

関係データベースの自然な設計の理論

北大 工学部 田中 譲

1. はじめに.

従属関係に基づいた関係データベースの論理設計論が、現場でのデータベース設計にすぐわなっとの批判が高まる一途で、データベースの巨大化の傾向は、データベースの設計のためのCADシステムの必要性を高めしており、論理設計アルゴリズムの確立がますます重要になってきている。

本稿では、データベースの論理設計に於ける理論と実際の間のギャップを埋めることを目指す。現在の論理設計論は、正規化理論と呼ばれる理論に基づいているわけであるが、本来は、正規化理論は単一の関係に適用されるものであった。与えられた関係に対する更新に際して、その手数を減らすために関係を分解し、更新の局所性を高めることを目的として提案されたのが正規化理論であった。それがいつの間にか、関係の集合であるデータベースにも適用されるようになって正規化理論に基づく論理設計論が生まれたのである。正規化理論は単一関係に対して適用可能であることから、これに基づく論理設計論では、データベースも単一の関係と見做すことが出来るという、実際の観点からはどういふ認めること

のべきないような仮定がなされている。理論と実際の間のギャップはこの仮定に起因する。

本稿では、関係の定義を拡張し、一部の属性の値が与えられいないタプルを許した関係を半関係と名付け、データベースを単一の関係と見做し得ると仮定するかわりに、単一の半関係と見做し得ると仮定し、半関係に対して正規化理論を再構築し、これに基づく論理設計論を確立する。データベースを単一の半関係と見做し得るとする仮定は、対象データベースに何等の本質的な制約を課すことにはならない。本稿で述べる論理設計法で設計したスキーマでは、ビュー更新問題も生じ得ないことについて触れる。

2. 従来の正規化理論の問題点

従来の正規化理論に基づいたスキーマ設計論では、データベースが単一の関係と見做され得ることが仮定されていた。この仮定を、「汎関係の存在仮定」と呼んでいる。この仮定が現実的でないことを例を用いて示す。

関数従属関係 $B \rightarrow C$ が成立すると指定された汎関係 $R(A, B, C)$ が図1(a)のような関係であるとする。スキーマ設計法には分解法と独立成分法の2方法があるが、この場合には、両方共、スキーマとして、

R	A	B	C
	a	b	d
	b	c	e

(a)

$B \rightarrow C$

R ₁	A	B
	a	b
	b	c

(b)

R ₂	B	C
	b	d
	c	e

(1) B = 'c' や C = 'e' なる
情報の削除

R ₁	A	B
	a	b
	b	c

(c)

汎関係は?

R	A	B	C
	a	b	d
	b	c	

(d)

R	A	B	C
	a	b	d
	b	c	⊥

(e)

(2) B の値 'c' の消去

R ₁	A	B
	a	b
	b	⊥

(f)

正

誤

R	A	B	C
	a	b	d
	b	⊥	e

(g)

R	A	B	C
	a	b	d
	b	⊥	⊥
	⊥	⊥	e

(h)

例1. スキーマ上の更新に関する問題.

$$\{(AB; \phi), (BC; \{B \rightarrow c\})\}$$

を与え、 R は図1 (b)に示すように R_1 と R_2 に分解される。問題は、このスキーマに対して更新を行う際に生じる。例として2つの更新要求を考える。

- (1) $B = 'c'$ や $C = 'e'$ なる情報の削除
- (2) B の値 $'c'$ の消去

設計されたスキーマの上での(1)の更新は図1 (c)のようになり、(2)の更新は (f)のようになる。(1)のような更新では、更新結果(c)に対応すると A, B, C 上の汎関係はもはや存在しない。 A, B, C を列とする表の形にこの結果を表現すると(d)のようになり、一部のタプルで一部の属性の値が与えられないことを許すように関係の定義を拡張しないと、(d)を関係と見ることはできない。値が与えられていない項目は、値"⊥"が与えられているものと見做し、以下では(d)を(e)のように表現する。この更新例より、 σ と σ と汎関係の存在仮定を満たしているデータベースで、極めて単純な更新によって汎関係を持たなくなるということが起こり得ることがわかる。(1)の更新結果(d)で注目すべき他の1点は、更新の結果、タプル (b, c, e) の (A, B) への射影 (b, c) は保存

されいているが、 $\{A, C\}$ への射影 (b, c) は消失している点がある。その理由を考えると、関数従属関係 $B \rightarrow C$ も考慮して設計されたスキーマ上の (1) の更新結果が (c) であるとする背景には、

“B の値が定義されることなく C の値が定義されることはない”

