

氏 名	肥 田 晴 三 ひだはるぞう
学位の種類	理 学 博 士
学位記番号	論 理 博 第 679 号
学位授与の日付	昭 和 55 年 3 月 24 日
学位授与の要件	学 位 規 則 第 5 条 第 2 項 該 当
学位論文題目	On abelian varieties with complex multiplication as factors of the jacobians of Shimura curves (志村曲線のヤコビ多様体の虚数乗法部分について)

論文調査委員 (主 査) 教 授 土 方 弘 明 教 授 永 田 雅 宜 教 授 戸 田 宏

論 文 内 容 の 要 旨

申請者の研究は保型形式とそれから作られるアーベル多様体との関係についての整数論的考察を主とする。複素上半面 H の解析的自己同型群の不連続部分群 Γ に対し、 H の Γ による商空間 H/Γ をコンパクト化することにより代数曲線 C が得られ、さらにそのヤコビ多様体 J を考えることができる。 Γ が総実な代数体上の 4 元数環より得られる場合には、 C あるいは J が代数幾何学的さらに整数論的考察に値する種々の性質をもつことが志村五郎氏により示されており、その故に C は志村曲線と呼ばれている。特に、このとき Γ についてある種の不変性をもつ H 上の正則函数 f (重さ 2 の尖点形式と呼ばれる) に対し、ヤコビ多様体 J の成分として、アーベ多様体 A_f が定義されている。

申請者は、主論文において、尖点形式 f が CM 型のヘッケ指標に対応することと A_f が虚数乗法をもつことが本質的には同値であることを示した。即ち、

定理 A. (K, Φ) を CM 型、 (K', Φ') をその reflex, λ を (K, Φ) 型のヘッケ指標とすると、 f が λ に対応するならば、 A_f は (K', Φ') 型の虚数乗法をもつアーベル多様体の積に isogeny である。

定理 B. A_f が虚数乗法をもつ部分アーベル多様体をもてば A_f が虚数乗法をもち、さらにある CM 型 (K, Φ) のヘッケ指標 λ があって、 f は λ に対応する。

以上より、 F を K の最大実部分体として、 F 上定義された (K', Φ') 型単純アーベル多様体 A から出発して； $A \longrightarrow A$ のゼータ函数 $= \lambda$ の L 函数 $\longrightarrow f \longrightarrow A_f$ と進めば A_f は A と F 上 isogeny となる。

論 文 審 査 の 結 果 の 要 旨

申請者の主論文において得た結果は志村五郎氏が 1971 年に発表された結果 [On elliptic curves with complex multiplication as factors of the jacobians of modular function fields, Nagoya Math. J. vol 43 199-208] の自然な拡張と考えられ、この方面における 1 つの著しい貢献と評価できる。一般に、尖点形式にはメラン変換によってあるディリクレ級数が対応する。一方代数体上定義されたアーベル多様

体にはハッセー・ヴェイエのゼータ函数と呼ばれるディリクレ級数が対応する。この2種類のディリクレ級数の間には、種々の特別な場合に、密接な関係があることが知られている。この関係を解明することは、現在の整数論の主要問題の1つと考えられている。申請者の結果は、虚数乗法をもつ場合に、 f と A_f の関係を解明したもので、上記の大きな目標に沿って確かな進展をもたらしている。また申請者の2つの参考論文は、やや異った状況の下で、やはり、保型形式の整数論的考察を行ったもので、いずれもよくまとまった成果を得ている。以上いずれも「一般化」の方向で得られた結果であるが、その一般化はいずれも技術的に自明なものでなく、各段階に於て、広い視野の下での工夫を要している。

よって、本論文は理学博士の学位論文としての価値あるものと認められる。