

On a certain decomposition of 2-dimensional cycles
on a product of two algebraic surfaces

都立大 理 岡本 真理子

I 二つの曲線 α 積多様体についての復習

C, C' を複素数体 $\mathbb{C}$ 上定義された, 非特異代数曲線とする.

1° X を積多様体 $C \times C'$ 上の divisor とする. $X \equiv 0$ とは,

C' 上の 0-cycle α と C 上の 0-cycle β が存在して

$X \sim C \times \alpha + \beta \times C'$ (線型同値) と書けることをとする. 2° とき

$$\text{Con}(C, C') = \frac{\{\text{divisors on } C \times C'\}}{\{\text{divisors } X \text{ on } C \times C' \text{ s.t. } X \equiv 0\}}$$

と置く.

$\psi: C \rightarrow J(C), \psi': C' \rightarrow J(C')$ を C, C' の Jacobi 多様体とし,

π_1, π_2 を $C \times C'$ から C, C' への projection とする. C の閉点,

P に対して $X(P) = \pi_{2*}(X \cdot \pi_1^* P)$ は C' 上の 0-cycle を, 従って

$\psi_*(X(P))$ は $J(C')$ 上の 0-cycle を定める. $J(C')$ 上の 0-cycle

は $\mathbb{C}$ の形式和を Abel 多様体 $J(C)$ の算法にかゝる準同型を

S とすると, $S(\varphi_*(X(P)))$ は $J(C)$ の点を定める. C から $J(C)$ への写像 $P \mapsto S(\varphi_*(X(P)))$ の線型化を $\xi_X: J(C) \rightarrow J(C)$ とする. このとき $\text{Cor}(C, C')$ の元 X の左の方により, $\text{Hom}(J(C), J(C'))$ の元 ξ_X が定まることが確かめられる.

$$\begin{aligned} \text{Cor}(C, C') &\cong \text{Hom}(J(C), J(C')) \\ ; [X] &\longmapsto \xi_X \end{aligned}$$

と定める ($[X] = [X]$ は X の " $\equiv$ " による同値類). ([12]).

2^0 C, C' の genus を g, g' とする.

$\sigma_1, \dots, \sigma_{2g} (\sigma'_1, \dots, \sigma'_{2g'}) : H_1(C, \mathbb{Z}) (H_1(C', \mathbb{Z}))$ の basis.

$\delta_1, \dots, \delta_{2g} (\delta'_1, \dots, \delta'_{2g'}) : H^1(C, \mathbb{Z}) (H^1(C', \mathbb{Z}))$ における $\sigma_1, \dots, \sigma_{2g}$ ($\sigma'_1, \dots, \sigma'_{2g'}$) の dual basis.

$\omega_1, \dots, \omega_g (\omega'_1, \dots, \omega'_{g'}) : H^0(C, \Omega_C) (H^0(C', \Omega_{C'}))$ の basis.

と定める. これらにより 2 つの period matrix を $\Omega_C = [\int_{\sigma_i} \omega_j], \Omega_{C'} = [\int_{\sigma'_i} \omega'_j]$ とする.

今, X は $H^1(C, \mathbb{Z}) \otimes H^1(C', \mathbb{Z})$ の元で $X = \sum a_{ij} \delta_i \otimes \delta'_j$, $A_X = [a_{ij}] \in M(2g, \mathbb{Z})$ と表わすことができるとする. このとき

$$X \in H^{1,1}(C \times C') \text{ (Hodge (1.1)-part)} \iff {}^t \Omega_C A_X \Omega_{C'} = 0$$

であり, さらにこのとき X は algebraic とわかる.

II S, S' を複素数体 $\mathbb{C}$ 上定義された. 非特異射影曲面とする.

1° $C^2(S \times S')$ の余次元 2 の cycles の rational equivalence class group を表わす. また. 積多様体 $S \times S'$ から S, S' への projection を π_1, π_2 とする.

