

knotted torus の peripheral subgroup と surface group の second homology について

神戸大自然科学 風間健一郎

(Ken-ichiro Kazama)

§1. Introduction

F を S^4 に埋め込まれたトーラス, X をその exterior,
 $i: \partial X \hookrightarrow X$ を inclusion とする。 F の peripheral subgroup とは
 $i_*(\pi_1(\partial X))$ のこと。 $\pi_1(\partial X) \cong \mathbb{Z} \oplus \pi_1(F)$ で, $\mathbb{Z}$ は i_* で injective
 に $\pi_1(X)$ へ入るから, $i_*(\pi_1(\partial X)) \cong \mathbb{Z} \oplus (\pi_1(F) \text{ の quotient })$ 。
 2 つめの factor を F の type とよび, $\tau(F)$ と書く。 また,
 $\pi_1(S^4 - F)$ を πF と書く。 さらに, 群 G, H に対して, $G \leq H$
 $\Leftrightarrow G$ は H の quotient, とする。 定義より $\tau(F) \leq \mathbb{Z}^2$, また,
 Hopf の定理より $H_2(\pi F) \leq \mathbb{Z}^2$ である。 ここで, Hopf の定理とは
 次のもの。

定理. X を連結な CW-complex とする。 $H: H_2(X) \rightarrow H_2(\pi_1(X))$

が存在して, $\pi_2(X) \xrightarrow{h} H_2(X) \xrightarrow{H} H_2(\pi_1(X)) \rightarrow 0$: exact.

ただし h は Hurewicz の準同型。

$H_2(\pi F)$ については, 上の事実の逆が, Litherland により示さ

れている。

定理 (Litherland). 任意の $A \leq \mathbb{Z}^2$ に対して, $H_2(\pi F) \cong A$ となるトーラス $F \subset S^4$ が存在する。

一方, $\pi(F)$ についてはあまり知られていない。 F が unknotted (S^4 で solid torus を bound する) のとき 0, F が knot を spin してできるトーラスのとき $\mathbb{Z}$, また, Asano, Litherland により $\pi(F) \cong \mathbb{Z}^2$ となる例が知られている。しかし $\pi(F)$ が free abelian でない例は, Boyle により $\mathbb{Z}_m$, $m=2, 5, 10$ の3つが知られているのみであった。

Litherland により, $H_2(\pi F) \leq \pi(F) \leq \mathbb{Z}^2$ の関係が知られている。そこで, 次の問題を考える。

問題. $A \leq B \leq \mathbb{Z}^2$ をみたす任意の abel 群の組 (A, B) に対して, $H_2(\pi F) \cong A$, $\pi(F) \cong B$ となるトーラス $F \subset S^4$ が存在するか?

ここでは, 部分的な解として, 次のことを示す。

定理. abel 群 A, B が次の条件をみたすとき,

$H_2(\pi F) \cong A$, $\pi(F) \cong B$ となるトーラス F が存在する。

条件: $A \leq B$, $B \cong \mathbb{Z}_m$ or $\mathbb{Z}_m \oplus \mathbb{Z}$, $m=0, 1, 2, \dots$

ただし $A \cong \mathbb{Z}_m \oplus \mathbb{Z}$, $B \cong \mathbb{Z}_m \oplus \mathbb{Z}$, $m|m$, を除く。

以下, この証明をいくつかの場合に分けて, 述べる。なお, $H_2(\pi F)$ も $\pi(F)$ も connected sum に対して直和になるので, 上

の結果の, genus が 2 以上の場合への適当な拡張も可能である。

PL または smooth の category で考えるものとし, ホモロジー群の係数はすべて $\mathbb{Z}$ とする。位数が m の巡回群は $\mathbb{Z}_m$ で表わし, 特に $\mathbb{Z}_0 = \mathbb{Z}$, $\mathbb{Z}_1 = 0$ とする。整数 p , $\mathfrak{p}$ に対して,
 $p|\mathfrak{p} \Leftrightarrow p$ は $\mathfrak{p}$ の約数, また, $(p, \mathfrak{p}) = p \times \mathfrak{p}$ の最大公約数。

§2. $H_2(\pi F) = 0$, $\pi(F) \cong \mathbb{Z}_p$.