という暗黙の了解が、 $B \rightarrow C$ の定義に含まれているように思われる。

(2) の更新結果は (f) のようになり、タプルの一部に値の与えられない属性が存在することを許したとしても、(f) に対する汎関係が (g) なのか (h) なのかは定まらない。(a) に直接 (2) の更新を行うと (g) になるので、(h) は正しくない。このように、スキーマ上で (2) のような更新を行うと、正しい更新と正しくない更新の区別が小さくなる。この原因は、更新結果 (f) の R_2 が、キー一部が不定となるようなタプルを含む関係を許しているからである。odd が関係 (厳密に言えば、後に定義する半関係) に対して課した条件に抵触しているからである。

(1) の更新例は、汎関係に未定義値が含まれることを許すべきであることを示唆しており、(1) の中 2 の注目点と、(2)

の更新例は、未定義値の現われ方と、データベースの分解に用いる従属関係とは、独立に取り扱われるべきでないことを示唆している。

現場の設計者に比較的受け入れられているE-Rモデル等では、属性にロールとプロパティの区別があり、ロールのみからなるような属性集合 X に対してのみ $X \rightarrow Y$ & $X \twoheadrightarrow Y$ といった従属関係が考えられる。このような従属関係では、 Y がプロパティのみの場合には、

「あるタプルにおいて、 $A \in Y$ が存在して、このタプルの A 属性の値が未定義でなければ、このタプルの X 部に未定義値が現われることはない」

という条件が成立している。 Y にロールが含まれる場合には、エンティティ間の存在従属関係を考慮し、この場合にも上述の条件が成立するようにしようとするのが最近のE-Rモデルの研究の動きである。

本稿でも、半関係に即した従属関係を定義するのには、上述の条件を従来の定義に付加して考えることにする。このような拡張を行うため、次章では半関係を定義する。

3. 半関係

D を対象世界の可能な値の集合, Ω を属性集合と呼ばれる有限集合とする. 集合 X, Y に対し, $(X \rightarrow Y)$ を X から Y へのすべての全関数の集合を表し, $P(X \rightarrow Y)$ を X から Y へのすべての半関数の集合を表す. $\mu \in (\Omega \rightarrow D)$ を (Ω, D) 上の (全) タプルと呼び, $\mu \in P(\Omega \rightarrow D)$ を (Ω, D) 上の半タプルと呼ぶ. $\perp \notin D$ とし, $\underline{D} = D \cup \{\perp\}$ とする. $\mu \in P(\Omega \rightarrow D)$ に対し, $(\Omega, \underline{D})$ 上のタプル $\underline{\mu} \in (\Omega \rightarrow \underline{D})$ を

$$\begin{aligned} \underline{\mu} = \lambda x. & \quad (x \notin \Omega \rightarrow \text{undefined}, \\ & \mu(x) \neq \text{undefined} \rightarrow \mu(x), \\ & \text{true} \rightarrow \perp) \end{aligned}$$

と定義する. $R \subset (\Omega \rightarrow D)$ なる R を (Ω, D) 上の関係と呼び,

$r \subset P(\Omega \rightarrow D)$ なる r を (Ω, D) 上の半関係と呼ぶ.

$r \subset P(\Omega \rightarrow D)$ に対し, $\underline{r} \subset (\Omega \rightarrow \underline{D})$ を

$$\underline{r} = \{ \underline{\mu} \mid \mu \in r \}$$

と定義する. (Ω, D) 上の関係 R に対し,

$$\omega(R) = \Omega$$

と定義し, 半関係 r に対し, $\omega(r)$ を

$$\omega(r) = \omega(\underline{r})$$

と定義する.

$$\mu \in (\Omega \rightarrow \underline{D}) \text{ と } X \subset \Omega \text{ に対し,}$$

$$\mu|_X = \lambda x. (x \in X \rightarrow \mu(x), \text{ true} \rightarrow \text{undefined})$$

と定義し, $r \subset P(\Omega \rightarrow \underline{D})$ に対し,

$$[X] \underline{r} = (X \not\subset \Omega \rightarrow \phi, \text{ true} \rightarrow \{\mu|_X \mid \mu \in \underline{r}\})$$

と定義する.

2つの半関係 R と S の有向結合 $\underline{r} \triangleright \underline{s}$ を

$$\begin{aligned} \underline{r} \triangleright \underline{s} = \{ \mu \mid & \mu \in (\omega(r) \cup \omega(s) \rightarrow \underline{D}) \wedge (\mu|_{\omega(r)} \in \underline{r}) \\ & \wedge (\mu|_{\omega(s)} \in \underline{s}) \\ & \wedge \forall A \in \omega(s) - \omega(r) \forall B \in \omega(s) \cap \omega(r) \\ & (\mu(A) \neq \perp \supset \mu(B) \neq \perp) \} \end{aligned}$$

と定義し, 関係 R, S の自然結合は $R * S$ で表わす.

