

2 入出力オートマトンによる計算機結合 インタフェースの設計手順

京大 工学部 岩間-雄

上林弥彦

矢島脩三

1. まえがき

計算機システムあるいは計算機ネットワークを構成する種々のハードウェアやソフトウェアの開発においては、動作の記述や試験等におけるあいまいさの存在が指摘されながらも、ある程度経験的手法にたよるを得ない面があった。しかし近年設計自動化の方向とともに、実際のシステムを対象にしていても数学的議論にも適しているいくつかのモデルが提案されている。それらは並行処理に関係したものに限っても、並列プログラムを論じたもの[1]~[6]、計算機間の通信を論じたもの[7]~[11]、ペトリネットの解析や応用[12]~[15]等数多く議論されているが、システムの設計より解析に重点が置かれている傾向がある。

我々はインタフェースの設計と解析の両方に適用できると思われるオートマトンモデルとして、新たに2入出力オー

トマツンモデルを導入した[1]へ図。このモデルの特徴は図1に示すように2つの入出力端子を有し、それぞれが互

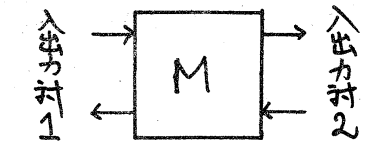


図1 2入出力対オートマトン

いに非同期的な動作をするシステムに用いられることを仮定している。このことは2つのシステムの動作系列のみならずそれぞれの動作の相対的な時間関係についての制御も記述することを目的にしており、インタフェースの動作の正確な記述という目標に合致していると思われる。

本論文では計算機ネットワーク構成の基本的部分となる2台の計算機結合のためのインタフェースの設計手順を2入出力対オートマトンの上で論じている。一般にモデルは実際のシステムが有する性質の中で扱ったものはすべて含め、かつ実際のシステム程複雑でなければならぬことが要求されるが、2入出力対オートマトンはインタフェースのモデルとしてこのような条件を満たしていると考えられる。以下2節ではモデルとインタフェースの対応、インタフェースで求められる性質（信頼性の向上等）がオートマトンの上でどのように表現されるかについて論じる。3節と4節では議論を完全に2入出力対オートマトン上で行い、設計手順をできる限り形式的に与えている。5節では1つのケーススタディとして、研究室計算機ネットワーク LABOLINK [4]の一部を構成するPDP11/40

と HITAC 8350 の結合において手順がいかにか適用されるかを述べる。

2. 2入出力オートマトンとインタフェース

2.1 2入出力オートマトン

[定義1] 2入出力オートマトンは7項組 $M = (2, S, \Sigma, P, \delta, \lambda, \lambda_0)$ で表わされる。ここで (i) 2 は入出力数, (ii) S は内部状態の集合, (iii) $\Sigma = \Sigma_1 \cup \Sigma_2$ は入力アルファベット, $P = P_1 \cup P_2$ は出力アルファベットである。 Σ_i, P_i ($i=1, 2$) はそれぞれ入出力対 i における入力アルファベット, 出力アルファベットである。 (iv) δ は状態遷移関数で, $D_\delta \subseteq S \times \Sigma_1 \times \Sigma_2$ から S の中への写像, (v) $\lambda = (\lambda^{(1)}, \lambda^{(2)})$ は出力関数で, $\lambda^{(i)}$ ($i=1, 2$) は $D_\lambda^{(i)} \subseteq S \times \Sigma_1 \times \Sigma_2$ から P_i の中への写像である。 $\lambda(A, x_1, x_2) \triangleq (\lambda^{(1)}(A, x_1, x_2), \lambda^{(2)}(A, x_1, x_2))$, (vi) $\lambda_0 \in S$ は初期状態。

本論文で扱う 2入出力オートマトンではさらに以下の条件が加わる。

- (1) 無信号状態を表わすため ε が導入され以下の条件を満たす。
 (i) $\varepsilon \in \Sigma_1 \cap \Sigma_2 \cap P_1 \cap P_2$, (ii) $\forall p \in (\Sigma_1 \cup \Sigma_2 \cup P_1 \cup P_2)^*$ に対し,
 $\varepsilon p = p\varepsilon = p$ かつ $\forall r \in (\Sigma_1 \times \Sigma_2 \cup P_1 \times P_2)^*$ に対し, $(\varepsilon, \varepsilon)r = r(\varepsilon, \varepsilon) = r$, (iii) $\forall A \in S$ に対し, $(A, \varepsilon, \varepsilon) \in D_\delta$.

- (2) $D_\delta = D_\lambda^{(1)} = D_\lambda^{(2)}$ ($= D_M$ とおく)。

(3) $\Sigma_1 - \{ \varepsilon \}, \Sigma_2 - \{ \varepsilon \}, \Pi_1 - \{ \varepsilon \}, \Pi_2 - \{ \varepsilon \}$ は互いに disjoint.

本論文で用いられる主要用語と記号を以下にまとめる。

- (1) 入力信号対 $(x_1, x_2) \in \Sigma_1 \times \Sigma_2$,
- (2) 入力(信号)対系列 $g \in (\Sigma_1 \times \Sigma_2)^*$,
- (3) 出力(信号)対系列 $r \in (\Pi_1 \times \Pi_2)^*$,
- (4) 入出力(信号)対系列 $p \in ((\Sigma_1 \times \Sigma_2) \cdot (\Pi_1 \times \Pi_2))^*$ ($\cdot$ は連接を表わす),
- (5) 入出力対 i ($i=1,2$) の入出力(信号)系列 $p_i \in (\Sigma_i \cdot \Pi_i)^*$.

[定義2] $M = (S, \Sigma, \Pi, \delta, \lambda, A_0)$ の $\bar{\delta}$ と $\bar{\lambda}$ は以下の様に定義される。(i) $\bar{\delta}: S \times \Sigma_1 \times \Sigma_2 \rightarrow 2^S$ (S のベキ集合), $\bar{\delta}(A, x_1, x_2) = \{A' \mid A' = \delta(A, g), \text{ 任意の } g \text{ は } (\varepsilon, \varepsilon)^*(x_1, x_2)(\varepsilon, \varepsilon)^* \text{ の要素で, } \delta(A, g) \text{ が定義されている}\}$, (ii) $\bar{\lambda}: S \times \Sigma_1 \times \Sigma_2 \rightarrow (\Pi_1 \times \Pi_2)^*$ $\bar{\lambda}(A, x_1, x_2) = \{r \mid r = \lambda(A, g), g \text{ は上と同様}\}$. 任意の M の δ と λ の定義域は $S \times (\Sigma_1 \times \Sigma_2)^*$ へ拡張されている。

$\bar{\delta}$ と $\bar{\lambda}$ の定義域は通常の方法で $2^S \times (\Sigma_1 \times \Sigma_2)^*$ へ拡張される。

