

フォーム系のレオロジー Rheology of Foam Systems

お茶大理 物理 (日本学術振興会特別研究員) 奥藺 透

1 Introduction

Fluid-fluid dispersion systems において分散相の体積分率が大きい (1 に近い) 場合、連続相 (分散媒) がネットワークを構成し、いわゆるセルパターンが形成される。泡の集合体や濃厚なエマルジョンはその例である。特に分散相が気相である場合にそれをフォーム系と呼ぶ場合が多い。このような系は、いわゆる塑性流動を示す物質として知られている。すなわち有限の降伏応力が存在し、それ以下の応力に対しては弾性的に振舞い、それを超えると流れを生じる。

今までこれらの系のレオロジーに関する研究は、そのほとんどが系の内部構造を無視した現象論的なものであったが、最近になってそのセル構造を考慮したモデルがいくつか提案された [1]。しかしこれらのモデルは完全に規則的な構造を仮定した単純なものであったり、あるいは静的な議論に留まっており、乱れた構造をもった系の動的な性質を議論するには不十分である。

実際のフォーム系において、セルの平均的な大きさは数十ないし数百 μm というマクロなスケールであり、その構造はレオロジカルな観測時間内では (少なくとも無応力状態では) 安定に保たれる。このような系に、その基本構造であるセルの大きさよりさらに大きなスケールで外力を加えたとき、系はどのような応答を示すだろうか。以下ではこの問いに関連して我々が行ったダイナミックなシミュレーションの結果を報告する。

2 Model

ここで用いた 2 次元のモデルを簡単に説明する。詳しくは文献 [2, 3, 4] を参照されたい。今、分散相の体積分率が 1 に近い 2 次元のフォームを考える。分散相は非粘性・非圧縮とし、連続相は粘性率 μ の粘性流体、分散相と連続相の界面は一定の張力 σ をもつと仮定する。我々のモデルでは、3 つの界面 (液体膜) が出会う頂点 (フォーム系で Plateau border と呼ばれる領域) の座標の組 $\{\mathbf{r}_i\}$ ($i = 1, 2, \dots, N_V$) とその繋がりによって系が記述される。ここで、 N_V は頂点の総数である。頂点の運動は、 $\{\mathbf{v}_i\}$ を頂点の速度として、それぞれの頂点に働く力の釣合の式

$$\frac{\partial \mathcal{R}}{\partial \mathbf{v}_i} + \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial \mathbf{r}_i} = 0 \quad (i = 1, 2, \dots, N_V) \quad (1)$$

によって決定される。ここで $\mathcal{H} \equiv \sigma \sum_{i,j} |\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|$ は界面のエネルギー、 $\mathcal{R}$ は散逸関数である ($\sum_i \frac{\partial \mathcal{R}}{\partial \mathbf{v}_i} \cdot \mathbf{v}_i$ がエネルギーの散逸率を与える)。系の完全な時間発展を記述するには、これだけでは不十分で次のようなトポロジカル・プロセスを導入する必要がある。すなわち、ある辺の長さが無限小になったとき、辺の繋ぎ替え (T1 process) あるいは三角形の消滅 (T2 process) が起こるとする。これらのトポロジカル・プロセスはセル系のダイナミクスにおいてしばしば重要な役割を演じ、ここでのシミュレーションにおいても同様である。

散逸関数に寄与する主な物理的過程として次の2つが考えられる。パターンの粗視化に関するエネルギー散逸と流体の運動による粘性散逸である。この二つの過程に対する特徴的な時間スケールは大きく異なっており、今問題としているレオロジカルな振舞いが見られるのは後者の時間スケールであると考えられる。前者の時間スケールは後者のそれに比べてずっと長い。したがって今のモデルでは、パターンの粗視化は起こらないと仮定する。以上より運動方程式は次のようになる。

$$\frac{\partial}{\partial \mathbf{v}_i} \mathcal{R}_P(\{U_{ij}\}) + \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}_i} (\mathcal{H} - \sum_{\alpha} \lambda_{\alpha} A_{\alpha}) = 0 \quad (2)$$

ここで、最後の項は各セルの面積が一定であるという拘束を表している。 A_{α} はセル α の面積、 λ_{α} はそれに対する Lagrange の未定乗数であり、条件

$$\frac{d}{dt} A_{\alpha} = 0 \quad (3)$$

より決まる。散逸関数 $\mathcal{R}_P(\{U_{ij}\})$ は粘性散逸を表し、lubrication 近似 [5] を使って計算される。ただし、 $U_{ij} \equiv (\mathbf{v}_i - \mathbf{u}_{ij}) \cdot \hat{\mathbf{r}}_{ij}$ ($\hat{\mathbf{r}}_{ij} \equiv (\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j)/|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|$)、また $\mathbf{u}_{ij}$ は辺 $\langle ij \rangle$ 中の流体の速度に対応する量で、対称性の考察から

$$\mathbf{u}_{ij} = \frac{1}{2}(\mathbf{v}_i + \mathbf{v}_j) \quad (4)$$

が要求される [6]。このとき運動方程式は、変換 $\mathbf{v}_i \rightarrow \mathbf{v}_i + \mathbf{u}^*$ ($\mathbf{u}^*$: fixed) に対して不変となる。

