

一次元ランダム系における動的非局在化¹

新潟大工 山田 弘明²

1 INTRODUCTION

一次元ランダム系のスペクトルは点スペクトルでその固有関数は全て指数関数的にアンダーソン局在する。その結果、波束の量子拡散はあるレベル（局在長）でとまる [1]。一方、この一次元ランダム系に確率的に変動する摂動を加えると、局在は解け拡散的振る舞いを示す。ここでは、量子干渉効果による局在とブラウン運動的拡散の間の関係を系統的に調べることを目的とする。

2 MODEL

次のハミルトニアンであたえられる一次元強結合モデルを考える。

$$H(t) = \sum_{n=1}^N |n\rangle (V_0(n) + V_1(n, t)) \langle n| + t \sum_n^N (|n\rangle \langle n+1| + |n+1\rangle \langle n|), \quad (1)$$

$$V_1(n, t) = V_1(n) \frac{\epsilon}{\sqrt{M}} \sum_{j=1}^M \cos(\omega_j t). \quad (2)$$

ここで、 $\{|n\rangle\}$ はサイト表示の完全規格直交系、 $V_0(n)$ と $V_1(n)$ はサイトエネルギーで $[-W, W]$ の乱数、 $(\omega_i, i = 1, 2, \dots)$ オーダー 1 の互いに非整合な振動数の組、また、 $\epsilon_1 = \epsilon_2 = \dots = \epsilon$ とする。さらに、対角項の変動は $\langle V_1(n, t)^2 \rangle_t / V_1(n)^2 = \frac{\epsilon^2}{2}$ となるように規格化しておく。結局、モデルのパラメータは摂動の強度 ϵ と振動数数 M となる。次の積分を SI-FFT 法で数値的におこなうことにより精度の高い時間発展を得ることができる。

$$\Psi(t) = \exp\left\{-\frac{i}{\hbar} \int_0^t [2\cosh(\partial/\partial x) + V(x, t)] dt\right\} \Psi(0). \quad (3)$$

3 NUMERICAL RESULTS

時刻零で局在していた波束 ($\Psi(t=0) = \delta_{n,0}$) の時間発展をモニターするため、平均二乗変位をつかう。

$$\xi(t)^2 \equiv \langle \langle \Psi(t) | (\hat{n} - \langle \hat{n} \rangle)^2 | \Psi(t) \rangle \rangle_\Omega. \quad (4)$$

¹1997 年 11 月 基研研究会「ハミルトン力学系とカオス」

²Email address: hyamada@cc.niigata-u.ac.jp

摂動強度を固定して、振動数の数を変えた場合の $\xi(t)^2 (= m_2(t))$ が図1である。この結果は、 M に依存した特異拡散($m_2(t) \simeq t^\alpha$)を示している。振動数の数 M を固定して、摂動強度 ϵ 依存性も類似の様子を示す。図2に拡散指数 α の M, ϵ 依存性を示している。摂動強度また振動数の数の増大と共に拡散指数は徐々に増大し、正常拡散($\alpha = 1$)に漸近していくと思われる。

このときの分布関数 $P(n, t) \equiv \langle |\Psi(n, t)|^2 \rangle_\Omega$ の時間発展はどのようなになっているであろうか？図3(a)、4(a)にそのスナップショットを示す。摂動強度が小さい場合($\epsilon \ll 1$)は、局在の名残を示し原点でのピークがみられる。また、 $\alpha \simeq 1$ の場合には、ガウス過程にしたがって古典ブラウン運動的拡散しているようにみえる。このパラメーターに依存する量子拡散を統一的理解するため、次のようなスケーリング形をつかう。

$$P_i(n, t^*) = \frac{\xi(t)}{\xi(t^*)} P\left(\frac{\xi(t)}{\xi(t^*)} n, t\right). \quad (5)$$

