

Jakobson の 定理 について

京都大学 理学部 数学教室

辻井 正人 (Masato Tsujii)

Jakobson は論文 [1] において次のような結果を証明した。
 $Q_a: [-1, 1] \rightarrow [-1, 1]$ は $a \in [0, 2]$ に対して $Q_a(x) = 1 - ax^2$ で定義
 されるものとする。

定理 パラメータ-集合 $E = \{a \in [0, 2] \mid Q_a \text{ は絶対連続不変測度} \\ \text{をもつ}\}$ はルベーグ測度正。特に $a = 2$ は E の density point。

我々は特に $a = 2$ で E の density が次の性質を満たすことを
 示した。

定理
$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\log \text{Leb}(E \cap [2-\varepsilon, 2])}{\log \varepsilon} = 2$$

これらの結果は Q_a という族の中で chaotic な系が多く現われ
 かつ安定的事象であることを示している。また、これらの結果は
 ずっと一般的な 1 パラメータ-族についても成立する。([2])

文献: [1] M.V. Jakobson Absolutely Continuous Invariant Measures
 for One parameter families of One dimensional maps. Comm. Math.
 Phys. 122 (1989) 293-320. [2] M. Tsujii Positive Lyapunov
 exponent in families of 1-dim maps. to appear Invent. Math.