定義 1.1

$$FC^2(S, S') = \left\langle [X] \in C^2(S \times S') \mid \begin{array}{l} X: S \times S' \text{ 上の既約, 2次元} \\ \text{subvariety} \\ \min[\dim \pi_1(X), \dim \pi_2(X)] \leq 1 \end{array} \right\rangle$$

$$Cor^2(S, S') = C^2(S \times S') / FC^2(S, S')$$

cycle map $cl: C^2(S \times S') \otimes_{\mathbb{Z}} \mathbb{Q} \rightarrow H^4(S \times S', \mathbb{Q})$ を考へ.

$H^4(S \times S', \mathbb{Q})_{alg} = \text{Im}(cl)$ とおく.

$H^4(S \times S', \mathbb{Q})_{alg} \subseteq H^{2,2}(S \times S') \cap H^4(S \times S', \mathbb{Q})$ とある.

[6], [7] における Lieberman の結果から. $H^4(S \times S', \mathbb{Q})_{alg}$ の元は各 Künneth 成分は再び algebraic になる. すなわち

$$(1.2) \quad H^4(S \times S', \mathbb{Q})_{alg} \cong \bigoplus_{p+q=4} [H^p(S, \mathbb{Q}) \otimes H^q(S', \mathbb{Q})]_{alg}$$

が成り立つ (こゝに $[H^p(S, \mathbb{Q}) \otimes H^q(S', \mathbb{Q})]_{alg}$
 $= [H^p(S, \mathbb{Q}) \otimes H^q(S', \mathbb{Q})] \cap H^4(S \times S', \mathbb{Q})_{alg}$) .

とこゝで, $H^2(S, \mathbb{C})_{trans} = \varinjlim_{U \subset S, \text{ Zariski open}} H^2(U, \mathbb{C})$ とおくと. 交点数に関する $H^2(S, \mathbb{C})$ の超越的分解:

$$H^2(S, \mathbb{C}) \cong H^2(S, \mathbb{C})_{alg} \oplus H^2(S, \mathbb{C})_{trans}$$

が存在する ($\because H^2(S, \mathbb{C})_{\text{alg}} = H^2(S, \mathbb{Q})_{\text{alg}} \otimes_{\mathbb{Q}} \mathbb{C}$).

$H^2(S, \mathbb{C})_{\text{trans}}$ は S 上の第2種微分型式の可成空間に相当している (cf. [1], [3]).

ここでは, $S \times S'$ 上の Hodge 分解, K\"unneth 分解と, 上の超越的分解を組み合わせて, $H^4(S \times S', \mathbb{C})$ の HKT-part と呼ばれる部分空間をとりだし, それを用いて $H^4(S \times S', \mathbb{Q})_{\text{alg}}$ を調べるときを考える.

定義 1.3

$$\begin{aligned} H^4_{\text{hkt}}(S, S') &\cong [H^{2,0}(S) \otimes H^{0,2}(S')] \oplus [H^{0,2}(S) \otimes H^{2,0}(S')] \\ &\quad \oplus [H^{1,1}(S) \otimes_{\text{trans}} H^{1,1}(S')_{\text{trans}}] \\ &\quad : H^4(S \times S', \mathbb{C}) \text{ の HKT-part} \end{aligned}$$

($\because H^{1,1}(S)_{\text{trans}} = H^{1,1}(S) \cap H^2(S, \mathbb{C})_{\text{trans}}$).

$$\begin{aligned} H^4_{\text{hkt}}(S, S')_{\text{alg}} &= H^4_{\text{hkt}}(S, S') \cap H^4(S \times S', \mathbb{Q})_{\text{alg}} \\ &\quad : \text{algebraic HKT-part.} \end{aligned}$$

α とするとき,

$$H^4_{\text{hkt}}(S, S')_{\text{alg}} \cong [H^2(S, \mathbb{C})_{\text{trans}} \otimes H^2(S', \mathbb{C})_{\text{trans}}] \cap H^4(S \times S', \mathbb{Q})_{\text{alg}}$$

と表すことができることに注意しておく.