補題 3.1.

$$[\omega(s)](\underline{r} \triangleright \underline{s}) \subset \underline{s}$$

(証明) $\underline{r} \triangleright \underline{s}$ の定義より明らかである.

4. 自然従属関係

半関係に對して, 関係に對する関数従属関係 (FD) $X \rightarrow Y$ に相當する従属関係 $X \Rightarrow Y$ と, 多値従属関係 (MVD) $X \twoheadrightarrow Y$ に相當する従属関係 $X \twoheadRightarrow Y$ とを以下のように定義し, 各々, 自然関数従属関係 (nFD), 自然多値従属関係 (nMVD) と呼ぶ.

定義 4.1.

半関係 r と, $X, Y \subseteq \omega(r)$ に對して, X から Y への存在従属関係 $X \Rightarrow Y$ を,

$$(\underline{r} \text{ sat } X \Rightarrow Y) \text{ iff } \forall B \in Y \exists A \in X \forall \mu \in \underline{r} \\ \mu(A) \neq \perp \Rightarrow \mu(B) \neq \perp$$

と定義する.

定義 4.2

半関係 r と, $X, Y \subseteq \omega(r)$ に對して,

$$(\underline{r} \text{ sat } X \twoheadrightarrow Y) \text{ iff } (\underline{r} \text{ sat } X \rightarrow Y) \\ \wedge (\forall A \in Y \quad \underline{r} \text{ sat } A \twoheadrightarrow X)$$

と定義する.

定義 4.3

半関係 r と, $X, Y \subseteq \omega(r)$ に対して,

$$(r \text{ sat } X \Rightarrow Y) \text{ iff } (r \text{ sat } X \Rightarrow Y) \\ \wedge (\forall A \in Y \quad r \text{ sat } A \Rightarrow X)$$

と定義する.

(Ω, D) 上の関係 R に対して,

$$(R \text{ sat } X \Rightarrow Y) \text{ iff } R = [XY]R * [X(\Omega - Y)]R$$

となるように, 自然従属関係について次の定理が成立する.

定理 4.1. (分解定理)

(Ω, D) 上の半関係 r と, $X, Y \subseteq \Omega$ に対して,

$$(r \text{ sat } X \Rightarrow Y) \text{ iff } r = [X(\Omega - Y)]r \triangleright [XY]r$$

が成立する.

(証明) 省略.

FD, MVD は, よく知られているように, 以下の FD1~3, MVD 0~2, FD-MVD 1~2 の公理系を満足し, この公理系の

完全性は Beeri 等によって証明されている⁽¹⁾。

FD 1 (Reflexivity) if $Y \subseteq X$ then $X \rightarrow Y$.

FD 2 (Augmentation) if $Z \subseteq W$ and $X \rightarrow Y$ then $XW \rightarrow YZ$.

FD 3 (Transitivity) if $X \rightarrow Y$ and $Y \rightarrow Z$ then $X \rightarrow Z$.

MVD 0 (Complementation) if $X \twoheadrightarrow Y$ then $X \twoheadrightarrow \Omega - Y$.

MVD 1 (Augmentation) if $Z \subseteq W$ and $X \twoheadrightarrow Y$ then $XW \twoheadrightarrow YZ$.

MVD 2 (Transitivity) if $X \twoheadrightarrow Y$ and $Y \twoheadrightarrow Z$ then $X \twoheadrightarrow Z - Y$.

FD-MVD 1 if $X \rightarrow Y$ then $X \twoheadrightarrow Y$.

FD-MVD 2 if $X \twoheadrightarrow Y$ and $(\Omega - Y) \rightarrow Y$ then $X \rightarrow Y$.

存在従属関係 (ED) は以下の公理系を満たす。

ED 1 (Reflexivity) if $Y \subseteq X$ then $X \xrightarrow{e} Y$.

ED 2 (Augmentation) if $Z \subseteq W$ and $X \xrightarrow{e} Y$ then $XW \xrightarrow{e} YZ$.

ED 3 (Transitivity) if $X \xrightarrow{e} Y$ and $Y \xrightarrow{e} Z$ then $X \xrightarrow{e} Z$.

要するに, ED は FD と同じ公理系を満足する。これらの証明は ED の定義より明らかなので省略する。

定理 4.2

ED に対する公理系 $ED1 \sim ED3$ は完全である。

(証明)

$\Omega = \{A_1, A_2, \dots, A_n\}$ とし, $\mathcal{E}$ を Ω における ED の任意の集合とし, $ED1 \sim 3$ を用いて $\mathcal{E}$ より推論される ED の集合を $\mathcal{E}^+$ で表わす. $\mathcal{E}^+$ を $\mathcal{E}$ の閉包と呼ぶ. 公理系の完全性は, 任意の $\mathcal{E}$ に対して, $\mathcal{E}^+$ に含まれるすべての ED を満足し, かつ $\mathcal{E}^+$ なるいかなる $ED: f$ も $\mathcal{E}$ を満足しないような $(\Omega, \mathcal{D})$ 上の関係の例が常に存在することによって証明される.