図3(b)、4(b)に $t^* = 700$ としスケールされた $P_i(n, t^*)$ をしめす。それぞれの時間発展過程をこの関数形でかなりよくスケールできると思われる。さらに、関数形 $P(n, t)$ の n 依存性を丹念に調べることにより、時間、空間変化がつぎの関数形(拡張ガウス型)で与えられることがわかってきている。

$$P(n, t) \propto \exp\left\{-\text{const.} \left(\frac{n}{t^{\alpha/2}}\right)^\beta\right\}. \quad (6)$$

これは、指数関数的局在($\alpha = 0, \beta = 1$)とガウス過程($\alpha = 1, \beta = 2$)を両極端に含む形である。より詳しいデータや解析などは論分を参照していただきたい[2]。

4 SUMMARIES

本文で触れなかった結果も含めて、簡単にまとめておく。

1. $M = 1$ の場合、局在長を越えて拡散がおこるがその拡散はあるレベルでおさえられる。つまり、非局在化を起こすことができない。二次元ランダム系の場合に対応していると思われる。
2. $M \geq 2$ の場合、数値計算の範囲では、特異拡散的振る舞いが持続される。それを特徴づける拡散指数 $\alpha(\xi(t)^2 \propto t^\alpha)$ は摂動としての振動数の数 M 、またその強度 ϵ が大きくなるにつれて、正常拡散の $\alpha = 1$ に近づく。
3. 確率分布関数の時間発展 $P(n, t)$ は $\xi(t)$ をとうしてスケールされる。さらに、その関数形は $P(n, t) \sim \exp\{-\text{const.}(|n|/t^{\alpha/2})^\beta\}$ で与えられる。

この報告の内容は、池田研介氏との共同研究にもとづいている。

References

- [1] K. Ishii, Prog.Theor. Phys. Suppl. **53**, 77(1973).
 [2] H. Yamada and K. S. Ikeda, Anomalous Diffusion and Scaling Behavior of Dynamically Perturbed One-Dimensional Disordered Systems, submitted to Phys. Rev. Lett.

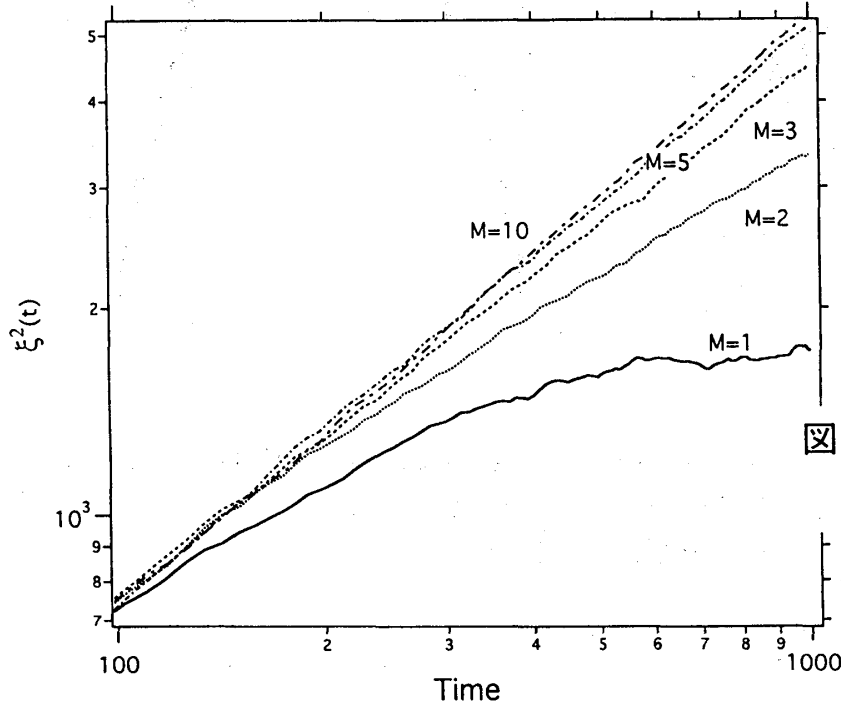


図 1. Log-log plot of MSD vs time at $\epsilon=0.5$.