M の入力対系列 g は $\bar{\delta}(A_0, g) \neq \emptyset$ (空集合) のとき M に適合するといふ。

2.2 2入出力対オートマトンとインタフェースの関係

2入出力対オートマトンは実際のインタフェースのモデルとして導入されたが、インタフェースの動作を忠実に表現し

ようとするとモデルが複雑化するため、実用的見地から上記の定義を行っている。ユニタフェースでは、信号は入出力ごとに独立にパルス等に加えられ、例えばその直上りで状態遷移が起動されるという意味で非同期的な動作をする。又内部的な要因によつて外部からの入力無しで自励遷移を起こすこともあり、この場合その時刻や条件等を細かく記述すれば、モデルが複雑化して、解析のための実用性が失われてしまう恐れもある。オートマトンでは (ε, x_2) は一方の入出力対(入出力対2)からの入力、 (x_1, x_2) は同時入力を表わし、 $(\varepsilon, \varepsilon)$ による自励遷移 ($\delta(A, \varepsilon, \varepsilon) = A$, $\pi(A, \varepsilon, \varepsilon) = (\varepsilon, \varepsilon)$ となる遷移) の場合には、 $(\varepsilon, \varepsilon)$ 入力としてオートマトンが受けつけるための条件(例えばいつこの遷移が起動されるか等)については記述せず、その遷移先と、出力のみを示すことによつてモデルの単純化をはかっている。

我々の目的はユニタフェースの種々の性質や、2つのユニタフェース間の関係をモデルである2入出力対オートマトンの上で論じようとするものである。そこで生じる大きな問題は、ユニタフェース上で論じられるあつまいふ形で述べられ易い性質をいかにしてオートマトン上の厳密な記述に置き換えるかであり、逆にオートマトン上で論じられる性質を実際のユニタフェースにいかに反映させるかである。

例えばユニタフェースを一方の入出力対から観測したとき、他方の入出力対における入力を直接知ることはできないので、現在の状態を一気に知ることは一般には不可能である。このことをオートマトン上で論じると、例えば、2入出力対オートマトン M_1 が図2の状態遷移図で与えられたとする。こ

こで節号は状態を表わし、枝のラベル $(x, X)/(y, Y)$ は入力信号対とそれによる出力信号対を表わす。 M_1 は自励遷移は定義されてなく、すべての状態に存在する $(\varepsilon, \varepsilon)/(\varepsilon, \varepsilon)$ の自己閉路は省略されている。入出力対1における入出力系列 y_1, x_1 を観

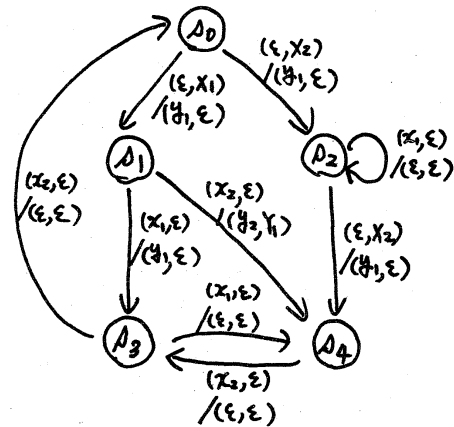


図2 M_1

測したときの M_1 の可能な状態は A_3 か A_4 になる。ゆえに次に入出力対1から加えられる入力は A_3 と A_4 両方に定義されている x_2 のみであり、 A_3 へのみ定義されている x_1 は、もし M_1 が A_4 のとき動作が保障されないので実際は加えることができない。このことは2入出力対オートマトンに加える入力対系列の集合が制限されることを示している(文献1参照)。

さらに2つのユニタフェース I_1, I_2 が与えられたとき、 I_1 を I_2 で置き換えることが可能であるという性質はオートマトン上では以下の様に議論される。 I_1 に対応するモデルを $M_1 =$

$(2, S_1, \Sigma_1, \Pi_1, \delta_1, \lambda_1, A_{10})$, I_2 に対応するモデルを $M_2 = (2, S_2, \Sigma_2, \Pi_2, \delta_2, \lambda_2, A_{20})$, M_1 に加えうる入力対系列の集合 (上記の様に制限される) を Q_1 とすると,

$\forall q_1 \in Q_1$ に対し, $\bar{\delta}_2(A_{20}, q_1) \neq \emptyset$ かつ $\bar{\lambda}_1(A_{10}, q_1) \supseteq \bar{\lambda}_2(A_{20}, q_1)$ が置き換え可能な条件と考えられる。これは, オートマトンの自励遷移は, インタフェースの動作の自由度を表わしていると考えられるからである。

2.3 インタフェース設計手順の概略とその考え方

2台の計算機間のリンクを実現するためには, 図3に示すように, (1) 先ず計算機間の通信規約を決定記述し, (2) 次にそれを実現するのに必要なインタフェース I_L, I_R を設計する。我

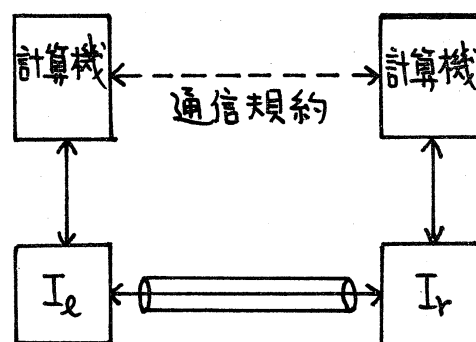


図3 2台の計算機の結合

々の手法では, (1) に対しては図4(a)のように双方の計算機の外から見たモデルである2つのプロセス⁽²⁾を結合する1つの2入出力対オートマトン M

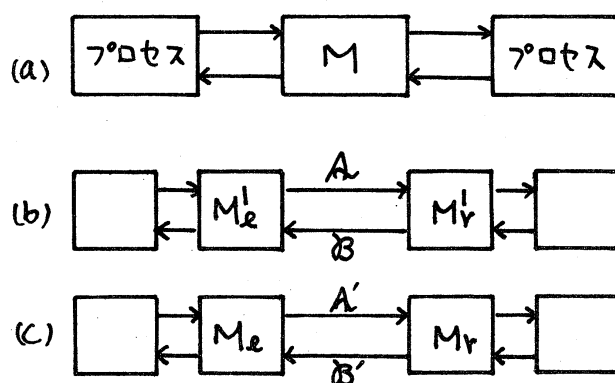


図4 2入出力対オートマトンによる設計手順

を与えることである。具体的与え方については、その1つの手法が文献[9]に述べられている。(2)に対しては M の分解変形によって、図4(c)の2つのオートマトンの組 M_L, M_R を得て、それらからインタフェース I_L, I_R を設計する(図4(b)は中間段階を示している)。

本論文ではオートマトンからインタフェースへの変換について述べて、議論を2入出力オートマトンの上でのみ限定することにする。さらに議論を簡単にするため、2入出力オートマトンを以下の様に制限する。

- (1) 自励遷移がない。
- (2) 同時入力がない。
- (3) 有限状態である。

インタフェースの動作の主要部を議論する場合にはこれらの制限は通常問題ない場合が多く、もし必要ならオートマトンとインタフェースの間の変換の部分で処理することも可能であろう。

本論文ではインタフェースにおける種々の性質をオートマトン上で以下の様に論じる。

- (1) 動作の等しさはオートマトンの等価性に置き換えられる。
- (2) 離れた場所に設置された計算機を結合する場合、一般に2つのインタフェースと間の通信線によって行われるが、

