

氏 名	木 曾 和 啓 き そ かず ひろ
学 位 の 種 類	理 学 博 士
学 位 記 番 号	理 博 第 495 号
学位授与の日付	昭 和 53 年 3 月 23 日
学位授与の要件	学 位 規 則 第 5 条 第 1 項 該 当
研 究 科 ・ 専 攻	理 学 研 究 科 数 学 専 攻
学 位 論 文 題 目	Local properties of intransitive infinite Lie algebra sheaves (非推移的無限次元リー環層の局所的性質)

論文調査委員 (主査) 教授 戸田 宏 教授 永田雅宜 教授 楠 幸男

論 文 内 容 の 要 旨

多様体 M に非推移的に働く無限次元リー群の理論は、これに正確に対応するリー環論の展開が難しいため、E. Cartan の研究以来あまり発展していない。最近森本によって、1つのファイバー上にその作用を制限するとき原始的である様な、非推移的リー群の分類が複素数体 $\mathbf{C}$ 上の抽象的リー環 (formal algebra) の意味において成功した。

申請者木曾和啓は、森本の結果を実数 $\mathbf{R}$ 上で考えることによって、より幾何学的な知見を得ることができた。申請論文の内容は2つに分けることができる。

第1は、非推移的リー群の理論を Singer-Sternberg の方法に沿って定式化することである。多様体 M におけるリー群の作用による軌道をファイバーとする、ファイバー多様体 $\rho: M \rightarrow N$ をとり、 N をパラメーターとする G -構造を考える。このとき、リー群は G -構造を不変にする変換群として把握できる。申請者はこの場合のリー群の構造方程式を証明することによって、非推移的リー群とそれに付随する諸概念を幾何学的に明確化することができたのである。

第2は、1つのファイバー上に制限したとき単純であるような、非推移的リー群を分類することである。推移的単純群は次の2種類に分類に分類される。

$$(I) \quad L_{gl}(V, \mathbf{R}), L_{sl}(V, \mathbf{R}), L_{sp}(V, \mathbf{R}), L_{cont}(\mathbf{R})$$

および有限次元単純群

(II) 次の (I') を実空間上のベクトル場とみなしたもの

$$(I') \quad L_{gl}(V, \mathbf{C}), L_{sl}(V, \mathbf{C}), L_{sp}(V, \mathbf{C}), L_{cont}(\mathbf{C})$$

および有限次元 (複素) 単純群

ただし、 $L \cdots$ は対応するベクトル場の作る LAS (Lie 環層) での表現で与えられ、(I') は $\mathbf{C}$ 上の推移的単純群の分類である。

多様体 M とファイバー上の LAS $\mathfrak{A}$ に対して、 M 上の非推移的 LAS $\mathfrak{A}[N]$ が、 $\mathfrak{A}[N]$ のベクトル場は $\rho: M \rightarrow N$ のファイバーに接し各ファイバー上に制限したとき $\mathfrak{A}$ の断面であるように作られる。またファイバーが実解析的擬複素構造 (D, I) をもつときは、それに対応して、 $\mathfrak{A}[N]$ の部分層 $\mathfrak{A}[N; D, I]$ が定義される。

主定理: $\mathfrak{A}$ はパラメーター空間 N をもつ M 上の LAS, $\mathfrak{A}$ は $\mathfrak{A}$ を 1 つのファイバー上に制限してできる推移的 LAS とするとき、

(1) $\mathfrak{A}$ が (I') または (I) に属するいずれかに対応するとき、 $\mathfrak{A}$ は $\mathfrak{A}[N]$ と局所同型である。

(2) 実解析性の仮定の下に、 $\mathfrak{A}$ が (II) に属するいずれかに対応するとき、 $\mathfrak{A}$ は $\mathfrak{A}[N; D, I]$ と局所同型である。

なお、構造方程式中に表われる構造関係のある点での値およびその微分が、その点における抽象的リー環を使って書けることも証明されている。このことは、非推移的な場合にも、リー群が 1 点での抽象的リー環によって決定されることを予想させるものであるが、このことの解明は今後の研究にまつべきであろう。

以上のように、本論文は非推移的無限次元リー群の理論を実解析的見地から追求した労作であり、この方面の研究に重要な知見を与えまた今後の発展に重要な示唆を与えるものとして注目に価するものであると判断される。

論文審査の結果の要旨

無限次元リー群の研究は E. Cartan に負う処が多いが、Cartan の論文には明確でない部分がある。倉西は Cartan の方法に沿って理論を再構成し、(無限次元) リー群が多様体に推移的に働く場合に、リー群とリー環の対応を明かにした。また、Singer-Sternberg は倉西のリー環よりは実用的な抽象的リー環を構成し、その後、田中一森本、小林一長野、等によって、推移的リー群の理論は一応完成したといえることができる。

一方、非推移的に働く無限次元リー群については、Cartan 以来あまり論文は発表されておらず、最近森本は、1 つのファイバー上に制限したとき原始的である場合に、非推移的リー群を複素数体 $\mathbf{C}$ 上の抽象的リー環の見地から決定した。しかし、この場合抽象的リー環とリー群との間の対応関係が明確でないという難点がある。

申請者木曾和啓の研究は、リー環を実数体 $\mathbf{R}$ 上で考えることによって、より直観的・幾何学的な知見を得ようとしたものである。

このため、申請者はまず、Singer-Sternberg の方法に沿って非推移的リー群の理論の定式化を行い、リー群を $\mathbf{G}$ -構造を不変にする変換群として把握し、それに関する構造方程式を証明した。このことによって、リー群とリー環に関する諸概念をより明確にすることができる。

次に、申請者は 1 つのファイバーに制限したとき単純である場合に、非推移的リー群を実数体 $\mathbf{R}$ 上の抽象的リー環の意味で分類した、結果はパラメーター空間 N に関する Lie 環層で述べられ、 $\mathbf{C}$ 上で考えた場合より詳細な結果が得られる。

以上の様に、申請論文は非推移的な無限次元リー群の理論を一貫して実数体上で構成した労作であり、複素数体上で構成したものよりはより幾何学的な知見を与えるものとして、注目に価するものである。また、本論文はこの方面の研究の発展に寄与する所大であると認められる。

参考論文は、リー群論と密接な関連をもつ包含的偏微分方程式の解空間の変形に関する研究であり、申請者の研究能力を示すに十分であろう。

よって、本論文は理学博士の学位論文として価値あるものと認める。