定義 1.4 $FH^4(S, S') = \mathcal{U}(FC^2(S, S') \otimes_{\mathbb{Z}} \mathbb{Q})$

$$DC^2(S \times S') = \langle D, D' \in C^2(S \times S') \mid D, D' \in C^1(S \times S') \rangle$$

$$DH^4(S \times S') = \mathcal{U}(DC^2(S \times S') \otimes_{\mathbb{Z}} \mathbb{Q}).$$

仮定 $\dim_{\mathbb{C}} H^{1,0}(S) = q(S) = 0$ とする.

補題 1.5 $H^4(S \times S'; \mathbb{Q})_{\text{alg}} \cong [H^4(S; \mathbb{Q}) \otimes H^0(S'; \mathbb{Q})]$

$$\oplus [H^0(S; \mathbb{Q}) \otimes H^4(S'; \mathbb{Q})] \oplus [H^2(S; \mathbb{Q})_{\text{alg}} \otimes H^2(S'; \mathbb{Q})_{\text{alg}}] \oplus H^4_{\text{fnt}}(S, S')_{\text{alg}}.$$

これは, (1.2) から得られる. 右辺の第 3 の成分までは S および S' 上の algebraic cycle から得られる cycle である. さらに $\alpha = 0$ とがわく. $p: H^4(S \times S'; \mathbb{Q})_{\text{alg}} \rightarrow H^4_{\text{fnt}}(S, S')_{\text{alg}}$ を (1.5) の分解に関する projection とする.

定理 1.6 i) $FH^4(S, S') \cong [H^4(S; \mathbb{Q}) \otimes H^0(S'; \mathbb{Q})]$

$$\oplus [H^0(S; \mathbb{Q}) \otimes H^4(S'; \mathbb{Q})] \oplus [H^2(S; \mathbb{Q})_{\text{alg}} \otimes H^2(S'; \mathbb{Q})_{\text{alg}}],$$

ii) $DH^4(S \times S') \subseteq FH^4(S, S')$, 従って $2p(DH^4(S \times S')) = 0$.

特に, $X \in C^2(S \times S')$, $p(\text{cl}(X)) \neq 0$ ならば X は 2 つの divisors の交わりと homologous である.

証明 i) Poincaré duality より 自然な同型

$$H^2(S; \mathbb{C})_{\text{trans}} \otimes H^2(S'; \mathbb{C})_{\text{trans}} \xrightarrow{\sim} \text{Hom}(H^2(S; \mathbb{C})_{\text{trans}}, H^2(S'; \mathbb{C})_{\text{trans}})$$

$$; \quad X \longmapsto X(): u \longmapsto \pi_{2*}(X \cdot \pi_1^* u)$$

が存在する. $H^2(S; \mathbb{C})_{\text{trans}}$ の定義から, $X \in FH^4(S, S')$ ならば,

$X(): H^2(S; \mathbb{C})_{\text{trans}} \rightarrow H^2(S'; \mathbb{C})_{\text{trans}}$ は zero map とわかる. (1.3) の α

後の注意から i) がいえる。

ii). S と S' の divisorial correspondence ([5], [11]) を考えれば $q(S) = q(S') = 0$ より。

$$H^2(S \times S'; \mathbb{Q})_{\text{alg}} \cong H^2(S; \mathbb{Q})_{\text{alg}} \oplus H^2(S'; \mathbb{Q})_{\text{alg}}.$$

ii) はこのことから明らかである。

また、 $H_{\text{hkt}}^4(S, S')$ は (1.1) で定義した $\text{Cor}^2(S, S')$ の cohomology 空間での対応物となる。すなわち、次の可換で exact な図式が存在する:

$$\begin{array}{ccccccc} 0 \rightarrow & FC^2(S, S') \otimes_{\mathbb{Z}} \mathbb{Q} & \rightarrow & C^2(S \times S') \otimes_{\mathbb{Z}} \mathbb{Q} & \rightarrow & \text{Cor}^2(S, S') \otimes_{\mathbb{Z}} \mathbb{Q} & \rightarrow 0 \\ & \downarrow \text{cl} \otimes \text{id} & & \downarrow \text{cl} & & \downarrow \bar{\text{cl}} & \\ 0 \rightarrow & FH^4(S, S') & \rightarrow & H^4(S \times S'; \mathbb{Q})_{\text{alg}} & \xrightarrow{p} & H_{\text{hkt}}^4(S, S')_{\text{alg}} & \rightarrow 0 \\ & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & \\ & 0 & & 0 & & 0 & \end{array}$$

以下、2°、3°では、ある種の曲面の積多様体について、 cl の algebraic HKT-part を調べてみる。

2° Singular K3 surfaces

S を K3 surface とする。すなわち $q(S) = 0$, $\dim_{\mathbb{C}} H^{2,0}(S) = 1$.