このような F は, trefoil の 6-twist-spun 2-knot に 1-handle を attach することにより得られる。詳しくは, この講究録中の, 金信氏による項を参照していただく。

§3. satellite について

§4 以下で, §2 の条件を満たす F をもとにして, 残りの場合のト-ウスを構成する。ここでは, その際必要となる構成法について述べる。

K を, $D^2 \times \partial B^2$ の内部に含まれる knot とする。solid torus $D^2 \times \partial B^2$ が $\mathbb{R}^3$ に standard に埋め込まれていると考え, 同時に K を $\mathbb{R}^3$ 内の knot とする。 $T = K \times S' \subset D^2 \times \partial B^2 \times S'$ とおく。
 $F \subset S^4$ をト-ウスとし, $\alpha: \{0\} \times \partial B^2 \times S' \rightarrow F$ を homeomorphism とする。ただし 0 は D^2 の中心, また, $1 \in \partial B^2$, S' または ∂D^2 上の一点を表わす。 $\beta: D^2 \times \partial B^2 \times S' \rightarrow S^4$ を, α の cano-

nical extension とする。ここでの canonical extension とは次のように意味: β は α の拡張であり、 τ , $\beta \in \{1\} \times \partial B^2 \times S'$ に制限しても $\tau \in \beta'$ とする。また、 $\beta'_* : H_1(\{1\} \times \partial B^2 \times S') \rightarrow H_1(S' - F)$ は 0-map。 $F^* = \beta(T)$ のことを τ , $T \in \text{pattern}$, $F \in \text{companion}$ とする satellite torus と呼ぶ。

πF^* は、 F の exterior と $D^2 \times \partial B^2 \times S' - T$ から、van Kampen の定理で計算できる。 $G = \pi_1(D^2 \times \partial B^2 \times S' - T) = \pi_1(D^2 \times \partial B^2 - K) \times \langle t | - \rangle$, $H = \pi_1(\partial D^2 \times \partial B^2 \times S')$ とおく。ただし t は loop $1 \times 1 \times S'$ で表わされるもの。 H の generator x , y, z とする。
 $\alpha_+ : H \rightarrow \pi F$ は、 $\beta|_{\partial D^2 \times \partial B^2 \times S'}$ から induce される map, また、 $i : \partial D^2 \times \partial B^2 \times S' \hookrightarrow D^2 \times \partial B^2 \times S' - T$ は inclusion とする。すると、
 $\pi F^* \cong \langle \pi F, G \mid \alpha_+(h) = i_*(h), h \in H \rangle$ である。 $\bar{G} \subset \bar{H}$ と、
 $\bar{G} = \langle G \mid i_*(h) = 1, h \in \ker \alpha_+ \rangle$, $\bar{H} = \langle H \mid h = 1, h \in \ker \alpha_+ \rangle$
 で定義し、 $\bar{\alpha}_+$, $\bar{i}_*$ と、次の図式が可換になるものとする。

$$\begin{array}{ccccc} \pi F & \xleftarrow{\alpha_+} & H & \xrightarrow{i_*} & G \\ \text{id} \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\ \pi F & \xleftarrow{\bar{\alpha}_+} & \bar{H} & \xrightarrow{\bar{i}_*} & \bar{G} \end{array}$$

ただし 2 つの $\downarrow$ は canonical projection. 定義より $\bar{\alpha}_+$ は単射で、また、§4 以下において $\bar{i}_*$ も単射である。したがって

$$(*) \quad \pi F^* \cong \langle \bar{G}, \pi F \mid \bar{\alpha}_+(\bar{h}) = \bar{i}_*(\bar{h}), \bar{h} \in \bar{H} \rangle$$