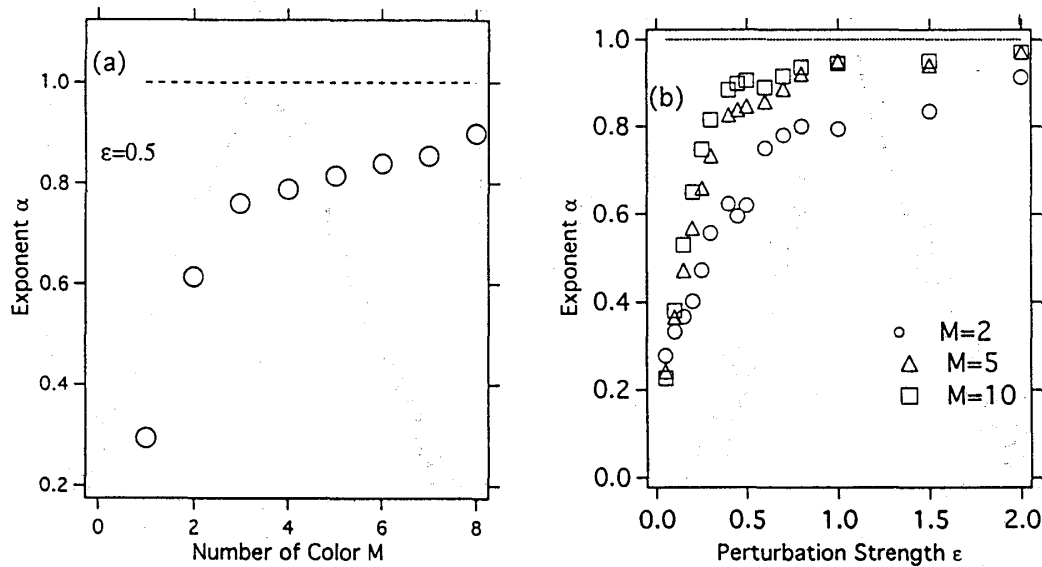


図 2. (a) M and (b) ϵ dependence of the exponent α , where $\epsilon = 0.5$ in (a) and $M = 2, 5, 10$ in (b).