K3 surface S は $\dim_{\mathbb{C}} H^2(S; \mathbb{C})_{\text{alg}} = \dim_{\mathbb{C}} H^{1,1}(S)$ なるとき、

singular であるという。これは $H^{1,1}(S)_{\text{trans}} \cong 0$ と同値である。

S, S' は singular K3 surfaces とする. $\omega, \omega' \in H^2(S, \mathbb{C})$, $H^0(S, \Omega_S^2), H^0(S', \Omega_{S'}^2)$ の basis, $\sigma_1, \sigma_2 \in H_2(S, \mathbb{Q})_{\text{trans}}$ の, $\sigma'_1, \sigma'_2 \in H_2(S', \mathbb{Q})_{\text{trans}}$ の basis とし, $\tau = \frac{\int \sigma_1 \omega}{\int \sigma_2 \omega}$, $\eta = \frac{\int \sigma'_1 \omega'}{\int \sigma'_2 \omega'}$ とおく. $\tau \in \mathbb{C}$ に対し $E_\tau \in \mathbb{C}/\mathbb{Z} + \tau\mathbb{Z}$ の形の elliptic curve とする. $\tau \neq 0$ とする. 次の定理が成立する.

定理 2.1 $H_{\text{ét}}^4(S, S')_{\text{alg}} \cong \text{Cor}(E_\tau, E_\eta) \otimes_{\mathbb{Z}} \mathbb{Q}$
 $\cong \text{Hom}(E_\tau, E_\eta) \otimes_{\mathbb{Z}} \mathbb{Q}$.

3° Some quotient surfaces

n を素数とし, $\mathbb{P}^2$ の n 次曲線 C_i ($i=1, 2, 3, 4$) を

$$u_2^n = \prod_{j=1}^n (u_1 - a_{ij} u_0) \quad , \quad \prod_{j \neq j'} (a_{ij} - a_{ij'}) \neq 0$$

で定める. ($\mathbb{F}$ とし, $\mathbb{F}$ は素数 n の $\mathbb{F}$ 上の $a_{ij} = \zeta^j$, $\zeta = \exp(\frac{2\pi i}{n})$ とし $\mathbb{F}$ とするとき C_i は degree n の Fermat curve とおける). $G_n = \langle \zeta \rangle$

とおく. $(u_0: u_1: u_2) \mapsto (u_0: u_1: \zeta u_2)$ による G_n は C_i

に作用する. $\zeta \mapsto (\zeta, \zeta^r)$ の写像 $z_r: G_n \hookrightarrow G_n \times G_n$ を定める

($1 \leq r \leq n-1$), $G^{(n)} = \text{Im}(z_r)$ とおく. 今, $G^{(n)}$ は $\tilde{S} = C_1 \times C_2$ 上に

$G^{(n)}$ は $\tilde{S}' = C_3 \times C_4$ 上に作用し $z_{r'}$ とする. したがって

$G^{(n, r)} = G^{(n)} \times G^{(n)}$ は $\tilde{S} \times \tilde{S}'$ 上に作用し $z_{r, r'}$ とする.