であり, これは amalgamated free product として表示される。
 である。一般に, amalgamated free product $G = G_1 *_A G_2$ に対し
 して, Mayer-Vietoris の完全系列:

$$\cdots \rightarrow H_i(A) \rightarrow H_i(G_1) \oplus H_i(G_2) \rightarrow H_i(G) \rightarrow H_{i-1}(A) \rightarrow \cdots$$

が成り立つ。また, $(i_*, -\bar{\alpha}_*) : H_1(\bar{H}) \rightarrow H_1(\bar{G}) \oplus H_1(\pi F)$ は
 単射なので, (*) より,

$$(**) \quad H_2(\bar{H}) \rightarrow H_2(\bar{G}) \oplus H_2(\pi F) \rightarrow H_2(\pi F^*) \rightarrow 0$$

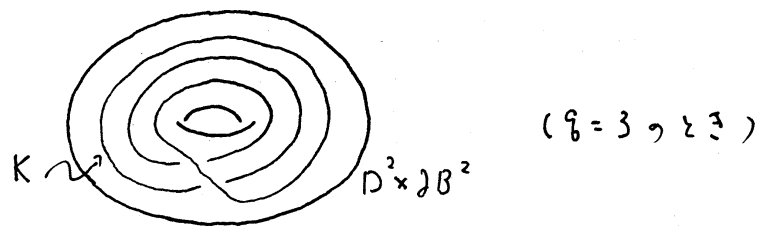
を得る。

$D^2 \times \partial B^2$ の K の tubular neighbourhood を V とする。 $\beta(V \times S^1)$
 が F^* の tub. mbd である。したがって, μ, λ は K の meridian,
 longitude と表わすと, F^* の peripheral subgroup は, $t, \mu,$
 λ (の πF^* の中での images) で生成される。 μ は F^* の meridian
 になるので, $\tau(F^*)$ は t と λ で生成される。

$$\S 4. \quad H_2(\pi F^*) \cong \mathbb{Z}_g, \quad \tau(F^*) \cong \mathbb{Z}_p, \quad g|p.$$

ここでは, satellite をとることにし, 上のようには F^* を
 構成する。したがって, $g=0$, つまり $H_2(\pi F) \cong \mathbb{Z}$, $\tau(F) \cong \mathbb{Z}$ であ
 るような F は Gordon が構成しているので, $g \geq 1$ とする。

companion として, $H_2(\pi F) = 0$, $\tau(F) \cong \mathbb{Z}_p$ となる F をと
 る。また, K として, $D^2 \times \partial B^3$ 内の $(g, 1)$ -torus knot をとる。
 従って, K は, (i) $H_1(D^2 \times \partial B^3)$ に属する generator の g 倍,



(ii) $\mathbb{R}^3$ で trivial, (iii) $D^2 \times B^2$ で geometrically essential. (iii) より, i_* が, 従, τi_* が, 単射であることがわかる。また, $\tau(F) \cong \mathbb{Z}_p$ だから, α と 1 で $\ker \alpha_* = \langle \gamma \rangle \oplus \langle z^p \rangle$ となるものをとる,
 $G = \pi_1(D^2 \times B^2 - K) \times \langle t \mid - \rangle$ で, $i_*(z) = t$. また,
 $\langle \pi_1(D^2 \times B^2 - K) \mid i_*(\gamma) = 1 \rangle$ は, $D^2 \times B^2 - K$ に, $1 \times B^2$ に沿って 2-cell を張りつけたものの π_1 . これは $\mathbb{R}^3 - K$ とホモトピー同値だから, $\bar{G} = \langle G \mid i_*(\gamma) = i_*(z^p) = 1 \rangle = \pi_1(\mathbb{R}^3 - K) \times \langle t \mid t^p = 1 \rangle$
 $= \langle \mu \mid - \rangle \oplus \langle t \mid t^p = 1 \rangle$ (iii より $\pi_1(\mathbb{R}^3 - K) = \langle \mu \mid - \rangle \cong \mathbb{Z}$). また,
 $\bar{H} = \langle \alpha \mid - \rangle \oplus \langle z \mid z^p = 1 \rangle$ で, $\bar{i}_*: \bar{H} \rightarrow \bar{G}$ により, $\bar{i}_*(\alpha) = g\mu$,
 $\bar{i}_*(z) = t$ である。Künneth の定理より, $\bar{i}_*: H_2(\bar{H}) \rightarrow H_2(\bar{G})$ は次のように split する。