各 $X \subset \Omega$ に対して,

$$X^* = \{B \mid X \Rightarrow B \in \mathcal{E}^+\}$$

と定義する. $\mathcal{D}$ を 2^n 個の異なる要素より成る集合 $\{a_x \mid x \subset \Omega\}$ とし, 各 $X \subset \Omega$ に対して, $(\Omega, \mathcal{D})$ 上のタプル μ_x を

$$\mu_x(A) = \begin{cases} a_x & \text{if } A \in X^* \\ \perp & \text{otherwise} \end{cases}$$

と定義する. $(\Omega, \mathcal{D})$ 上の関係 $\perp$ を

$$\perp = \{\mu_x \mid x \subset \Omega\}$$

と定義する. $\perp$ は明らかに $\mathcal{E}^+$ を満足する. $f: X \Rightarrow Y \notin \mathcal{E}^+$ と

1, $\perp$ が $X \Rightarrow Y$ を満足すると仮定する。 $X \rightarrow X^* \in \mathcal{E}^+$ であるから, $Y - X^* \neq \emptyset$ である。 $B \in Y - X^*$ とすると, $\perp$ が $X \Rightarrow Y$ を満足するから $X \Rightarrow B$ も満足する。 よって,

$$\exists A \in X, \forall \mu \in \perp \quad \mu(A) \neq \perp \Rightarrow \mu(B) \neq \perp$$

が成立する。これを書き換えると,

$$\exists A \in X, \forall \mu \in \perp \quad \mu(B) = \perp \Rightarrow \mu(A) = \perp$$

となる。ところが $\mu_x \in \perp$ は, $B \notin X^*$ より $\mu_x(B) = \perp$ であり, かつ任意の $A \in X$ に対し, $\mu_x(A) = a_x$ である。これは矛盾である。 よって, $\perp$ は $X \Rightarrow Y$ を満足しない。(証明終り)

自然従属関係は, 以上の FD 1~3, MVD 0~2, FD-MVD 1~2, ED 1~3 に公理 nFD, nMVD を付加した公理系を満たす。

$$\text{nFD. } X \Rightarrow Y \quad \text{iff} \quad (X \rightarrow Y) \wedge (\forall A \in Y \quad A \xrightarrow{e} X).$$

$$\text{nMVD. } X \Rightarrow Y \quad \text{iff} \quad (X \Rightarrow Y) \wedge (\forall A \in Y \quad A \xrightarrow{e} X).$$

定理 4.3

FD 1~3, MVD 0~2, FD-MVD 1~2, ED 1~3, nFD, nMVD から成る公理系は, 自然従属関係に関する完全な公理系である。

る。

(証明)。

Γ を Ω における nFD, nMVD の任意の集合とし, Γ_0, Γ_1 を,

$$\begin{aligned}\Gamma_0 &= \{X \rightarrow Y \mid X \Rightarrow Y \in \Gamma\} \cup \{X \twoheadrightarrow Y \mid X \twoheadrightarrow Y \in \Gamma\} \\ \Gamma_1 &= \{A \twoheadrightarrow X \mid (X \Rightarrow Y \in \Gamma \vee X \twoheadrightarrow Y \in \Gamma) \wedge A \in Y\}.\end{aligned}$$

と定義する。ED 1~3 を用いて Γ_1 より推論される FD の集合を Γ_1^+ で表わし, 残りの公理を用いて Γ_0 より推論される FD, MVD の集合を Γ_0^+ で表わす。 Γ から推論されるすべての自然従属関係も Γ^+ で表わす。公理系の完全性は, Γ^+ に含まれるすべての nFD, nMVD を満足し, $f \in \Gamma^+$ なるいかなる自然従属関係 $f: X \Rightarrow Y$ (or $X \twoheadrightarrow Y$) に対して $\emptyset, X \rightarrow Y$ (or $X \twoheadrightarrow Y$) が成り立たないか, $B \in Y$ が存在して $B \twoheadrightarrow X$ が成り立たないような $(\Omega, \mathcal{D})$ 上の関係 $\mathcal{R}$ が常に存在することを示すことにより証明される。

FD 1~3, MVD 0~2, FD-MVD 1~2 が FD, MVD についての完全な公理系であることは Beeri 等により既に証明がなされている⁽¹⁾ により, Ω 上の任意の Γ に対して, Γ^+ に含まれるすべての FD, MVD を満足し, $f \in \Gamma^+$ なるいかなる従属関係をも満足しない関係の例 $\mathcal{R}_0$ を構成することが出来る。この構成に用いるすべての値の集合を $\mathcal{D}_0$ で表わす。各 $X \subset \Omega$ に対して, a_x

を $\mathcal{D}_0$ に含まれない値とし, Ω の要素数 n に対して, 2^n 個の互いに異なる値から成る集合 $\mathcal{D}_1 = \{a_x \mid x \in \Omega\}$ を定義する. $(\Omega, \mathcal{D}_1)$ 上の関係 $\underline{r}_1$ を定理 4.2 の証明中に示された構成手続きに従って構成する.