これは図4(b)に示すように、オートマトンの基本分解によってそれぞれのユニタフェースに対応するオートマトンと、階の通信路上の手順の原形を得ることが出来る。

- (3) 冗長性の除去はオートマトン上では、状態数を減らすことと、同の信号アルファベット A', B' の要素数を減らすこと（一種の符号化）によって行われる。
- (4) 信頼性の向上は本論文では出力記憶オートマトンの採用によって実現している。 M_k の状態を M_r より詳しく推定することが可能なら、次の M_k からの信号を予測することにより、信号の通信路上での置換や消失、状態遷移誤りによる同期ずれを検出し易くなる。ここではこのような状態観測を簡単形式（ M_r のシフトレジスタに M_k の出力を記憶させるだけ）で実現するために、 M_k を出力記憶にした。

3. 基本手法

3.1 対象とする2入出力対オートマトンとその等価性

以後扱われる2入出力対オートマトン $M = (S, \Sigma, P, \delta, \lambda, \lambda_0)$ （入出力対数を表わす“2”は以後しばしば省略される）は常に以下の様な限り以下の様に制限される。

- (1) S は有限集合,
- (2) $\forall a \in S$ に対し, $\delta(a, \varepsilon, \varepsilon) = a$, $\lambda(a, \varepsilon, \varepsilon) = (\varepsilon, \varepsilon)$,

(3) $\forall a \in S, \forall x_1 \in \Sigma_1 - \{e\}, \forall x_2 \in \Sigma_2 - \{e\}$ に対し $(a, x_1, x_2) \notin D_M$.

[定義3] 2つの2入出力オートマトン $M = (S, \Sigma, T, \delta, \pi, A_0)$ と $M' = (S', \Sigma', T', \delta', \pi', A'_0)$ が入力対系列集合 $W \subseteq ((\Sigma \cap \Sigma') \times (\Sigma_2 \cap \Sigma'_2))^*$ のもとに等価 (W -等価) であるとは, $\forall g \in W$ に対して

(i) $\bar{\delta}(A_0, g) \neq \emptyset$ かつ $\bar{\delta}'(A'_0, g) \neq \emptyset$ (g は M と M' に適合), かつ

(ii) $\bar{\pi}(A_0, g) = \bar{\pi}'(A'_0, g)$

が成り立つことを言い, $M \stackrel{W}{=} M'$ で表わす。特に $\forall g \in ((\Sigma \cap \Sigma') \times (\Sigma_2 \cap \Sigma'_2))^*$ に対して, $\bar{\pi}(A_0, g) = \bar{\pi}'(A'_0, g)$ が成り立つとき, M と M' は等価であるといひ, $M = M'$ で表わす。

W は任意の集合で議論することができるが, 例えば W として M と M' の適合する入力対系列集合の共通集合をとるとそれは正規集合になる。また前節で述べた制限された入力対系列集合も正規集合となり実用上は W を正規集合に限定しても問題ないと考えられる。

[定理1] W を正規集合としたとき, $M \stackrel{W}{=} M'$ は判定できる。

(証明略)

[定義4] ラベル付有向グラフ (有向グラフと略記される

こともある) は3項組 $G = (V, L, R)$ で表わされる。ここで

(i) V は節点の有限集合, (ii) L はラベルの集合, (iii) R はラベルの付いた枝の集合で, $R \subseteq V \times L \times V$ 。

なおラベル付無向グラフ (無向グラフ) も同様に定義される。

2入出力対オートマトンの状態遷移グラフは2節の例で示したように有向グラフである。なお以後 M の状態遷移グラフではすべての節長に存在するラベル $(\varepsilon, \varepsilon) / (\varepsilon, \varepsilon)$ の自己閉路は省略される。状態遷移グラフ G で表わされる2入出力対オートマトンを MG で表わす。

3.2 基本分解

2入出力対オートマトンの分解を論じるために、まず図5に示す

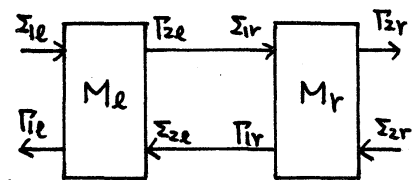


図5 2入出力対オートマトンの縦列接続

ような2つの2入出力対オートマトンの縦列接続について述べる。2入出力対オートマトンの場合、 M_L から M_R へ信号 $x (\in T_L)$ が送られたとき、 x による M_R の出力 $y (\in \Pi_R)$ が与えられる、それが M_L の入力になり、さうしてそれによる M_L の出力 $x' (\in T_L)$ が M_R に送られるというように M_L, M_R 自体は自励遷移が無くても接続された機械では自励遷移を考慮しなくてはならない。しかし本論文の制限をみる2入出力対オートマトンの分解を論じる範囲では自励遷移を考慮しなくてもよい。

2入出力対オートマトン $M_L = (\Sigma_L, \Sigma_L, T_L, \delta_L, \lambda_L, \Lambda_{OL})$ と $M_R = (\Sigma_R, \Sigma_R, T_R, \delta_R, \lambda_R, \Lambda_{OR})$ ($\Sigma_L = \Sigma_{L1} \cup \Sigma_{L2}$, $T_L = T_{L1} \cup T_{L2}$, $\Sigma_R = \Sigma_{R1} \cup \Sigma_{R2}$, $T_R = T_{R1} \cup T_{R2}$) に関する以下の条件を (M_L の入出力対2と M_R の入出力対1に関する) 接続可能条件という。(i) $T_{L2} \subseteq \Sigma_{R1}$ から $\Pi_{R1} \subseteq \Sigma_{L2}$,

- (ii) $\forall \lambda_e \in S_e, \forall x_{2e} \in \Sigma_{2e}$ に対して, $\lambda_e^{(2)}(\lambda_e, \varepsilon, x_{2e}) = \varepsilon$ かつ τ は未定義,
 $\forall \lambda_r \in S_r, \forall x_{1r} \in \Sigma_{1r}$ に対して $\lambda_r^{(1)}(\lambda_r, x_{1r}, \varepsilon) = \varepsilon$ かつ τ は未定義.

[定義5] 接続可能条件を満足する M_e と M_r に対して, 縦列接続 $M_e \cdot M_r = (S, \Sigma, \Gamma, \delta, \lambda, \Delta_0)$ は以下の様に定義される.

(i) $\Sigma = \Sigma_e \cup \Sigma_r, \Gamma = \Gamma_e \cup \Gamma_r, \quad (ii) \Delta_0 = (\Delta_{0e}, \Delta_{0r}) \in S,$

(iii) $\forall (\lambda_e, \lambda_r) \in S, \forall x_{1e} \in \Sigma_{1e}$ に対して

$$\delta((\lambda_e, \lambda_r), x_{1e}, \varepsilon) \triangleq \begin{cases} (\delta_e(\lambda_e, x_{1e}, \varepsilon), \delta_r(\lambda_r, \lambda_e^{(2)}(\lambda_e, x_{1e}, \varepsilon), \varepsilon)) & \text{かつこの状態は } S \text{ に属す (すべての関数値が定義されている場合)} \\ \text{未定義} & \text{(その他の場合)} \end{cases}$$

$$\lambda((\lambda_e, \lambda_r), x_{1e}, \varepsilon) \triangleq \begin{cases} (\lambda_e^{(1)}(\lambda_e, x_{1e}, \varepsilon), \lambda_r^{(2)}(\lambda_r, \lambda_e^{(2)}(\lambda_e, x_{1e}, \varepsilon), \varepsilon)) & \text{(すべての関数値が定義されている場合)} \\ \text{未定義} & \text{(その他の場合)} \end{cases}$$

- (iv) $\forall (\lambda_e, \lambda_r) \in S, \forall x_{2r} \in \Sigma_{2r}$ に対して $\delta((\lambda_e, \lambda_r), \varepsilon, x_{2r})$ と $\lambda((\lambda_e, \lambda_r), \varepsilon, x_{2r})$ は (iii) と同様, (v) $\forall (\lambda_e, \lambda_r) \in S, \forall x_{1e} \in \Sigma_{1e} - \{\varepsilon\}, \forall x_{2r} \in \Sigma_{2r} - \{\varepsilon\}$ に対して $\delta((\lambda_e, \lambda_r), x_{1e}, x_{2r})$ と $\lambda((\lambda_e, \lambda_r), x_{1e}, x_{2r})$ は未定義.