一方, $\tilde{S}/G^{(n)}, \tilde{S}'/G^{(n)}$ の non-singular model をとる. $S_r, S_{r'}$ とする. $\tau \neq 0$ とし, S, S' は次のようにとる [8]:

$S_1: \prod_{j=1}^n (x_3 - a_{1j}x_2) = \prod_{j=1}^n (x_1 - a_{2j}x_0) \subset \mathbb{P}^3$
 (たとえば, $a_{1j} = a_{2j} = \zeta^j$ とすれば, S_1 は Fermat surface とおける).

$$S'_1: \prod_{j=1}^n (x_3 - a_{1j}x_2) = \prod_{j=1}^n (x_1 - a_{4j}x_0) \subset \mathbb{P}^3$$

このとき, $g(S_1) = g(S'_1) = 0$ とおき, $n=1$ に注意し置く.
 やさしい計算から.

$$(3.1) \quad H_{\text{het}}^4(\tilde{S}, \tilde{S}')_{\text{alg}} \cong \bigoplus_{1 \leq r, s \leq n-1} [H_{\text{het}}^4(\tilde{S}, \tilde{S}')_{\text{alg}}]^{G^{(r,s)}}$$

を得る. $n=1$ に右辺は $G^{(n,s)}$ -不変部分を表わす. さらに準同型

$$(3.2) \quad [H_{\text{het}}^4(\tilde{S}, \tilde{S}')_{\text{alg}}]^{G^{(n,s)}} \rightarrow H_{\text{het}}^4(S_r, S'_s)_{\text{alg}}$$

が存在するが, $H^{2,0}(\tilde{S})^{G^{(n)}} \cong H^{2,0}(S_r)$ とおき, n から, n は左辺が零でないければ, non-zero map である.

さらに, $J(C_i) \in C_i$ は Jacobi 多様体とし ($i=1, 2, 3, 4$).

$$J = \text{Hom}_{\mathcal{O}}(J(C_1), J(C_3)) \otimes \text{Hom}_{\mathcal{O}}(J(C_2), J(C_4)) \text{ とおくと}$$

($n=1$ に $\text{Hom}_{\mathcal{O}}(J(C_1), J(C_3)) = \text{Hom}(J(C_1), J(C_3)) \otimes_{\mathbb{Z}} \mathbb{Q}$), $I, 1^\circ$ より自然な準同型 $J \rightarrow H_{\text{het}}^4(\tilde{S}, \tilde{S}')_{\text{alg}}$ が存在するから.

(3.1), (3.2) とあわせて準同型

$$\Theta^{r,s}: J \rightarrow H_{\text{het}}^4(S_r, S'_s)_{\text{alg}} \quad (1 \leq r, s \leq n-1)$$

を得る. 以上のことから, $J \neq \{0\}$ ならば次がいえる.

定理 3.3 $\exists (r, s)$ such that $\text{Im}(\theta^{r, s}) \neq 0$.

定理 3.4 $u: J(C_1) \rightarrow J(C_3), v: J(C_2) \rightarrow J(C_4)$ が isogenies ならば, ある $\alpha(r, s) \neq 0$ に対し $\text{Im}(\theta^{r, s}) \neq 0$.
 特に, $\theta^{1,1}(u \otimes v)$ は 2γ の divisors の $\frac{1}{2}$ であり α 和と homologous である algebraic cycle class とある 2γ である.

4° 最後は, 3° によって $J \rightarrow H_{\text{ét}}^4(C_1 \times C_2, C_3 \times C_4)_{\text{alg}}$ の部分を, 一般の代数曲線 C_i にもっと考察する.

C_1, C_2, C_3, C_4 : genus g の非特異代数曲線 }
 $J(C_i)$: C_i の Jacobi 多様体 ($i=1, 2, 3, 4$). } とする.

a) $\alpha = 1$ のとき (1.2) より.

$$H^4(C_1 \times C_2 \times C_3 \times C_4, \mathbb{Q})_{\text{alg}} \cong FH^4(C_1 \times C_2, C_3 \times C_4) \oplus H_{\text{ét}}^4(C_1 \times C_2, C_3 \times C_4)_{\text{alg}}$$

が成り立つ. また, 自然な準同型

$$\begin{aligned} \lambda: \text{Hom}_{\mathbb{Q}}(J(C_1), J(C_3)) \otimes \text{Hom}_{\mathbb{Q}}(J(C_2), J(C_4)) &\oplus \text{Hom}_{\mathbb{Q}}(J(C_1), J(C_4)) \otimes \text{Hom}_{\mathbb{Q}}(J(C_2), J(C_3)) \\ &\longrightarrow H_{\text{ét}}^4(C_1 \times C_2, C_3 \times C_4)_{\text{alg}} \end{aligned}$$

が存在し, 次の命題が成立する.