$\mathcal{D}$ を $\mathcal{D}_0 \cup \mathcal{D}_1$ とし, $(\Omega, \mathcal{D})$ 上の関係 $\underline{r}$ を

$$\underline{r} = R_0 \cup \underline{r}_1$$

と定義する.

$X \Rightarrow Y (X \Rightarrow Y) \in \Gamma^+$ のとき,

$$R_0 \text{ に対して } X \rightarrow Y (X \Rightarrow Y)$$

は明らかであり, $X \Rightarrow Y (X \Rightarrow Y) \in \Gamma^+$ より,

$$\forall A \in Y \quad A \Rightarrow X \in \Gamma_1^+$$

であるから,

$$\forall A \in Y \quad \forall Z \Rightarrow A \quad X \subset Z^*$$

となり, 任意の $\mu_Z(A) \neq \perp$ なる $\mu_Z \in \underline{r}_1$ に対して, どの $B \in X$ に対して $\mu_Z(B) = \mu(A)$ となり, よって,

$$\underline{r}_1 \text{ に対して } X \rightarrow A$$

が任意の $A \in Y$ に対して満たされる。よって,

$$\underline{r}_1 \text{ sat } X \rightarrow Y$$

が成立する。したがって, $X \Rightarrow Y (X \Rightarrow Y) \in \Gamma^+$ であれば,

$$\underline{r} \text{ sat } X \rightarrow Y (X \Rightarrow Y)$$

が成立する。一応, $X \Rightarrow Y (X \Rightarrow Y) \in \Gamma^+$ であれば, $\underline{r}$ はその構成法より,

$$\forall A \in Y \quad \underline{r}_1 \text{ sat } A \xrightarrow{e} X$$

を満たし, R_0 には $\perp$ が現われないので,

$$\forall A \in Y \quad R_0 \text{ sat } A \xrightarrow{e} X$$

を満たす。したがって,

$$\forall A \in Y \quad \underline{r} \text{ sat } A \xrightarrow{e} X$$

となり, したがって, $X \Rightarrow Y (X \Rightarrow Y) \in \Gamma^+$ であれば,

$$\underline{r} \text{ sat } X \Rightarrow Y (X \Rightarrow Y)$$

が成立するにちがいない。

$\{ \vdash X \Rightarrow Y (X \Rightarrow Y) \in \Gamma^+ \}$ なる自然従属関係とし, $\vdash$ が

f を満たさないことを示す。 $f \notin \Gamma^+$ であるから、 $X \rightarrow Y$ $(X \Rightarrow Y) \notin \Gamma_0^+$ か、 $\exists A \in Y \ A \Rightarrow X \notin \Gamma_1^+$ のいずれかが成立する。 $X \rightarrow Y \ (X \Rightarrow Y) \notin \Gamma_0^+$ とすると、 R_0 の構成法より、

$$\neg (R_0 \models X \rightarrow Y \ (X \Rightarrow Y))$$

がいえ、 $\exists A \in Y \ A \Rightarrow X \notin \Gamma_1^+$ であれば、 $X \notin A^*$ となり、 r_1 の構成法から、

$$\neg (r_1 \models A \Rightarrow X)$$

となる。よって、 $f \notin \Gamma^+$ であれば、

$$\neg (r \models f)$$

がいえる。よって公理系は自然従属関係に関して完全である。
(証明終り)

この定理の証明は、自然従属関係の集合 Γ が与えられたとき、 Γ^+ を求める手続きを示唆している。

Algorithm

- (1) Γ より、 Γ_0 と Γ_1 を求める。
- (2) FD, MVDに関する公理系を用いて Γ^+ を求める。

(3) ED に関する公理系を用いて Γ_1^+ を求める。

(4) Γ^+ を

$$\Gamma^+ = \{ X \Rightarrow Y \mid (X \rightarrow Y \in \Gamma_0^+) \wedge (\forall A \in Y \ A \xrightarrow{e} X \in \Gamma_1^+) \} \\ \cup \{ X \Rightarrow Y \mid (X \Rightarrow Y \in \Gamma_1^+) \wedge (\forall A \in Y \ A \xrightarrow{e} X \in \Gamma_1^+) \}$$