明らかに $M_e \cdot M_r$ は同時入力の 2 つの入出力ポートを有している。

[定義6] $M = M_e \cdot M_r$ であるとき, M_e と M_r の対は M の分解であるという。

[定理2] M, M_e, M_r の適合する入力対系列集合をそれぞれ

Q, Q_e, Q_r とする。 $M_e \cong M'_e, M_r \cong M'_r$ を満足する任意の M'_e, M'_r について, $M = M_e \cdot M_r \Rightarrow M \cong M'_e \cdot M'_r$ (証明略)

2入出力オートマトンの分解法はいろいろ考えられるが、任意の(本論文の制限を満す)2入出力オートマトンに適用できる実用的な分解法を以下に与える。

[アルゴリズム 4.1] M の基本分解 (図4参照)

- (1) M の状態遷移グラフ $G_M = (S, \Sigma \times \Sigma_2 / \Pi \times \Pi_2, R)$ とラベルを除いて同形の2つのグラフ $G_e = (S_e, \Sigma \times B / \Pi \times A, R_e)$ と $G_r = (S_r, A \times \Sigma_2 / B \times \Pi_2, R_r)$ を求める。ラベルのつけ方は以下の様にする。
 $(\alpha, (x, y) / (y, r), \alpha') \in R \Rightarrow (\alpha_e, (x, \beta) / (y, \alpha), \alpha'_e) \in R_e, (\alpha_r, (\alpha, x) / (\beta, y), \alpha'_r) \in R_r$,
 ただし α_e, α_r は α に, α'_e, α'_r は α' にそれぞれ対応する G_e, G_r の節点で, $x = \varepsilon$ なら $\beta = \varepsilon, x = \varepsilon$ なら $\alpha = \varepsilon$ とする。
 α, β は枝に一意に与える。つまり2つ以上の枝に同じものを割当てない。
- (2) G_e より次の条件を満足する一対の節点 (α_e, α'_e) を選ぶ。存在するならば(3)へ, しないうならば(4)へ。
 (i) α_e から α'_e へ α_e から α_e へのラベル $(x, \beta) / (y, \alpha)$ の枝が存在する
 ならば $x = y = \alpha = \varepsilon$, かつ (ii) $(\alpha_e, (x, \varepsilon) / (y_1, \alpha_1), \alpha_{e1}) \in R_e, (\alpha'_e, (x, \varepsilon) / (y'_1, \alpha'_1), \alpha'_{e1}) \in R_e$ であるような x_1 が存在するならば $y_1 = y'_1, \alpha_1 = \alpha'_1 = \varepsilon, \alpha_{e1} = \alpha'_{e1}$.
- (3) G_e において α_e と α'_e を合併し, 新しいグラフを G_e とする。
 G_r の β を ε とおいて新しいグラフを G_r として(4)へ。

(4) G_L について (2) と同様の判定を行い、条件を満足する節集が存在するならば (5)へ、しないうち終了。

(4) (4) と同様、存在するならば (5)へ、しないうち (2)へ。

(5) G_R について (3) と同様、(2)へ。

図6に基本分解の例を上げる。(a)で与えられた2入出力オートマトンの状態遷移グラフと同形のグラフ(b)と(c)を得て、合併可能節集を合併して(d)と(e)を得る。

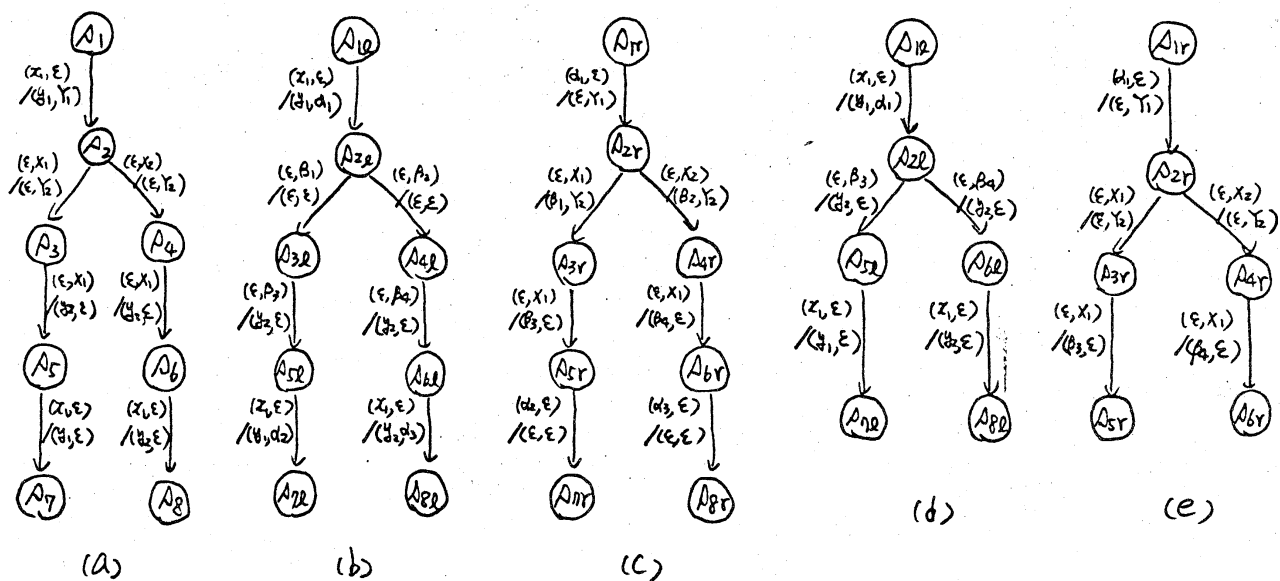


図6 基本分解

基本分解の(2),(3),(4)において条件を満足する節集が2つ以上存在するとき、どちらを先に選ぶかは最終結果に影響を与える場合があるので注意が必要である。

[補題3] 基本分解によって得られた G_L, G_R に対応する2入出力オートマトン M_{GL}, M_{GR} は接続可能条件を満足している。

(証明略)

[定理4] M_{Ge}, M_{Gr} は M の分解である。

(証明略)

3.3 信号の割当

基本分解によって得られた M_e と M_r の間の信号のアルファベット A と B の割当は遷移板に一覧のものであったが、適当な二つ以上の信号を等しくするような新たな割当も可能である。基本分解によって得られた M_e と M_r に対する信号の割当は A から A の中への写像 A と B から B の中への写像 B で定義される。