命題 4.1

$$\frac{DH^4(C_1 \times C_2 \times C_3 \times C_4)}{DH^4(C_1 \times C_2 \times C_3 \times C_4) \cap FH^4(C_1 \times C_2, C_3 \times C_4)} \cong \text{Im}(\lambda).$$

b) 一方. Σ 上の曲線 α と Σ 上の曲面 β に対し
 Σ は. $\mathbb{I}$, $\mathbb{Z}^0$ と類似 $\alpha = \Sigma$ と考えられ.

$$\left. \begin{aligned} \gamma_1^k, \dots, \gamma_{2g}^k: H_1(C_k, \mathbb{Z}) \text{ a basis,} \\ \delta_1^k, \dots, \delta_{2g}^k: H^1(C_k, \mathbb{Z}) \text{ に対して } \gamma_1^k, \dots, \gamma_{2g}^k \text{ a dual basis,} \\ \omega_1^k, \dots, \omega_g^k: H^{1,0}(C_k) \text{ a basis} \end{aligned} \right\} \mathbb{Z}^k.$$

$$\Omega^k = \left[\int_{\delta_i^k} \omega_j^k \right] = \begin{bmatrix} E_g \\ Z^k \end{bmatrix} \quad E_g: g \times g \text{ 単位行列}$$

$$t(Z^k) = Z^k, \operatorname{Im}(Z^k) > 0 \quad (Z^k \text{ a imaginary part})$$

Σ 上の α と β ($k=1, 2, 3, 4$). また, 行列 $A = [a_{ij}]$
 $\in M(m, n)$, B に対し Σ , 行列 $A \otimes B$ を

$$A \otimes B = \begin{bmatrix} a_{11}B & \dots & a_{1n}B \\ \vdots & & \vdots \\ a_{m1}B & \dots & a_{mn}B \end{bmatrix} \quad \Sigma \text{ 上で定義.}$$

補題 4.2 $X \in H^1(C_1, \mathbb{Z}) \otimes H^1(C_2, \mathbb{Z}) \otimes H^1(C_3, \mathbb{Z}) \otimes H^1(C_4, \mathbb{Z})$
 が. 特に. $X = \sum a_{ij}^{13} a_{jk}^{24} \delta_i^1 \otimes \delta_j^2 \otimes \delta_k^3 \otimes \delta_l^4$, $A^{13} = [a_{ij}^{13}]$, $A^{24} = [a_{jk}^{24}]$
 $\in M(2g, \mathbb{Z})$ の形に書ける. また, $X = \sum_{p+q=4} X^{p,q}$,
 $X^{p,q} \in H^{p,q}(C_1 \times C_2 \times C_3 \times C_4)$ とする. Σ 上では.

$$i) X^{4,0} = 0 \iff t(\Omega^1 \otimes \Omega^2) (A^{13} \otimes A^{24}) (\Omega^3 \otimes \Omega^4) = 0$$

$$ii) X^{3,1} = 0 \iff \begin{cases} t(\bar{\Omega}^1 \otimes \Omega^2) (A^{13} \otimes A^{24}) (\Omega^3 \otimes \Omega^4) = 0 \\ t(\Omega^1 \otimes \bar{\Omega}^2) (A^{13} \otimes A^{24}) (\Omega^3 \otimes \Omega^4) = 0 \\ t(\Omega^1 \otimes \Omega^2) (A^{13} \otimes A^{24}) (\bar{\Omega}^3 \otimes \Omega^4) = 0 \\ t(\Omega^1 \otimes \Omega^2) (A^{13} \otimes A^{24}) (\Omega^3 \otimes \bar{\Omega}^4) = 0 \end{cases}$$

命題 4.3 $X \in H^1(C_1, \mathbb{Z}) \otimes H^1(C_2, \mathbb{Z}) \otimes H^1(C_3, \mathbb{Z}) \otimes H^1(C_4, \mathbb{Z})$