3 Simulation and Results

シミュレーションは次のような境界条件を用いることによって、一定の shear rate $\dot{\gamma}$ でずり変形を加えることを試みた。単位 system 内の点 $\mathbf{r}$ と同等な点 $\mathbf{r}'$ は時刻 t において

$$\mathbf{r}' = \mathbf{r} + \begin{bmatrix} 1 & \dot{\gamma}t \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m_x L_x \\ m_y L_y \end{bmatrix} \quad (5)$$

で与えられる。ここで m_x, m_y は任意の整数、 L_x, L_y はそれぞれ x, y 方向の system size である。長さおよび時間の単位として、それぞれ平均セルサイズ r_{av} 及び $r_{av}\mu/\sigma$ をとる。全セル数 $N_C (= N_V)$ はおよそ 10^3 個、 $\dot{\gamma} = 10^{-4}$ でシミュレーションを行った。以下に主な結果を列挙する。

1) 大変形領域においてエネルギー（あるいはストレス）の蓄積と解放の過程が間欠的に繰り返される。蓄積の過程では速度場が一様な shear を形成しているが、解放の過程においてはそれが大きく乱れている。

2) エネルギーの解放過程は T1 プロセスを伴って avalanche 的に起こる。その avalanche のサイズ（1つの avalanche で解放されたエネルギーの量）はべき的に分布しており（Figure 1）、エネルギーの時系列データのパワースペクトルもあるべき則に従う（Figure 2）。

3) T1 プロセスの起こる位置には相関があり、shear の方向に 1 次元的に起こる。Figure 3 はいくつかの avalanches で起こった T1 プロセスの位置をプロットしたものである。それぞれのシンボルはそれぞれ別の avalanche に属する。Figure 4 は位置 $\mathbf{r}_b$, 時刻 t_b に T1 プロセスが起こったとき、位置 $\mathbf{r}_a$, 時刻 t_a で T1 プロセスが起こる確率を $r \equiv r_a - r_b$, $t \equiv t_a - t_b$ の関数としたとき、その θ 方向（ r と x 軸のなす角）に関する分布 $f(\theta, t)$ を示している。

参考文献

- [1] A. M. Kraynik. *Ann. Rev. Fluid. Mech.*, **20**:325–357, 1988.
- [2] T. Okuzono, K. Kawasaki, and T. Nagai. *J. Rheol.*, **37**:571–586, 1993.
- [3] T. Okuzono and K. Kawasaki. To be published in *Trends in Statistical Physics*, edited by J. Menon, Council of Scientific Research Integration, Trivandrum, 1994.
- [4] T. Okuzono and K. Kawasaki. To be published in *Phys. Rev. E*
- [5] L. W. Schwartz and H. M. Princen. *J. Colloid Interface Sci.*, **118**:201–211, 1987.
- [6] K. Kawasaki and T. Okuzono. In *Proceeding of Conference on Dynamical Systems and Chaos*, edited by K. Shiraiwa et al., Tokyo Metropolitan University, May, 1994 (World Scientific)

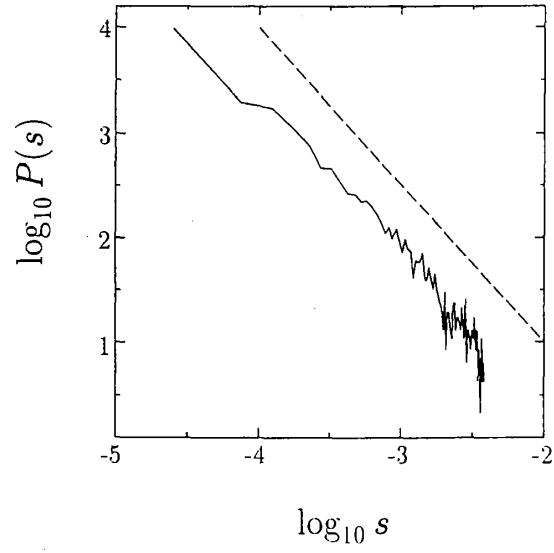


Figure 1: Doubly logarithmic plot of the probability density $P(s)$ of the avalanche size. Avalanche size s is defined as the total energy released during an avalanche divided by the system volume. $P(s)$ appears to obey a power law. The dashed line has the slope $-3/2$ which is the mean field value.