M_e と M_r に対する信号の割当 A, B に関する以下の条件を分岐条件と呼ぶ。

$\exists \alpha_e \in S_e$ such that $\delta_e(\alpha_e, \varepsilon, \beta_1) \neq \delta_e(\alpha_e, \varepsilon, \beta_2)$ or $\lambda_e(\alpha_e, \varepsilon, \beta_1) \neq \lambda_e(\alpha_e, \varepsilon, \beta_2)$ であるような β_1 と β_2 に対して $B(\beta_1) \neq B(\beta_2)$, A についても同様。

[定義7] $M_e = (S_e, \Sigma_e, T_e, \delta_e, \lambda_e, A_{oe})$, $\Sigma_e = \Sigma_1 \cup A$, $T_e = T_1 \cup B$ と分岐条件を満足する A, B に対して, $M_e(A, B) = (S_e, \Sigma'_e, T'_e, \delta'_e, \lambda'_e, A_{oe})$ が以下の様に定義される。(i) $\Sigma'_e = \Sigma_1 \cup \{ \alpha \in A \}$, $T'_e = T_1 \cup \{ \beta \in B \}$, (ii) $\forall \alpha_e \in S_e, \forall x_1 \in \Sigma_1, \forall \alpha \in A$ に対して, $\delta'_e(\alpha_e, x_1, A(\alpha)) \triangleq \delta_e(\alpha_e, x_1, \alpha)$, $\lambda'_e(\alpha_e, x_1, A(\alpha)) \triangleq (\lambda_e^{(1)}(\alpha_e, x_1, \alpha), B(\lambda_e^{(2)}(\alpha_e, x_1, \alpha)))$. 同様に $M_r(A, B)$ も同様に定義される。

[定理5] $M_e \cdot M_r = M_e(A, B) \cdot M_r(A, B)$, 任意の A, B は M_e, M_r

に対して分岐条件を満足する任意の信号の割当てである。

(証明略)

3.4 状態の両立性 (compatibility)

【定義 8】 2 入出力オートマトン $M = (S, \Sigma, P, \delta, \lambda, \lambda_0)$ の状態 λ_i と λ_j ($\in S$) は次の条件を満たすとき入力系列集合 W に対して等価 (W -等価) であるといひ, $\lambda_i \equiv \lambda_j$ で表わす。

$M_{\lambda_i} \equiv M_{\lambda_j}$ かつ $M_{\lambda_i} = (S, \Sigma, P, \delta, \lambda, \lambda_i)$, $M_{\lambda_j} = (S, \Sigma, P, \delta, \lambda, \lambda_j)$ かつ M_{λ_i} と M_{λ_j} に適合する入力系列の集合をそれぞれ $Q_{\lambda_i}, Q_{\lambda_j}$ とし, $Q = Q_{\lambda_i} \cap Q_{\lambda_j}$ に対して $M_{\lambda_i} \equiv M_{\lambda_j}$ であるとき λ_i と λ_j は両立するといひ, $\lambda_i \approx \lambda_j$ で表わす。

$\forall q \in Q$ に対し, q の任意のプレフィックスを q' とし, $q' \in Q$ であるから, 長さ 0 の出力を許している 2 入出力オートマトンにおいても, 一般のオートマトンと同様定理 6 が成り立つ。

【定理 6】 2 入出力オートマトン M において, $\lambda_i \approx \lambda_j$ であるための必要十分条件は $\delta(\lambda_i, x_1, x_2)$ と $\delta(\lambda_j, x_1, x_2)$ が共に定義されているような $(x_1, x_2) \in \Sigma_1 \times \Sigma_2$ に対して, $\delta(\lambda_i, x_1, x_2) \approx \delta(\lambda_j, x_1, x_2)$ かつ $\lambda(\lambda_i, x_1, x_2) = \lambda(\lambda_j, x_1, x_2)$ (証明略)

$M_e(A, B)$ あるいは $M_r(A, B)$ の状態の両立性は, 信号の割当て A, B の与え方によつて異なってくる。 $M_e(A, B)$ ($M_r(A, B)$) の条件付き両立性グラフは無向グラフ $G_c(M_e)$ ($G_c(M_r)$) で与えられる。 $G_c(M_e)$ について述べると, $G_c(M_e) = (S_e, L_e, R_e)$ で, $(\lambda_i,$

$l, a_j) \in R_c$ なる $Me(A, B)$ の状態 α_i と β_j は条件 l が満足されるときの両立することを示している。条件は写像 A, B に関する条件と、他の状態対の両立性に関する条件より成る。ただし無条件に両立する状態対に対してはラベル中が与えられる。

[定理7] $G_c(Me)$ の枝のラベル l は一般に $l = l_1 \vee l_2 \vee \dots \vee l_k$ で表わされ、 l_i ($1 \leq i \leq k$) は一般には以下の様な条件式となる。

$$\begin{aligned} & (\alpha_{e_1} \approx \alpha'_{e_1}) \wedge \dots \wedge (\alpha_{e_n} \approx \alpha'_{e_n}) \wedge (\alpha_1 = \alpha'_1) \wedge \dots \wedge (\alpha_b = \alpha'_b) \wedge (\beta_1 \neq \beta'_1) \\ & \wedge \dots \wedge (\beta_c \neq \beta'_c) \wedge [(\beta_{c_{i1}} \neq \beta'_{c_{i1}}) \vee (\alpha_{e_{am}} \approx \alpha'_{e_{am}})] \wedge \dots \wedge \\ & [(\beta_d \neq \beta'_d) \vee (\alpha_{e_d} \approx \alpha'_{e_d})] \end{aligned} \quad (\text{証明略})$$

3.5 可観測性と出力記憶性

2 入出力対オートマトンを一方の入出力対から観測した場合、初期状態と現在までの入出力系列を知っても現在の状態を一意に知ることが一般には不可能であることを前節で述べた。ゆえに一方の入出力対からの可観測性を論じる場合、一般のオートマトンと同様の可観測性は 2 入出力対オートマトンの場合適当でない。そこで、状態集合の分割や被覆をあらかじめ与えて、その範囲内での可観測性を論じたり、あるいは今観測している入出力対に対する反対側の入出力対の入力の影響をでえるだけ除いて論じるために、例えば M の入出力対 1 の可観測性の議論を、 Me の入出力対 1 が可観測になるよ

うに $M = M_L \cdot M_R$ なる分解が存在するかという議論に置き換えてしまうことも考えられる。

以下に述べる可観測性は、状態集合の被覆を与える場合に相当している。なお以後系列処理のための関数 g_i, g_0, f_i ($i=1,2$) を導入する。 g_i は入出力信号(対)系列より入力信号(対)系列を、 g_0 は出力信号(対)系列を抽出する。 f_i は入力信号(出力信号, 入出力信号)対系列の σ_i 成分の系列を抽出する。

〔定義 9〕 2 入出力対オートマトン M が出力 T_i ($i=1,2$) について長さ m 以上で可観測であるとは、

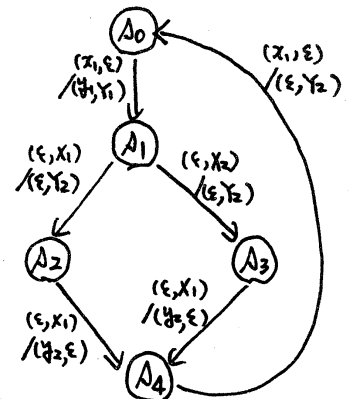
$$r = (x_{11}, x_{21})(y_{11}, y_{21}) \cdots (x_{1m}, x_{2m})(y_{1m}, y_{2m}) \quad (\lambda(\Delta_0, g_i(r)) = g_0(r), \text{かつ} \\ y_{im} \neq \varepsilon, \quad m \geq m)$$

$$r' = (x'_{11}, x'_{21})(y'_{11}, y'_{21}) \cdots (x'_{1m}, x'_{2m})(y'_{1m}, y'_{2m}) \quad (\lambda(\Delta_0, g_i(r')) = g_0(r'), \text{かつ} \\ y'_{im} \neq \varepsilon, \quad m \geq m)$$