とする。このとき次は同値である。

$$i) X = \sum a_{i_1 i_2}^{13} a_{j_1 j_2}^{24} \delta_{i_1}^1 \otimes \delta_{j_1}^2 \otimes \delta_{i_2}^3 \otimes \delta_{j_2}^4 \quad \text{の形に書ける。}$$

$$X \in H^{2,2}(C_1 \times C_2 \times C_3 \times C_4),$$

$$ii) X \in \text{Im}(\text{Hom}(\mathcal{T}(C_1), \mathcal{T}(C_3)) \otimes \text{Hom}(\mathcal{T}(C_2), \mathcal{T}(C_4)))$$

$$\rightarrow H^1(C_1, \mathbb{Z}) \otimes H^1(C_2, \mathbb{Z}) \otimes H^1(C_3, \mathbb{Z}) \otimes H^1(C_4, \mathbb{Z})$$

証明

$$\begin{aligned} {}^t(\Omega^1 \otimes \Omega^2)(A^{13} \otimes A^{24})(\Omega^3 \otimes \Omega^4) = 0 &\Leftrightarrow (\forall i, l) \sum_{j, k=1}^{2g} \omega_{ji}^1 a_{jk}^{13} \omega_{kl}^3 {}^t\Omega^2 A^{24} \Omega^4 = 0 \\ &\Leftrightarrow {}^t\Omega^1 A^{13} \Omega^3 = 0 \text{ or } {}^t\Omega^2 A^{24} \Omega^4 = 0 \end{aligned}$$

等1に注意すれば(4.2)より。

$$i) \Leftrightarrow \text{次} iii) \sim v) \text{ となる。}$$

$$iii) {}^t\Omega^1 A^{13} \Omega^3 = 0 \text{ かつ } {}^t\bar{\Omega}^1 A^{13} \Omega^3 = 0$$

$$iv) {}^t\Omega^2 A^{24} \Omega^4 = 0 \text{ かつ } {}^t\bar{\Omega}^2 A^{24} \Omega^4 = 0$$

$$v) {}^t\Omega^1 A^{13} \Omega^3 = 0 \text{ かつ } {}^t\Omega^2 A^{24} \Omega^4 = 0$$

と3が iii) または iv) ならば $X = 0$ となる。2 しまう。

$$v) \Leftrightarrow ii)$$

は I α 1°, 2° より明らかである。

References

1. Grothendieck, A.: Le groupe de Brauer. Dix Exposés sur la cohomologie des schémas. North-Holland (1968).
2. Grothendieck, A.: SGA5 Cohomologie ℓ -adique et fonctions L. Lecture Notes in Math. 589, Springer (1977).
3. Hodge, W. V. D., and Atiyah, M. F.: Integrals of the second kind on an algebraic variety. Annales of Math. 62 (1955) 56-91.
4. Kleiman, S. L.: Algebraic cycles and the Weil conjectures. Dix Exposés sur la cohomologie des schémas. North-Holland (1968).
5. Lang, S.: Abelian Varieties. Interscience Pub., New York (1959).
6. Lieberman, D.: Higher Picard varieties. Amer. J. Math. 90 (1968) 1165-1199.
7. Lieberman, D.: Numerical and homological equivalence of algebraic cycles on Hodge manifolds. *ibid.* 90 (1968) 366-374.
8. Sasakura, N.: On some results on the Picard numbers of certain algebraic surfaces. J. Math. Soc. Japan 20 (1968) 297-321.
9. Shioda, T., and Inose, H.: On singular K3 surfaces. Complex Analysis and Algebraic Geometry, Iwanami-Cambridge Univ. Press (1977) 119-136.
10. Tate, J. T.: Algebraic cycles and poles of the zeta function. Arithmetical Algebraic Geometry. Happer & Row, New York (1965) 93-110.

11. Tate, J. T.: Endomorphisms of abelian varieties over finite fields. Inv. math. 2 (1966) 134-144.
12. Weil, A.: Variétés Abéliennes et Courbes Algébriques. Hermannn, Paris (1948).