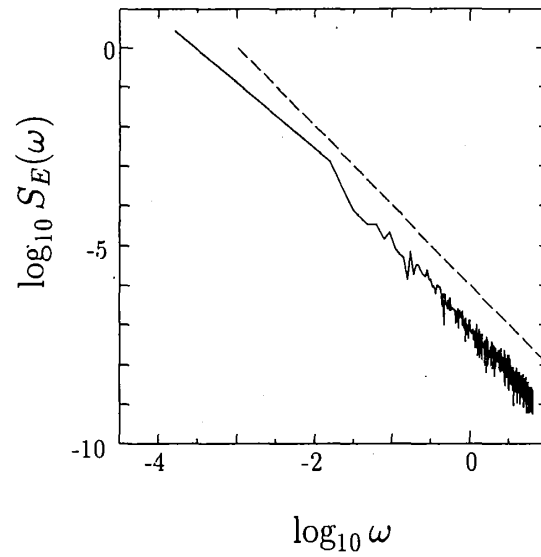


Figure 2: Power spectrum $S_E(\omega)$ of the time series $E(t)$. $S_E(\omega)$ appears to show a power-law behavior, i.e., $S_E(\omega) \sim \omega^{-\varphi}$. The value of the exponent φ is close to 2. The dashed line has the slope -2 .

Locations of T1 during an avalanche

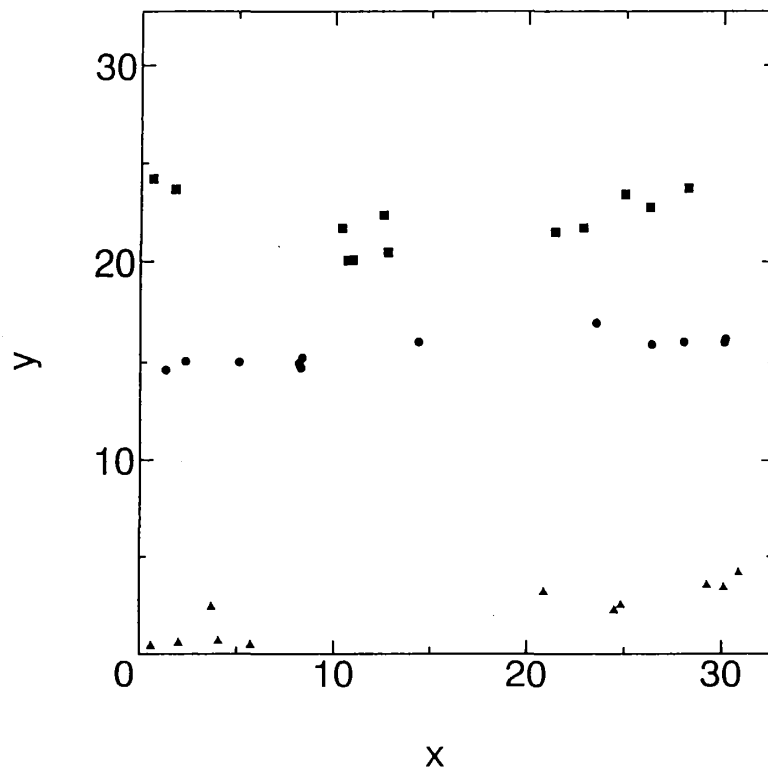


Figure 3

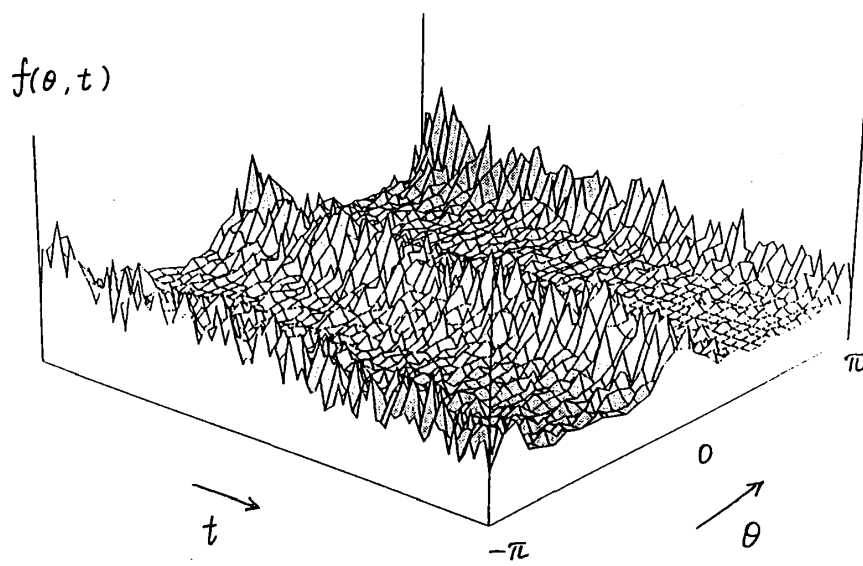


Figure 4