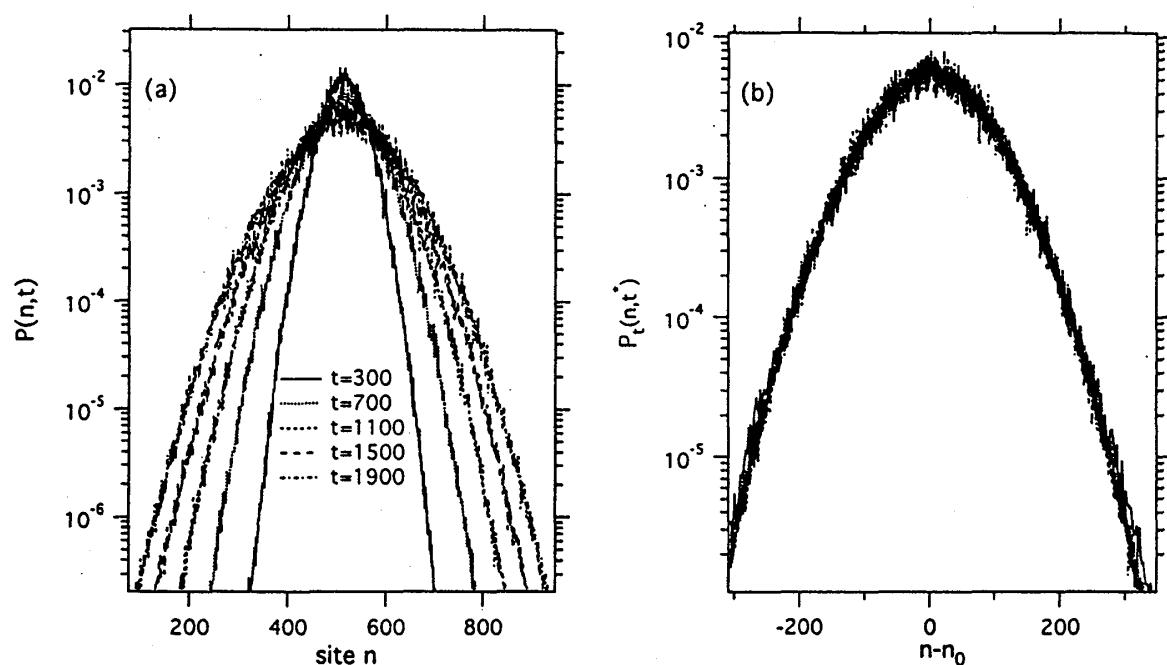


図 3. (a) Some snapshots of the ensemble averaged probability distribution function $P(n, t)$ and (b) the scaled function $P_t(n, t^* = 700)$ of L-model for $M=3$, $\epsilon = 2.0$. The ensemble size is 50.

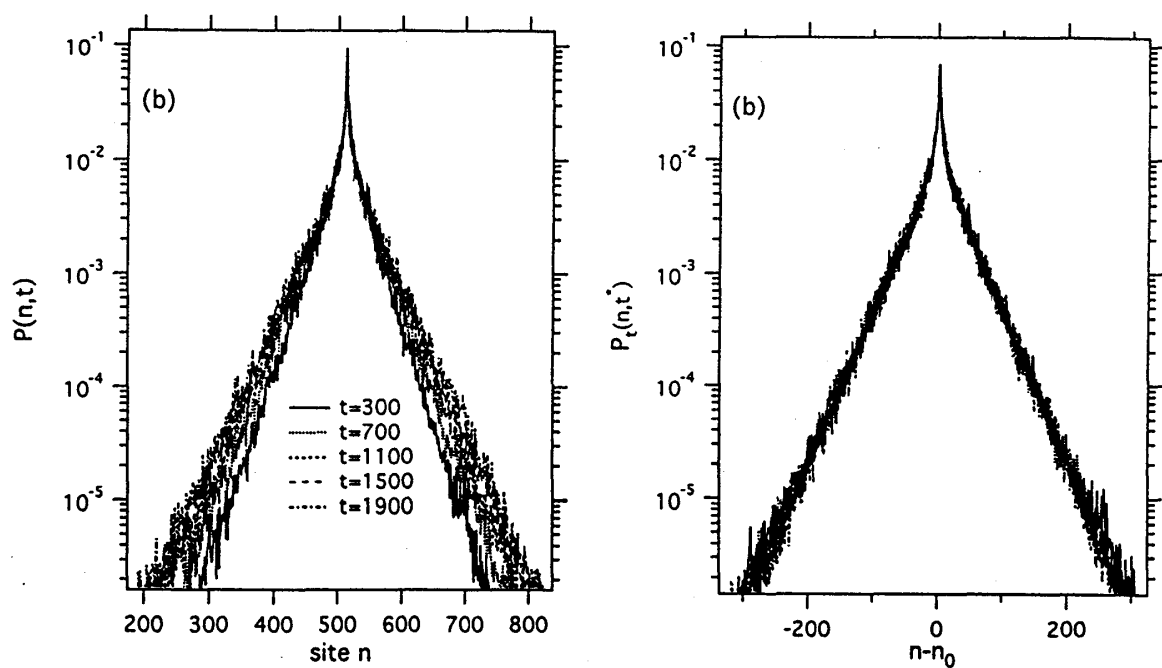


図 4. (a) Some snapshots of the ensemble averaged probability distribution function $P(n, t)$ and (b) the scaled function $P_t(n, t^* = 700)$ of L-model for $M=10$, $\epsilon = 0.1$. The ensemble size is 50.