$$\begin{array}{ccc}
 H_2(\bar{H}) & \xrightarrow{\bar{i}_*} & H_2(\bar{G}) \\
 \parallel & & \parallel \\
 H_1(\mathbb{Z}) \otimes H_1(\mathbb{Z}_p) & & H_1(\mathbb{Z}) \otimes H_1(\mathbb{Z}_p) \\
 \parallel & & \parallel \\
 \mathbb{Z} \otimes \mathbb{Z}_p & \xrightarrow{\text{id.}} & \mathbb{Z} \otimes \mathbb{Z}_p \\
 & \searrow \times g \nearrow & \\
 & &
 \end{array}$$

$H_2(\pi F) = 0$ であるから, $(**) \downarrow$,

$$H_2(\pi F^*) \cong \mathbb{Z}_{\text{cp. } g} = \mathbb{Z}_g.$$

$\tau(F^*)$ は t と λ で生成されるが, knot K の条件 (iii) より,

λ は $\bar{G}$ で trivial. $\exists t$, t は $\bar{G}$ で order p であり, $\bar{G} \hookrightarrow \pi F^*$ なる $\bar{G}$ がある,

$$\tau(F^*) \cong \mathbb{Z}_p.$$

[Remark] ここでは, K は上の (i), (iii) をみたす $\mathbb{Z}$ の $\mathbb{Z}_p$ で trivial, は仮定しない. sphere theorem より, $D^3 \times \partial B^2 - K$ は aspherical. 従って $H_2(G) = H_2((D^3 \times \partial B^2 - K) \times S')$ である. m, l を, K の meridian と longitude と取れば, $D^3 \times \partial B^2 - K$ の π の loop とする. $H_2((D^3 \times \partial B^2 - K) \times S')$ は, 3 つの generator, $[m \times l], [m \times S'], [l \times S']$ を持つ. $D^3 \times \partial B^2 - K$ に, $1 \times \partial B^2$ に沿って 2-cell e^2 を張りつめると, $H_2(\{(D^3 \times \partial B^2 - K) \cup e^2\} \times S')$ において, $[l \times S'] = 0$. $(D^3 \times \partial B^2 - K) \cup e^2$ を $D^3 - K$ と同一視し, D^3 の外側に 3-cell e^3 を張りつめると, $S^3 - K$ を得る. $H_2((S^3 - K) \times S')$ において, $[m \times l] = 0$. e^3 を張りつめて基本群は変わらないことに注意して, 次の可換図式を考える.

$$\begin{array}{ccc} H_2(G) & \xleftarrow{=} & H_2((D^3 \times \partial B^2 - K) \times S') \\ \downarrow & & \downarrow \\ H_2(\bar{G}) & \xleftarrow{H} & H_2((D^3 - K) \times S') \\ \parallel & & \downarrow \\ H_2(\bar{G}) & \xleftarrow{H} & H_2((S^3 - K) \times S') \end{array}$$