によって求める。

ステップ (2) は、従来の従属関係に関する研究の1つとして、既に多くの研究者によって研究されているが、たとえば、 Γ_0^+ の正準表現を用いる著者の方法⁽³⁾を用いればよい。この方法を以下に示す。ステップ (3) は本質的には FD の閉包の計算に他ならないから、たとえば著者の方法⁽²⁾が用いられる。

$\{X, Y_0, Y_1, \dots, Y_n\}$ が Ω の分割であるとき、

$$X : [Y_0] Y_1 | Y_2 | \dots | Y_n$$

で、集合

$$\{ \forall A \in Y_0 \ X \rightarrow A, \ X \Rightarrow Y_1, X \Rightarrow Y_2, \dots, X \Rightarrow Y_n \}$$

を表わす。集合 $\widetilde{\Gamma}^+$ を

$$X : [Y_0] Y_1 | Y_2 | \dots | Y_n \in \widetilde{\Gamma}^+$$

iff $\Gamma_0 \vdash X : [\Upsilon_0] \Upsilon_1 | \Upsilon_2 | \dots | \Upsilon_n$

and

$\neg \exists \Upsilon : [\Upsilon_0] \Upsilon_1 | \Upsilon_2 | \dots | \Upsilon_m$

s.t. $(\Gamma \vdash \Upsilon : [\Upsilon_0] \Upsilon_1 | \Upsilon_2 | \dots | \Upsilon_m$

and

$\Upsilon : [\Upsilon_0] \Upsilon_1 | \Upsilon_2 | \dots | \Upsilon_m \vdash X : [\Upsilon_0] \Upsilon_1 | \Upsilon_2 | \dots | \Upsilon_n)$

と定義する.

このような Γ_0^+ は Γ_0 の最小表現になる訣であるが, Γ_0^+ は以下の推論規則

rule : $X : [\Upsilon_0] \Upsilon_1 | \Upsilon_2 | \dots | \Upsilon_n, \Upsilon : [\Upsilon_0] \Upsilon_1 | \Upsilon_2 | \dots | \Upsilon_m$

$\vdash W : [Z_0] Z_1 | Z_2 | \dots | Z_m | Z_{m+1}$

where

$$W = X \vee (\Upsilon_i \wedge \Upsilon)$$

$$Z_0 = \Upsilon_0 \vee (\Upsilon_i \wedge \Upsilon_0) - W$$

$$Z_j = \Upsilon_i \wedge \Upsilon_j \quad \text{for } 1 \leq j \leq m$$

$$Z_{m+1} = \Omega - W - \bigcup_{0 \leq j \leq m} Z_j$$

と, 次の性質

property : $\Gamma \vdash \Upsilon : [\Upsilon_0] \Upsilon_1 | \dots | \Upsilon_m \vdash X : [\Upsilon_0] \Upsilon_1 | \dots | \Upsilon_n$

iff $(\Upsilon \subseteq X) \wedge (\Upsilon_0 \geq \Upsilon_0)$

$$\wedge (\forall i \exists I \in \{0, 1, \dots, m\})$$

$$X \cup Y_i = \bigcup (\bigcup_{j \in I} V_j)$$

を用いなければならない。

例題 4.1.

$$\Omega = \{A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, K, L, M, N, O, P, Q\}$$

$$\Gamma = \{G \Rightarrow DK, AC \Rightarrow OP, H \Rightarrow AB, AB \Rightarrow CDEFGKLM, C \Rightarrow DEFGKN, D \Rightarrow AHKLN, F \Rightarrow ABG, I \Rightarrow JQ\}$$

に対し, $\Gamma_0, \Gamma_1, \widetilde{\Gamma}_0^+, \Gamma_1^+, \Gamma^+$ を定める。

$$\Gamma_0 = \{G \rightarrow DK, AC \rightarrow OP, H \rightarrow AB, AB \Rightarrow CDEFGKLM, C \Rightarrow DEFGKN, D \Rightarrow AHKLN, F \Rightarrow ABG, I \Rightarrow JQ\}$$

$$\Gamma_1 = \{D \xrightarrow{e} G, K \xrightarrow{e} G, O \xrightarrow{e} AC, P \xrightarrow{e} AC, A \xrightarrow{e} H, B \xrightarrow{e} H, C \xrightarrow{e} AB, D \xrightarrow{e} AB, E \xrightarrow{e} AB, F \xrightarrow{e} AB, G \xrightarrow{e} AB, K \xrightarrow{e} AB, L \xrightarrow{e} AB, M \xrightarrow{e} AB, D \xrightarrow{e} C, E \xrightarrow{e} C, F \xrightarrow{e} C, G \xrightarrow{e} C, K \xrightarrow{e} C, N \xrightarrow{e} C, A \xrightarrow{e} D, H \xrightarrow{e} D, K \xrightarrow{e} D, L \xrightarrow{e} D, N \xrightarrow{e} D, A \xrightarrow{e} F, B \xrightarrow{e} F, G \xrightarrow{e} F, J \xrightarrow{e} I, Q \xrightarrow{e} I\}$$