とし r と r' とが、 $f_i(g_0(r)) = f_i(g_0(r')) \Rightarrow \delta(\Delta_0, g_i(r)) = \delta(\Delta_0, g_i(r'))$ が成り立つことをいう。長さ 1 以上で可観測のとき、単に可観測であるという。

定義 9 は M が T_i について可観測なるとき、初期状態より入出力対 i の出力信号を観測して、最後の出力信号を観測したときまでの M の状態が一意的に決まることを示している。そのあとは出力 ε で他の状態へ遷移する可能性があることに注意せねばならない。図 7 に示した M_2 は T_i について可観測である。これを

観測した時刻の状態は Λ_1 で、 y_1, y_2 を観測した時刻の状態は Λ_4 である。しかし y_1 を観測したあと (y_2 を観測するまで) の状態は Λ_1 か Λ_2 か Λ_3 のいずれかである。ただし Γ_2 に関しては可観測ではない。

図7 M_2

〔定義10〕 定義9と同様の仮定のもとで、

$$\text{aut}_m(f_i(g_0(r))) = \text{aut}_m(f_i(g_0(r)))$$

$\Rightarrow \delta(\Lambda_0, g_i(r)) = \delta(\Lambda_0, g_i(r)) \quad (m \geq 1)$ であるとき、 M は Γ_i について長さ m の出力記憶であるという。ただし aut_m は系列の長さ m のサフィクスをとる関数。

M が出力 Γ_i について長さ m の出力記憶をもつ、 M は Γ_i について長さ m 以上で可観測である。

M の出力 Γ_i についての出力グラフは有向グラフで $G_{\Gamma_i}(M) = (S, \Gamma_i, R_{\Gamma_i})$ で表わされる。 $(\Lambda, y, \Lambda') \in R_{\Gamma_i}$ であるための必要十分条件は、

$$r = \begin{cases} (x_{11}, x_{21})(y_{11}, y_{21}) \cdots (x_{1m}, x_{2m})(y_{1m}, y_{2m}) & (m \geq 2, y_{1j} = \epsilon \ (1 \leq j \leq m-1), y_{1m} = y \neq \epsilon) \text{ or} \\ (x_{11}, x_{21})(y_{11}, y_{21}) & (y_{11} = y \neq \epsilon) \end{cases}$$

であるような r で、 $\delta(\Lambda, g_i(r)) = \Lambda'$ を満足するものが存在することである。 $G_{\Gamma_i}(M)$ において Λ_0 より道の存在しない節点をとり除いたグラフを新たに $G_{\Gamma_i}(M)$ とおく。

〔定理8〕 M が Γ_i について可観測であるための必要十分条

件は $G_{T_k}(M)$ の $\forall A \in S$ について, $\forall (a, y, A') \in R_{T_k}, \forall (A, y', A'') \in R_{T_k}$
 $(A' \neq A'')$ について $y \neq y'$ が成り立つことである。(証明略)

$M_e(A, B), M_r(A, B)$ の出力記憶性が, 写像 A, B によって受ける影響を調べるための条件付きペアグラフは, M_e, M_r の出力グラフより構成される。 $G_A(M_e)$ より構成される条件付きペアグラフ $G_{PA}(M_e) = (K, L_{PA}, R_{PA})$ は有向グラフで, K は S_e の異なるものの非順序対の集合で, L_{PA} は $d_i = d_j$ の形 ($d_i, d_j \in A$) の条件式の集合である。 $((A_{i1}, A_{j1}), d_1 = d_2, (A_{i2}, A_{j2})) \in R_{PA}$ であるための必要十分条件は $G_A(M_e)$ について, 以下の (i) (ii) のうちの少なくとも一つが成り立つことである。

(i) $(A_{i1}, d_1, A_{i2}) \in R_A$ かつ $(A_{j1}, d_2, A_{j2}) \in R_A$

(ii) $(A_{j1}, d_1, A_{j2}) \in R_A$ かつ $(A_{i1}, d_2, A_{i2}) \in R_A$

$G_{PA}(M_e)$ を一般のペアグラフとみなした場合, 枝のラベルは S_e の枝が存在するためには写像 A が満たさなければならぬ条件 (例えば $d_1 = d_2$ なる $A(d_1) = A(d_2)$) を示している。逆にラベルの条件を満足しないような A を選ぶことをその枝を切るという。

[定理 9] $M_e(A, B)$ が T_k について長さ $k+1$ の出力記憶であるための十分条件は, $M_e(A, B)$ が T_k について可観測かつ $G_{PA}(M_e)$ について, 写像 A によって切られる枝をとり除いたとき, 閉路が存在せず最長の道の長さが k 以下であることである。

(証明略)

[補題10] $GPA(M_e)$ において, $(A_{11}, A_{21}) \dots (A_{1m}, A_{2m}) ((A_{1m}, A_{2m}) = (A_{11}, A_{21}))$ の節点系列によつて構成される閉路を切るための写像 A が満足しなければならぬ条件は一般に以下の様になる。

$$(d_{11} \neq d'_{11} \wedge \dots \wedge d_{1a_1} \neq d'_{1a_1}) \vee \dots \vee (d_{m1} \neq d'_{m1} \wedge \dots \wedge d_{ma_m} \neq d'_{ma_m})$$

例えば図8で示される $GPA(M_e)$ において, $(A_1, A_2)(A_2, A_3)(A_3, A_4)(A_4, A_1)$ の閉路を切るための条件式は $d_1 \neq d_2 \vee (d_1 \neq d_3 \wedge d_1 \neq d_4) \vee d_2 \neq d_4$ である。

なお M_e が強連結な定理9の条件は必要十分条件になる。

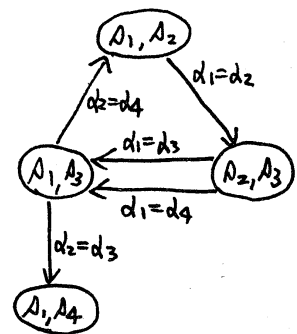


図8 $GPA(M_e)$ の例

3.6 条件式の解法

以上から明らかのように信号アルファベット A と B についてのいくつかの条件式が得られる。この条件式を満足するような A と B を求める方式の一例としてグラフ的に処理する手法を述べる。

条件式で基本になるのは, $d_1 = d_2$ や $\beta_1 = \beta_2$ の形の式であり, 前者の形のものを不等式, 後者の形のものを等式と呼ぶ。ここでは不等式を重視し, 仮定として, A に関して $E_0(A), E_1(A), \dots, E_n(A)$ の $n+1$ 個の不等式集合が得られたいとする。その意味は,

$E_0(A)$: 満足しなければならぬ不等式集合

$E_1(A) \sim E_m(A) : 1 \leq j \leq m$ に対して $E_j(A)$ が満足されればよい不等式集合, 任意の $1 \leq j \leq m$ に対し $E_0(A) \cap E_j(A) = \emptyset$ かつ任意の二つの集合の間に包含関係がない。