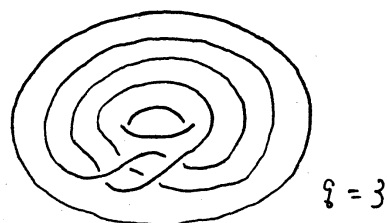
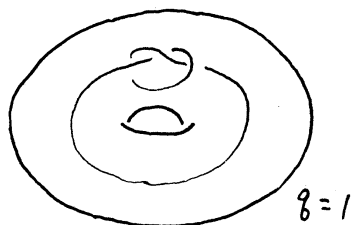
左の $\downarrow$ は projection, 右の 2 つの $\downarrow$ は inclusion による induce される map であり, H は Hopf の定理に出てくるもの. これらの map は

すべて全射である。従って, $H_2(G)$ の generator のうち, $[m \times S']$ に対応するものの image が $H_2(\bar{G})$ を生成し, $[m \times l], [l \times S']$ に対応するものの $H_2(\bar{G})$ での image は 0 である。 $H_2(\pi F) = 0$ とするよ様に F をと, したがって, $(**)$ より, $[m \times S']$ の image が $H_2(\pi F^*)$ を生成することになる。

この事實は, §6 で使われる。

§5. $H_2(\pi F^*) \cong \mathbb{Z}_g$, $\tau(F^*) \cong \mathbb{Z}_p \oplus \mathbb{Z}$, $g|p$

ここでは, 上のよ様な F^* を構成する。ただし, $g \geq 1$ とする。companion F と homeomorphism α は §4 と同じよに取る。つまり, $H_2(\pi F) = 0$, $\tau(F) \cong \mathbb{Z}_p$ で, α は, $\ker \alpha_* = \langle \eta \rangle \oplus \langle 2^p \rangle$ となるもの。 K のとり方は, 次のよにする。 $g=1$ のときは, $D^2 \times \partial B^2$ の core を local に knot させたものを K とし, $g \geq 2$ のときは, $D^2 \times \partial B^2$ 内の (g, r) -torus knot ($\mathbb{R}^3$ で non-trivial なもの) とする。



このとき K は, (i) $H_1(D^2 \times \partial B^2)$ における generator の $\frac{p}{g}$, (ii) $\mathbb{R}^3$ で non-trivial, (iii) $D^2 \times \partial B^2$ で geometrically essential.

ホモロジーの計算は, $(\pi_1(\mathbb{R}^3 - K) = \langle \mu | - \rangle)$ を除いて §4

と同一で、 $H_2(\pi F^*) \cong \mathbb{Z}_p$ を得る。しかし、 K の longitude λ は $\bar{G} = \pi_1(\mathbb{R}^3 - K) \times \langle t \mid t^p = 1 \rangle$ で t の order は ∞ であり、 $\bar{G} \subset \pi F^*$ だから、 $\tau(F^*) \cong \langle t \mid t^p = 1 \rangle \oplus \langle \lambda \mid - \rangle \cong \mathbb{Z}_p \oplus \mathbb{Z}$ である。

§6. $H_2(\pi F^*) \cong \mathbb{Z}_{g_1^*} \oplus \mathbb{Z}_{g_2^*}$, $\tau(F^*) \cong \mathbb{Z}_{p^*} \oplus \mathbb{Z}$, $g_i^* \mid p^*$

上のよう な F^* を構成する。ただし $g_i^* = 0$ は除き、また $g_i^* = 1$ のときは §5 で済んでいるので、 $g_i^* \geq 2$ とする。また $p^* = 0$ の場合は Litherland がこのよう な F^* を構成しているので、 $p^* \neq 0$ (従って $g_i^* \neq 0$) とする。