$$\tilde{\Gamma}^+ : G : [AB\bar{D}KOP] H | L | N | IJQ | CEFM$$

$$H : [ABOP] N | IJQ | CDEF GKLM$$

$$AB : [OP] H | N | IJQ | CDEF GKLM$$

$$C : [ABOP] H | N | IJQ | DEF GK | L | M$$

$$\bar{D} : [ABKOP] H | L | N | IJQ | CEF GM$$

$$F : [AB\bar{D}KOP] G | H | L | N | IJQ | CEM$$

$$I : JQ | ABCDEF G H K L M N O P$$

$$\Gamma_1^+ : A^* = B^* = C^* = \bar{D}^* = F^* = G^* = H^* = ABCDEF GH$$

$$E^* = ABCDEF GH, I^* = I, J^* = IJ,$$

$$K^* = ABCDEF GH K, L^* = ABCDEF GH L$$

$$M^* = ABCDEF GH M, N^* = ABCDEF GH N$$

$$O^* = ABCDEF GH O, P^* = ABCDEF GH P$$

$$Q^* = IQ$$

$$\Gamma^+ : G \Rightarrow AB\bar{D}KOP, G \Rightarrow H, G \Rightarrow L, G \Rightarrow N, G \Rightarrow CEFM$$

$$H \Rightarrow ABOP, H \Rightarrow N, H \Rightarrow CDEF GKLM$$

$$AB \Rightarrow OP, AB \Rightarrow H, AB \Rightarrow N, AB \Rightarrow CDEF GKLM$$

$$C \Rightarrow ABOP, C \Rightarrow H, C \Rightarrow N, C \Rightarrow DEF GK, C \Rightarrow L,$$

$$C \Rightarrow M$$

$$\bar{D} \Rightarrow ABKOP, \bar{D} \Rightarrow H, \bar{D} \Rightarrow L, \bar{D} \Rightarrow N, \bar{D} \Rightarrow CEF GM$$

$$F \Rightarrow AB\bar{D}KOP, F \Rightarrow G, F \Rightarrow H, F \Rightarrow L, F \Rightarrow N,$$

$$F \Rightarrow CEM,$$

$$I \Rightarrow JQ.$$

別の興味ある例を示す。

例題 4.2.

$$\Omega = \{ A, B, C, D, E, F, G, H \}$$

$$\Gamma = \{ A \Rightarrow B, AC \Rightarrow DE, DF \Rightarrow G, G \Rightarrow F, D \Rightarrow H \}$$

$$\Gamma_0^+ = \{ A \rightarrow AB, AC \rightarrow ABCDEH, DF \rightarrow DFGH, \\ G \rightarrow GF, D \rightarrow DH \}$$

$$\Gamma_1^+ = \{ A \xrightarrow{e} A, B \xrightarrow{e} AB, C \xrightarrow{e} C, D \xrightarrow{e} ACD, \\ E \xrightarrow{e} ACE, F \xrightarrow{e} ACDFG, G \xrightarrow{e} ACDFG, \\ H \xrightarrow{e} ACHD \}$$

$$\Gamma^+ = \{ A \Rightarrow AB, AC \Rightarrow DEH, DF \Rightarrow FG, G \Rightarrow GF, \\ D \Rightarrow DH \}$$

この例では, $AC \rightarrow ABC$ があるが, $AC \not\Rightarrow A$, $AC \not\Rightarrow B$, $AC \not\Rightarrow C$ である。

例題 4.3

$$\Omega = \{ \text{emp, secretary, driver, salary, type-speed,} \}$$

licence #

とする。 secretary と driver が emp(loyee) であるから、これらと emp の間に意味的な包含関係が存在する。自然従属関係を用いた解析では、このような意味的な包含関係が FFD を用いて、

$$\text{emp} \Rightarrow \text{secretary}, \quad \text{emp} \Rightarrow \text{driver}$$