おのづから同様に $m+1$ 個の不等式集合が得られるとする。

これらの不等式の間の関係を表わすグラフ $G(E_i(A))$ ($1 \leq i \leq m$), $G(E_j(B))$ ($1 \leq j \leq m$) を求める。 $G(E_i(A)) = (A, \phi, R_{E_i(A)})$ はラベルの無い無向グラフで, $d_1, d_2 \in A$ に対し, $(d_1, d_2) \in R_{E_i(A)} \Leftrightarrow (d_1 \neq d_2) \in E_0(A) \cup E_i(A)$ を満足する。 $G(E_j(B))$ も同様。

$m+1$ 個の A に関する不等式集合を解くことは, グラフ上で考えると, 以下の条件を満足する A の分割 $\pi_A = \{\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_r\}$ を求めることである。そのような分割は一般に一意的ではない。

$\forall \pi_j \in \pi_A$ に対して, $\forall d_1, d_2 \in \pi_j, (d_1, d_2) \notin R_{E_i(A)}$ であるような $G(E_i(A))$ ($1 \leq i \leq m$) が存在する。

4. リニタフェース設計手順

[ステップ 1] 2 入出力対オートマトン M (図 4(a)) を基本分解して M_L^1, M_R^1 を得る (図 4(b))。

[ステップ 2] M_L^1 と M_R^1 より条件付き両立性グラフを求め信号の割当に無関係な状態の両立性のみを採用して単純化し, M_L^2 と M_R^2 を得る。

- (1) 出力記憶性は M_e, M_r についてではなく、より状態数の多い M'_e と M'_r について実現されている。ゆえに状態観測は簡単化される以前のオートマトンを想定して行われる。
- (2) 出力記憶実現に当っては、 M'_e (M'_r) の状態を増やして、より少ない信号数で実現する方法も考えられる。

[定理11] 上記手順を適用して得られる M_e, M_r は $M \equiv M_e \cdot M_r$ を満足する。ただし Q は M に適合する入力対系列集合。
(証明略)

5. 手順の適用例

17のケーススタディとして前節の手順がLABOLINKの一部を構成するPDP11/40とHITAC8350の結合にどのように適用されたかを述べる。

M として、図9の遷移図が与えられたとする。その動作の意味を図10

に示す。入出力対1側の計算機(HITAC)から

入出力対2側の計算機(PDP)にデータを転送する部分で、パリティエラーの無い場合の正常な状態遷移は系列集合 $(A_0, A_1, A_2)^*$

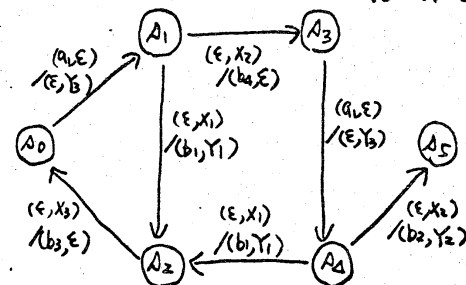


図9 Mの状態遷移図

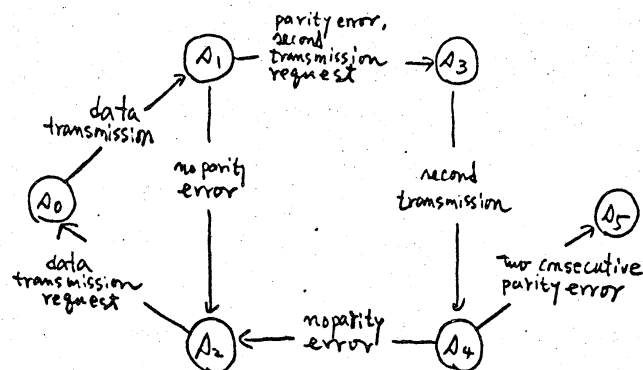
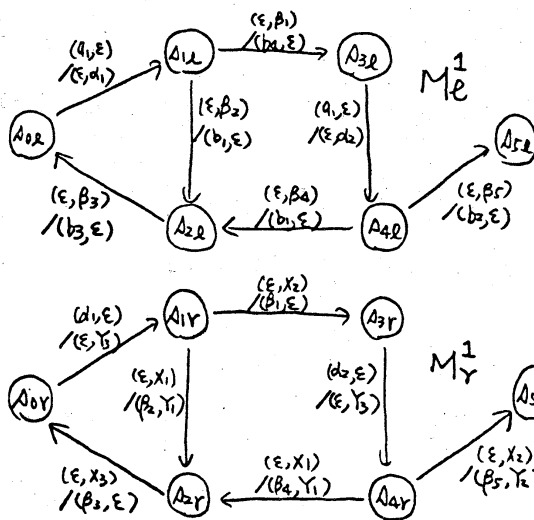
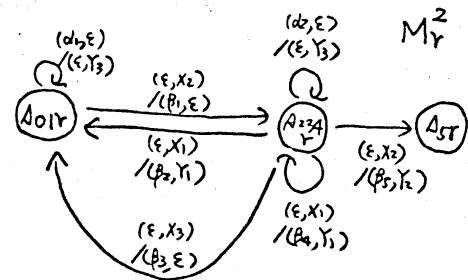
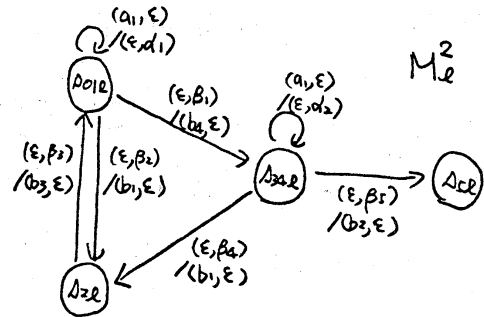


図10 Mの動作

図11 M_L^1 と M_R^1 図12 M_L^2 と M_R^2

に属す。パリティエラーの場合

は再送し、解消すれば正常系列にもどる。

〔ステップ1〕 $A = \{a_1, a_2\}$, $B = \{\beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4, \beta_5\}$ を導入して, M を M_L^1 と M_R^1 に分解する(図11)。この場合合併可能な状態は存在するか、 τ 。