$P, g_1, g_2 \in \mathbb{Z}$, $P = p^* \times (p^*, g_2^*)$, $g_1 = g_1^*$, $g_2 = g_2^*$ で定める。 $g_i \mid P$ だから、§5 より、 $H_2(\pi F) \cong \mathbb{Z}_{g_i}$, $\tau(F) \cong \mathbb{Z}_p \oplus \mathbb{Z}$ となる F が存在する。この F を companion とし、 K は、§4 同様、 $(g_2, 1)$ -torus knot とする。また、 $\alpha \in \pi_1$, $\ker \alpha_+ = \langle y^p \rangle$ となるようにとる。 $\bar{H} = \langle H \mid \ker \alpha_+ = 1 \rangle = \langle x, y, z \mid y^p = 1 \rangle$, また、 $\bar{G} = \langle G \mid i_*(y^p) = 1 \rangle = \langle \pi_1(D^2 \times \partial B^2 - K) \mid i_*(y^p) = 1 \rangle \times \langle t \mid - \rangle$ 。1 つめの factor を P とおく。これは、 $D^2 \times \partial B^2 - K$ に、 $1 \times \partial B^2$ に沿って、2-cell $e^2 \in$, degree p の map で張りつけた空間の基本群： $\Gamma = \pi_1((D^2 \times \partial B^2 - K) \cup_p e^2)$ 。従って、 $H_1(P) = \langle \mu \mid - \rangle \oplus \langle y \mid y^p = 1 \rangle$ 。また、 $H_2(P) \cong \mathbb{Z}_p$ であることがわかる。

(**) を使って $H_2(\pi F^*)$ を計算するため、まず $i_*: H_2(\bar{H}) \rightarrow H_2(\bar{G})$ を決定する。K nneth の定理より、

$$H_2(\bar{H}) = H_2(\langle \alpha | - \rangle \oplus \langle \gamma | \gamma^p = 1 \rangle \oplus \langle z | - \rangle)$$

$$\cong H_2(\langle \alpha | - \rangle \oplus \langle \gamma | \gamma^p = 1 \rangle) \otimes H_0(\langle z | - \rangle)$$

$$\oplus H_1(\langle \alpha | - \rangle \oplus \langle \gamma | \gamma^p = 1 \rangle) \otimes H_1(\langle z | - \rangle),$$

$$H_2(\bar{G}) = H_2(P \times \langle t | - \rangle)$$

$$\cong H_2(P) \otimes H_0(\langle t | - \rangle) \oplus H_1(P) \otimes H_1(\langle t | - \rangle).$$

これに対応して, $\bar{i}_* = i_* \oplus i_*$ とする. 次の図式を考える.

$$\begin{array}{ccc} H_2(D^2 \times \partial B^2 \cup_p e^2) & \longrightarrow & H_2((D^2 \times \partial B^2 - K) \cup_p e^2) \\ \downarrow H & \circlearrowleft & \downarrow H \\ H_2(\langle \alpha | - \rangle \oplus \langle \gamma | \gamma^p = 1 \rangle) & \xrightarrow{i_1} & H_2(P) \end{array}$$

上の $\rightarrow$ は inclusion から induce されるもので, 全射. 従って i_1 は全射. $H_2(\langle \alpha | - \rangle \oplus \langle \gamma | \gamma^p = 1 \rangle) \cong H_2(P) \cong \mathbb{Z}_p$ である, i_1 は同型である. また, i_2 により, $i_2(\alpha) = \mu^{i_2}$, $i_2(\gamma) = \gamma$, $i_2(z) = t$.

次に, $\bar{\alpha}_*: H_2(\bar{H}) \rightarrow H_2(\pi F)$ を決定する. F は, satellite とするこゝにより得られた. その際の pattern を $K' \times S'$ とする. したがって $K' \subset D^2 \times \partial B^2$. m と l を, K' の meridian と longitude に対応する, $D^2 \times \partial B^2 - K'$ の loop とする (§4 の Remark を参照). $m \times l \times S'$ は, F の, S' における tubular neighbourhood の boundary とみられる. $H_2(m \times l \times S')$ は $H_2(m \times S') \otimes H_0(l) \oplus H_1(m \times S') \otimes H_1(l)$ と分解する, これは上の, $H_2(\bar{H})$ の分解に対応 (7 おり), canonical の map $H_2(m \times l \times S') \rightarrow H_2(H) \rightarrow H_2(\bar{H})$ は, この分解を保つ. (この § で議論した, F を構成したとすると,

