

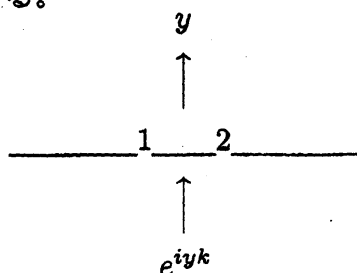
量子論における 2 重スリットについて

五十嵐 彰

量子的粒子（例えば、電子など）の状態は Schrödinger の方程式を解くことにより確率的に決定される。

Schrödinger の方程式は波動方程式であるから、波源、平面波、... など古典的波動論の用語を使用する。

以下では、量子論における最も基本的な問題である 2 重スリットによる量子的粒子の回折を、無限に長い 2 重スリットに直角に平面波 e^{iky} が入射する場合を論ずる。



この問題は 2 次元問題として取り扱うことが出来る。しかし、得られた結論は 3 次元問題とした場合にも変わらない。

ここで求める問題の解 φ は領域

$$0 < r, \quad 0 < \theta < \pi$$

における近似解である。

また、領域 $0 < r < \infty, \pi < \theta < 2\pi$ に波源をもつ場合や斜めに平面波が入射する場合など対称性がない場合の一般解は

$$\varphi = \alpha_1 \varphi_1 + \alpha_2 \varphi_2, \quad \alpha_1 \neq \alpha_2,$$

対称性がある場合は

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2$$

となることも示す。

1. Feynman [1] によれば、平面波がスリットに直角に入射するとき、この問題の解 φ は

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2$$

である。

ここで $\varphi_i : i = 1, 2$ はスリット i の中心を波源とする円筒波である。

2. この結果を異なる考えから導くことができることを示す。

スリット 1 の中心を波源とする φ_1 が与えられたとき、Schrödinger 方程式の解 ϕ_1 はスリット 2 の影響を考慮すると

$$\exists \alpha_1, \alpha_2 \in \mathbb{C} : \Phi_1 = \alpha_1 \varphi_1 + \alpha_2 \varphi_2$$

となる。

同様に、スリット2の中心を波源とする φ_2 が与えられたとき、Schrödinger 方程式の解 Φ_2 はスリット1の影響を考慮すると

$$\exists \beta_1, \beta_2 \in \mathbb{C} : \Phi_2 = \beta_1 \varphi_1 + \beta_2 \varphi_2$$

となる。

平面波がスリットに直角に入射するとき、この問題の解 φ は

$$\varphi = \Phi_1 + \Phi_2$$

によって与えられるが、対称性により

$$\alpha_1 = \beta_2, \quad \alpha_2 = \beta_1$$

が得られるから

$$\varphi = (\alpha_1 + \alpha_2)(\varphi_1 + \varphi_2)$$

となり、1と同等の結果が得られる。

3. 2.により、量子的粒子は粒子と仮定しても干渉が消えることはないことが解かる。
4. 粒子は、Schrödinger 方程式に従う限り、つまり量子的粒子なら、この問題の解は

$$\varphi = \Phi_1 \oplus \Phi_2 \quad \oplus \text{ は直交和}$$

ではなく

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2$$

によって与えられなければならない。

5. スリット1に粒子の到達を観測する観測装置をおいても干渉が消えることはなく、唯干渉縞が変わるだけであり、その解は

$$\varphi = (\alpha_1 + \beta_1)\varphi_1 + (\alpha_2 + \beta_2)\varphi_2$$

となることも解かる。

6. スリット間の中心を原点とする円筒座標系を導入したとき、波源が

$$\pi \leq \theta \leq 2\pi$$

の有限の領域にあるときの解は

$$\varphi = (\alpha_1 + \beta_1)\varphi_1 + (\alpha_2 + \beta_2)\varphi_2,$$

波源が $\theta = \frac{3}{2}\pi$ の有限の領域にあるときは

$$\varphi = (\alpha_1 + \alpha_2)(\varphi_1 + \varphi_2)$$

となる。

故に、この場合干渉縞は平面波がスリットに直角に入射するときと同じになる。

7. 一般解 φ は

$$\varphi = \alpha_1\varphi_1 + \alpha_2\varphi_2$$

によって与えられる。

1) 対称性があるときは

$$\alpha_1 = \alpha_2$$

となる。

2) 対称性がないとき、例えば、平面波 $e^{ik_x x + ik_y y}$ が入射するときや、スリットの幅が等しくないときなどは

$$\alpha_1 \neq \alpha_2$$

となる。

3) 一般解 φ

$$\varphi = \alpha_1\varphi_1 + \alpha_2\varphi_2$$

の解釈については量子論における確率解釈についてを参照されたい。

参考文献

1. ファインマン、レイトン、サンズ 著：ファインマン物理学 岩波書店。
2. 五十嵐 彰：量子論における確率解釈について 数理解析研究所 講究録

AKIRA IGARASHI

3-4-23 Nishine-minami, Tsuchiura-shi, Ibaraki, 300-0842, Japan

Email: jiga-akira@memoad.jp