〔ステップ2〕 信号の割当に無関係な状態の両立性を利用し, M_L^1 と M_R^1 を簡単化して M_L^2 と M_R^2 を得る(図12)。

〔ステップ3〕 分岐条件は, M_L^2 の A_{0L} と A_{3L} に注目して次式を得る。 M_R^2 については条件式は無い。

$$\beta_1 \neq \beta_2, \quad \beta_4 \neq \beta_5 \quad (4)$$

〔ステップ4〕 M_L^2 について図13に示す条件付き両立性グラフが得られ, 以下の条件式を得る。

$$\beta_3 \neq \beta_1 \wedge \beta_3 \neq \beta_2 \quad (5)$$

$$\beta_3 \neq \beta_4 \wedge \beta_3 \neq \beta_5$$

M_2^1 については両立可能な状態は無い。

[ステップ 5] M_1^1 の可観測のための条件式は(4)式に等しい。

[ステップ 6] $G_B(M_1^1)$ (図14) と $G_{PB}(M_1^1)$ (図15)を求め、2つの閉路を切るために、以下の条件式を得る。

$$\beta_2 \neq \beta_3 \quad (6)$$

$$\beta_1 \neq \beta_3 \vee \beta_3 \neq \beta_4 \vee \beta_1 \neq \beta_4$$

[ステップ 7]

$$E_0(B) = \{\beta_1 \neq \beta_2, \beta_4 \neq \beta_5, \beta_2 \neq \beta_3\}$$

$$E_1(B) = \{\beta_1 \neq \beta_3\}$$

$$E_2(B) = \{\beta_3 \neq \beta_4\}$$

$$E_3(B) = \{\beta_1 \neq \beta_4\}$$

[ステップ 8] $G(E_3(B))$ を図16に示す。ブロック数2の分割(最小ブロック数)が可能である。ただし(5)式は満足

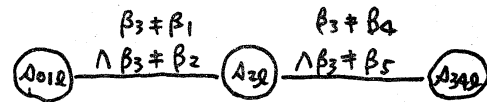


図13 $G_C(M_2^2)$

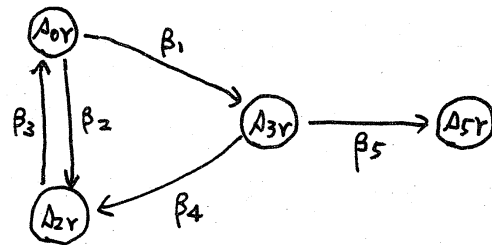


図14 $G_B(M_1^1)$

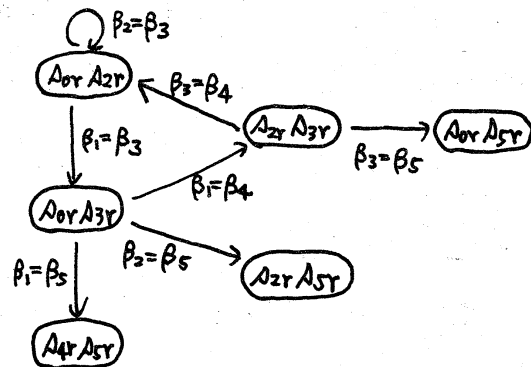


図15 $G_{PB}(M_1^1)$

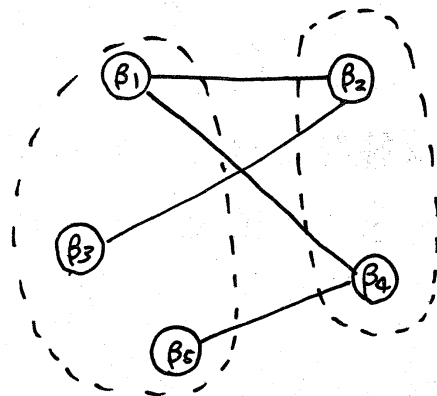


図16 $G(E_3(B))$

であることが分かる。

〔ステップ 9〕 $\beta_1 = \beta_3 = \beta_5$ (β_1 とおく), $\beta_2 = \beta_4$ (β_2 とおく) の割当を行い, M_u と M_r を得る (遷移図は図 12 とほぼ同様である)。

M_u 側より M_r を観測する場合, M_r の状態遷移図としては簡単化する以前の遷移図 (つまり M_r に上記割当を適用したものを) を想定することになる。長さ 3 の出力記憶になっており, 例えば, $\beta_2 \beta_1 \beta_2$ を観測した時点の M_r の状態は λ_{2r} であることが分かり, 次に β_1 が入力されることを予想することができる。

6. あとがき

著者は HITAC と PDP の結合のためのインタフェースの設計にオートマトン理論 (2 入出力対オートマトンモデル) を応用し, 新しい考え方によるインタフェースを設計製作し動作させた。製作されたインタフェースは通信路上の制御信号が 2 種類のみで, さるに一方のインタフェースの一部を長さ 3 の出力記憶にして, 他方のインタフェースの 3 段のシフトレジスタに出力を記憶させるだけで状態観測を可能とし, 誤り検出に利用できた。まだ改良すべき点もあるが, インタフェースの設計手順を 2 入出力対オートマトンの上で厳密な形で議論することによって, オートマトン理論を実際のシ

システムの設計開発に直接応用できることを示すことができた。

本論文はその性質上、2入出力対オートマトンの理論的解析については、インタフェース設計に直接関係のある部分についてのみ述べた。本文中でも多少触れたように2入出力対オートマトンには他にも理論的に興味深い問題が多くあり、そのような問題の解析も重要である。応用面についても自励遷移を許したモデルによる設計手順、ハードウェア主体のプロセス同期理論、インタフェースの検査法、2入出力対オートマトンのマクロプロセッサによる実現等今後にもなされている問題も多い。

最近データ転送手順等ですぐれた標準方式が発表されている。特に大規模システムの場合、これらの標準方式の採用が重要になると思われるが、その場合でもハードウェアインタフェースの役割は重要であり、2入出力対オートマトンを用いて組織的デザイン解析を行うことは有用であると考えられる。

参考文献

- (1) 上林, 岩間, 矢島, "2入出力対オートマトンとその計算機結合インタフェース設計への応用", 信学会オートマトンと言語研資, AL74-32, 1974年11月.
- (2) 岩間, 上林, 矢島, "2入出力対オートマトンによるフ"

ロセスの同期", 信学会オートマトンと言語研資, AL75-70, 1976年1月.

- (3) S.Yajima, Y.Kambayashi, S.Yoshida, K.Iwama, "New Interfaces for Computer Communication," the Proceedings of PACNET Symposium, Sendai, Japan, Aug.1975.
- (4) S.Yajima, Y.Kambayashi, S.Yoshida, K.Iwama, "Optically Linked Laboratory Computer Network LABOLINK," the Proceedings of 10th Hawaii International Conference on System Sciences, Honolulu, Hawaii, Jan.1977.
- (5) R.M.Karp and R.E.Miller, "Parallel Program Schemata," JCSS, vol.3, No.2, May 1969.
- (6) R.M.Keller, "Formal Verification of Parallel Programs," CACM, vol.19, No.7, July 1976.
- (7) G.V.Bochmann and J.Gecsei, "A Unified Method for the Specification and Verification of Protocols," Publication # 27, Department of Information, University of Montreal, Nov.1976.
- (8) G.V.Bochmann, "Logical Verification and Implementation of Protocols," Proceedings of 4th Data Communication Symposium, 1975.
- (9) Y.Masunaga, "A Probabilistic Automaton Model of the NRM, HDX HDLC Procedure," (to be submitted to Computer Networks).
- (10) 森, 谷口, 藤井, 嵩, "半=重通信制御オートマトン", 信学会オートマトンと言語研資, AL75-14, 1975年6月.
- (11) 荒木, 谷口, 都倉, 嵩, 森, "コンカレント系における

検証およびパラメータ選定問題," 信学会オートマトンと言語研資, AL76-68, 1977年1月.

- (12) 嵩, 荒木, " Petri Netの Reachability に関する二, 三の問題," 信学会オートマトンと言語研資, AL75-12, 1975年6月.

- (13) M.Hack, "Decision Problems for Petri Nets and Vector Addition Systems," MAC TM-59, March 1975.

- (14) A.D.Friedman, "Feedback in Synchronous Sequential Switching Circuits," IEEE Trans.Comp., vol.EC-15, No.3, 1966.