

量子スピン系の最近の話題

筑波大学物理学系 久保 健

1. はじめに

Cu^{++} , Ni^{++} 等の磁性イオンを含む化合物の磁気的性質は、これらの磁性イオンを局在スピンとみなし、それらの間に交換相互作用が働くとする有効スピンハミルトニアンで記述できる。それ故スピン系の問題は現実との対応という点で、格子振動の問題と並んで格子系にとって理想的な対象と言えるだろう。各スピンは有限 $(2S + 1)$ 次元の空間で記述されるために問題は分かりやすく相転移及び量子多体系を研究する格好の模型として研究されてきた。本研究会ではこの数年特に関心を集めている低次元反強磁性体における量子ゆらぎの効果について紹介した。

話の都合上ハイゼンベルク模型を拡張した反強磁性 XXZ 模型のハミルトニアンを書いておくと

$$H = \sum_{\langle ij \rangle} (S_i^x S_j^x + S_i^y S_j^y + \Delta S_i^z S_j^z)$$

S_i^x は格子点 i にある大きさ S のスピンの x 成分を表す。 $\Delta = 1$ の場合が反強磁性ハイゼンベルク (AFH) 模型で、以下断わらない限りこの場合を議論する。 $\langle ij \rangle$ としては最近接格子点对をとる。この系の平均場近似による基底状態は隣合うスピンの反対方向を向いている状態 (Néel 状態) であり反強磁性長距離秩序 (LRO) を持っている。しかし Néel 状態は真の固有状態ではないため必然的にゆらぎが存在する。このゆらぎにより基底状態がどう変わるが今の問題である。

2. Haldane ギャップ問題

ゆらぎの効果をスピン波近似で調べると、一次元系の基底状態では LRO は存在しないという結果が得られる。実際 $S=1/2$ 鎖には厳密解があり LRO が無い。また基底状態でのスピン相関関数は距離のべき乗則に従って減衰しスピン波に似た励起状態が存在する事が知られていた為、一次元では $S \geq 1$ の時も同じ様なものだろうと多くの人は信じていた。ところが 1983 年に Haldane は、 S が整数の時と S が半奇数の時とはまったく異なる基底状態が実現するという理論を発表した。それによると、 $S =$ 半奇数の場合励起エネルギー無限小の励起状態が存在し基底状態でのスピンの相関関数は距離のべき乗則に従うのにたいし、 $S =$ 整数の場合は基底状態と励起状態との間に有限のエネルギーギャップが存在し、基底状態でのスピンの相関は指数関数的に減衰する。彼の理論はその後多くの数値的な研究により確かめられ、証明こそないものの現在では正しいと信じられている。 $S =$ 整数の場合の基底状態 (Haldane 状態) は Valence Bond Solid 状態と呼ばれる状態に近いものであり、この状態には反強磁性 LRO とは異なる隠れた LRO がある事も最近分かってきた。実験的にも NENP という物質で Haldane 状態が実現していると考えられており、盛んに研究されている。

3. 正方格子上の AFH 模型

スピン波近似によれば二次元では基底状態の反強磁性 LRO はゆらぎにより 40% ほど減少するものの有限に残る事が知られていた。しかし高温超伝導の発現機構が正方格子上の $S = 1/2$ AFH 模型の基底状態の性質と深く関係していると P.W.Anderson が主張し、かつ彼がこの系の基底状態は反強磁性的 LRO の存在しない Resonating Valence Bond 状態であろうと推測した事により、最近また基底状態に於ける LRO の有無に関心が集まった。この問題は数値的な方法と不等式を用いる厳密な方法により調べられた。後者 (Infrared Bounds の方法) はスピンのゆらぎの上限を評価してそれが LRO を壊すほど大きくない事を厳密に示す方法であり、Dyson らにより初めて量子スピン系にたいし用いられた。この方法を上の XXZ 模型に適用し、イジング的な場合 ($\Delta > 1.66$) と XY 的な場合 ($0 \leq \Delta < 0.20$) に LRO が存在する事が証明された。残念ながら肝心の AFH 模型ではまだ証明されていない。数値的には 128×128 の大きさの系まで調べられていて、その結果は LRO が存在するという事でほぼ一致しておりその大きさもスピン波近似の結果と良い一致を示す。AFH 模型で証明がうまくいっていないのは単に定量的な問題であり、この系での LRO の存在はほぼ間違い無いと思われる。

Infrared Bounds の方法を用いる際には鏡映正值性という性質を用いている。強磁性模型や三角格子上のスピン系ではこの性質を利用できないため、LRO の存在証明が今のところ困難であり、新しい方法論の開発が待たれている。

次近接格子点間にも反強磁性相互作用の働く正方格子上の AFH 模型ではこれまでにない新しいタイプの基底状態が実現するのではないか、との期待のもとに現在盛んに研究が行われているが、これについてはまだよく判っていない。

低次元スピン系においては量子効果、及びそれとフラストレーションあるいは外場等の干渉により多彩な現象が起こる。古くから研究されてきたにもかかわらず、未だに興味のつきない問題である。

文献を挙げなかったが詳しくは以下を参照されたい。

- 1) 久保、岸：固体物理 Vol.26 (1991) 125
- 2) E. Manousakis : Rev. Mod. Phys. Vol.63 (1991) 1