と考えればよい。よって、このデータベースにおける自然従属関係は、

$$\text{emp} \Rightarrow \text{salary}, \text{secretary}, \text{driver},$$

$$\text{secretary} \Rightarrow \text{type-speed},$$

$$\text{driver} \Rightarrow \text{licence \#}$$

となる。

5. 関係の分解と更新

$(\Omega, \mathcal{D})$ 上の半関係 r が、 $X, Y \subset \Omega$ に対して、

$$r \text{ sat } X \Rightarrow Y$$

or

$$r \text{ sat } X \Rightarrow\Rightarrow Y$$

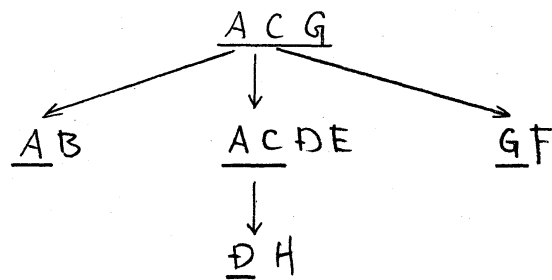
ならば、定理 4.1 により、 r は、 $[X(\Omega-Y)]r$ と $[XY]r$ の 2 つの半関係に分解でき、

$$\underline{r} = [X(\Omega-Y)]\underline{r} \sqcup [XY]\underline{r}$$

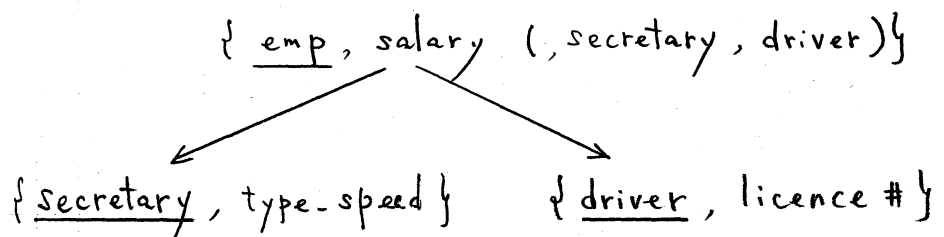
が成り立つ。与えられた Γ に対し、 Γ^+ を求め、自然従属関係について正規形の半関係への分解を行うことができる。

例題 5.1

例題 4.2 に対しては、



のように分解できる。例題 4.3 は、



と分解できる。

従来、スキーマの分解を行うと、図1に示したように、更新の際に種々の問題が生じた。図1において、 $B \rightarrow C$ のかわりに $B \Rightarrow C$ が指定されているとすると、“ $B = 'c'$ ” や “ $C = 'e'$ ” なる情報の削除”は同図(c)のようになり、才2例の“ B の値 $'c'$ の消去”は、それに対応する C の値を消去しないと $B \Rightarrow C$ の条件に抵触する。よって、同図(d)のような更新は生じ得ない。

図1のようなデータベース $r(A, B, C)$ を、 $B \rightarrow C$ や $B \Rightarrow C$ によって $r_1(A, B)$ と $r_2(B, C)$ に分解すると、ビュー更新問題と呼ばれる別の問題が生じる。たとえば、この場合に、ビューとして、 A と C の間の関係のみを考え、このビューに、 $A = 'a'$ や $C = 'c'$ なる情報を付加する場合を考えてみよう。これは、ビューに対する更新であるが、この更新を基底関係である r_2 に対するどのような更新に写像すればよいかという問題がビュー更新問題である。基底関係を更新するためには B 属性の値を定めなければならないが、この場合には B の値が与えられていない。ビュー更新問題は、データベースにおける困難な問題の一つとして、理論家の興味をひいているが、著者自身は、データベースの設計が正しくなされるならば、ビュー更新問題は生じ得ないと考える。この例の場合、自然従属関係のみを用いて設計がなされたとすると、 r_1, r_2

$\wedge$ の分解は、 $B \Rightarrow C$ か $B \Rightarrow C$ を用いてなされたものである。
 したがって、 $C \Rightarrow B$ となって、 $A = 'a'$ や $C = 'c'$ なる情報が
 新しく与えられる場合には、 $C \Rightarrow B$ によって、それに対する
 B の値も同時に与えられる筈である。したがって、 r_1, r_2 に
 対する更新は一意に定まる。

6. おわりに

本稿では、データベースの設計論における理論と実際のギャップが、汎関係の存在を仮定する点にあることを示し、汎関係のかわりに汎半関係を考え、この拡張に伴って、従属関係も自然従属関係へと拡張した。自然従属関係は、対応する従属関係の条件に加え、右辺に現れるいくつかの属性の値が与えられているようなタプルは、左辺に現れるすべての属性の値も与えられているという一種の存在従属関係の条件を課したものである。本稿では、自然従属関係についての完全な公理系を与え、その完全性を証明し、与えられた自然従属関係の集合より、その閉包を計算するアルゴリズムを示した。最後に、自然従属関係を用いたデータベース設計について述べ、自然従属関係による半関係の分解によるデータベース設計では、近年多くの研究者の頭を悩ませたビュー更新問題は

生じ得ないことを示した。

参考文献

- (1). C. Beeri et al, SIGMOD 1977, pp. 47-61.
- (2). Y. Tanaka et al, VLDB 1977, pp. 454-461.
- (3). Y. Tanaka, in "Data Base Architecture" North-Holland, 1979, pp. 297-316.