y と z の方向が入れ代り、 γ になることに注意) (したがって、 γ , $[m \times S']$ の image が $H_2(\langle \alpha | - \rangle \oplus \langle y | y^p = 1 \rangle) \otimes H_0(\langle z | - \rangle)$ を生成し、 $[m \times l]$ と $[l \times S']$ の image が $H_1(\langle \alpha | - \rangle \oplus \langle y | y^p = 1 \rangle) \otimes H_1(\langle z | - \rangle)$ を生成し γ になる。よってこの $\S 4$ の Remark より、 $[m \times S']$ は $H_2(\pi F)$ の generator かつ、 $[m \times l]$ と $[l \times S']$ は $H_2(\pi F)$ では 0 になる。 γ になる。

以上をまとめると、次のとおり。

$$\begin{array}{ccccccc}
 H_2(\bar{H}) & \longrightarrow & H_2(\bar{G}) \oplus H_2(\pi F) & \longrightarrow & H_2(\pi F^*) \rightarrow 0 \\
 \parallel & & \parallel & & \parallel \\
 \mathbb{Z}_p \oplus (\mathbb{Z} \oplus \mathbb{Z}_p) & \xrightarrow{\text{id}} & \mathbb{Z}_p \oplus (\mathbb{Z} \oplus \mathbb{Z}_p) & \xrightarrow{\text{id}} & \mathbb{Z}_{g_1} \\
 & \searrow \times g_2 & \nearrow & & \\
 & & & & 0
 \end{array}$$

generator $\rightarrow$ generator

したがって、 γ ,

$$H_2(\pi F^*) \cong \mathbb{Z}_{g_1} \oplus \mathbb{Z}_{g_2} = \mathbb{Z}_{g_1^*} \oplus \mathbb{Z}_{g_2^*}.$$

$\pi(F^*)$ は、 t と λ で生成される。 $\bar{G} = \dots \times \langle t | - \rangle$ であるから、 t は order ∞ の πF^* に残る。また、 k の (preferred) longitude は、 $D^2 \times \partial B^2 - K$ において、 $\partial D^2 \times 1$ に沿って γ 1 回まわり、 γ から $1 \times \partial B^2$ に沿って γ_{g_2} 1 回まわる loop に homotopic。つまり $\lambda = \alpha \cdot \gamma^{g_2}$ と考えられる。 $\alpha = \mu^{g_2}$ である。 $\pi(F^*)$ の $\bar{\alpha}$ と γ は γ^{g_2} と考えられる。 $\bar{H} = \langle \alpha, y, z | y^p = 1 \rangle \subset \pi F^*$ である。 y の πF^* での order は p 。従って γ^{g_2} の order は $p/(p, g_2)$ 。これは、 p の定義より、 p^* に等しい。従って、 γ

$$\pi(F^*) \cong \mathbb{Z}_{p^*} \oplus \mathbb{Z}.$$

以上で、定理の証明が終わる。これ以外の場合、特に、
 $\pi(F) \cong \mathbb{Z}_{p_1} \oplus \mathbb{Z}_{p_2}$, $(p_1, p_2) \neq 1$ となるような F が存在するの
 どうか、はわか、らない。少なくとも、2-knot + 1-handle
 では得られないので、 S^4 内のトーションの新しい構成法を考
 える必要があるようだ。

References

1. C. McA. Gordon : Homology of groups of surfaces in the
 4-sphere : Math. Proc. Camb. Phil. Soc. 89 (1981) 113-117
2. R. A. Litherland : The second homology of the group of
 a knotted surface : Quart. J. Oxford 32 (1981) 425-434
3. T. Kanenobu and K. Kazama : The peripheral subgroup and
 the second homology of the group of a knotted torus in S^4
 (in preparation)