in broad wavelength ranges using microtremor records, *J. Geophys. Res.*, 111, B09315.
- Harkrider, D. G. (1964): Surface waves in multilayered elastic media, I. Rayleigh and Love waves from buried sources in a multilayered elastic half-space, *Bull. Seism. Soc. Am.*, 54, 627-679.
- (1970): Surface waves in multilayered elastic media, II. Higher mode spectra and ratios from point sources plane layered earth models, *Bull. Seism. Soc. Am.*, 60, 1937-1987.
- 林 宏一・齋藤正徳(2004): 表層が高速度の地盤における P-SV 波動場の分散曲線とその解析, 物理探査学会第 110 回学術講演会論文集, 39-42.
- Louie, J. N. (2001): Faster, better: shear-wave velocity to 100 meters depth from refraction microtremor arrays, *Bull. Seism. Soc. Am.*, 91, 347-364.
- 小淵卓也・山本英和・佐野 剛・齋藤徳美(2004): 盛岡市における微動に含まれるレイリー波の基本モードと高次モードを考慮した地下構造推定, 物理探査学会第 111 回学術講演会論文集, 25-28.
- Ohori, M., Nobata, A., and Wakamatsu, K. (2002): A comparison of ESAC and FK methods of estimating phase velocity using arbitrarily shaped microtremor arrays, *Bull. Seism. Soc. Am.*, 92, 2323-2332.
- 岡田 廣・松島 健・森谷武男・笹谷 努(1990): 広域・深層地盤調査のための長周期微動探査法, 物理探査, 43, 402-417.
- Okada, H. (2003): *The microtremor Survey Method*, Geophysical Monograph, No.12, Society of Exploration Geophysicists, Tulsa.
- 岡田 広(2008): 微動探査の現状と課題, 物理探査, 61, 445-456.
- 凌 甦群・岡田 広(1993): 微動探査法における空間自己相関法の拡張, 物理探査学会第 89 回学術講演会論文集, 44-48.
- Saito, M. (1988): DISPER80: A Subroutine Package for Calculation of Seismic Normal-Mode Solution, in D. J.

- Doorbos, ed., *Seismological Algorithm*, Academic Press.
- 齋藤正徳・柁沢宏之(1993): 成層構造に対する反射率, 表面波分散曲線の計算Ⅱ. レーリー波の計算, 物理探査, **46**, 283-298.
- 鈴木晴彦・高橋 亨(1999): つくば市における微動探査法を用いた S 波速度構造探査 —深層ボーリング孔データとの比較—, 物理探査学会第 101 回学術講演会論文集, 50-53.
- Tokimatsu, K., Tamura, S., and Kojima, H. (1992): Effects of multiple modes on Rayleigh wave dispersion characteristics, *J. Geotech. Eng.*, ASCE, **118**, 1529-1543.
- Wathelet, M., Jongmans, D., and Ohrnberger, M. (2005): Direct inversion of spatial autocorrelation curves with the neighborhood algorithm, *Bull. Seism. Soc. Am.*, **95**, 1787-1800.
- 山中浩明・石田 寛(1995): 遺伝的アルゴリズムによる位相速度の逆解析, 日本建築学会構造系論文集, **468**, 9-17.
- (2001): 焼きなまし法による位相速度の逆解析—遺伝的アルゴリズムとの性能比較—, 物理探査, **54**, 197-206.
- ・内山知道(2008): 微動探査と地震波干渉法による松本盆地の S 波速度構造の推定, 物理探査, **61**, 469-482.
- 横井俊明・ソス マルガリャン(2008): 地震波干渉法理論に基づく SPAC 法の再検討, 物理探査, **61**, 87-99.
- (2009): 微動の相関解析により得られる表面波分散曲線の地震波干渉法理論に基づくデュアルモード・インバージョン, 物理探査, **62**, 521-523.

Multi-mode analysis of Spatial Auto Correlation (SPAC) method considering different correlation distance

Tatsunori Ikeda *, Toshifumi Matsuoka*, Takeshi Tsuji* and Koichi Hayashi**

ABSTRACT

In microtremor data analysis, the fundamental mode component has been considered as predominant. However, recent studies demonstrate that microtremor analysis such as the SPAC method requires consideration of higher modes of surface waves. To investigate microtremor data including the higher modes, we review analysis methods by using simulated microtremor data. Although calculation of phase velocities of superposed modes from SPAC coefficient has been proposed for microtremor analyses which include the higher modes, we cannot apply these methods to microtremor data obtained using multiple-receiver spacing. Here, we propose two new methods which can analyze data with multiple-receiver spacing. The first method calculates the phase velocities of superposed modes incorporating multiple-receiver spacing. The second is to compare the observed value with the theoretical value in SPAC coefficient. As a result, phase velocity and SPAC coefficient calculated from simulated microtremor data are well consistent with those derived from these two methods. By applying to field data, these two methods can be considered as applicable methods. It is concluded that these new analysis methods enable us to use higher modes in the microtremor data obtained from multiple-receiver spacing.

Keywords: microtremor array measurements, SPAC method, higher modes, microtremors, surface wave