

振動子型ニューラルネットワークの結合を破壊した時の記憶容量

青柳 富誌生 北野 勝則

京都大学工学部数理工学科

1. はじめに

近年、ニューロン間の発火のタイミングを活用する事により、より柔軟な情報処理が出来るのではないかと注目され、色々なモデルが提唱されている。その中の一つに、一つの振動子をニューロンの周期的な発火状態に対応させた、振動子ニューラルネットワークがある。この場合、ニューロンの発火のタイミングは振動子の位相に対応し、振幅が発火の強さに対応すると考えられる。本研究では簡単の為、振幅の自由度は無視し、位相のみでニューロンの状態を記述する位相モデルを考える。

この場合、記憶すべきパターンの位相が一様ランダムな場合は、その記憶容量 α_c は約 0.038 である事が知られている。しかしながら、現状では振動子ニューラルネットの基本的な性質は必ずしも Hopfield Model ほど理論的に解明されているわけではない。典型的な振動子ニューラルネットの振る舞いを理論的に解明する事は、その応用や生物学的な対応を考える上で重要である。

ここでは、主としてシナプス結合を一定の割合でランダムに結合の対称性を保ったまま切ったとき、その記憶容量や想起したパターンの質にどのような影響があるか、理論的に求めることを考える。単純に考えると、発火のタイミング（位相）という微妙な情報を埋めこんだ場合、シナプス結合を切ったときの想起能力は、通常の発火非発火の2状態の場合より劣ると考えられる。この点を理論的に解明するのが、本研究の目的である。

位相のみで記述される次のようなモデルについて考えよう。

$$\frac{d\phi_i}{dt} = \omega + \sum_{j=1}^N J_{ij} \sin(\phi_j - \phi_i + \beta_{ij}) \quad (1)$$

ここで、 ω は振動数、 N は素子数である。さらに、 $J_{ij} = J_{ji}$ と $\beta_{ij} = -\beta_{ji}$ を仮定すると（以後の議論でもこの条件は保たれている。）、 J_{ij} が十分大きな正の値の時、振動子 i と j は位相差 β_{ij} を保って同期しようとする。この様な形の位相方程式は、リミットサイクル解（安定な周期運動）をもつ力学系が弱く相互作用している場合に、縮約（本質的に等価で簡単な力学系におとすこと）を行なうことで導くことがしばしば可能である。 J_{ij} と β_{ij} はHebb則により構成し、確率 $1-c$ の割合でランダムに結合を切断する。（1なら全てと結合しており、0なら全く結合していない。）ただし、ここでは対称性 $J_{ij} = J_{ji}$ を保って結合を切ることにする。

以上のモデルにおいて、記憶容量 $\alpha_c = P_c/N$ （ P_c のパターンまで想起可能）およびその時の想起

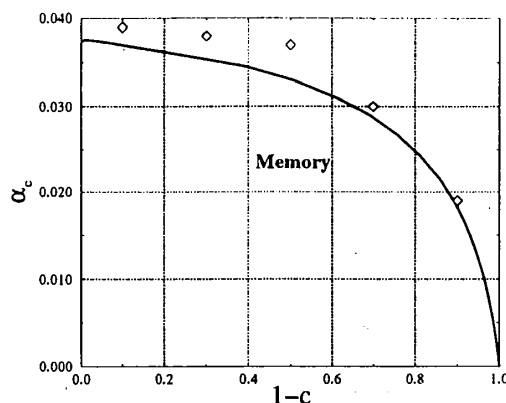


図 1: 結合を切る割合 $1-c$ と記憶容量 α_c の関係。実線は理論曲線、 $\circ$ はシミュレーションの結果を示す。

パターンのオーバーラップ m_c を理論的に求めた。詳細は省略するが、統計物理学の手法（レプリカ法）を用い、記憶容量 α_c を $1-c$ （結合を切る割合）の関数として求めたのが図1である。結合を切らない場合（ $1-c=0$ ）は、 $\alpha_c = 0.038$ となり従来の結果と一致する。また、70%程まで結合を切ってもそれ程 α_c は悪化しないが、それを越すと急激に0へ減少することがわかる。この時の臨界オーバーラップは、結合を80%切ってもほとんど劣化しないことも示されている。これらの結果の妥当性を確認するため、簡単な数値実験をおこなった。図1の $\circ$ がその点をプロットしたものであり、良く一致しているといえる。

本研究では、振動子ニューラルネットワークにおいて結合を一定の割合で切ったときの記憶容量と想起したパターンの質について理論的に調べた。結果として、70%程結合を切っても連想記憶の能力はそれ程劣化しない事がわかった。また、簡単な数値実験はこの解析的な結果を支持している。最後に Hopfield モデルの場合を述べると、 m_c の変化は大差ないが、 α_c は0.14からほぼ直線的に0へ減少する。意外な事に、振動子の方が結合を切ったときの想起能力の低下は少ないようである。このあたりの詳しい評価や分析は今後の課題である。