

Directed tree の分岐増大度と shift 作用素の hypercyclicity

筑波大学数理物質科学研究群（博士課程後期）数学学位プログラム

范揚武

Akitake Han¹

Degree Programs in Pure and Applied Sciences,

Graduate School of Science and Technology, Doctoral Program in mathematics,

University of Tsukuba

1 序

本稿では、川村一宏先生との共著論文 [6] で得られた結果を説明する。directed tree 上の l^p 空間及び c_0 空間上において、重み付き backward shift が位相推移性を持つための必要十分条件は、[2] によって得られている。我々の主定理は、これらの結果を踏まえて、backward shift の重みを連続的に tree の境界に拡張できる場合に、backward shift が位相推移性を持つための必要条件と十分条件について、tree の分岐度を表す関数及び重み関数が tree の境界においてとる値を用いて調べたものである。

この章の以下の各節では、いくつかの用語・記号を定義して、本稿の主定理の基礎である [2] の Theorem4.4 及び Theorem5.3 を述べる。

1.1 hypercyclic と topological mixing

可分な Banach 空間 X 上の有界線型写像 $T : X \rightarrow X$ が hypercyclic であるとは、 T が位相推移性を有するとき、すなわち $x \in X$ が存在して、 $\{T^n(x) \mid n \in \mathbb{N}\}$ が X で稠密であるときをいう。 T が hypercyclic であることと、 X の任意の空でない開集合 U, V に対して、 $T^{-n}(U) \cap V \neq \emptyset$ となる $n \in \mathbb{N}$ が存在することが同値であることが Baire の定理を使って示される。

T が topological mixing とは、 X の任意の空でない開集合 U, V に対して、 $n_0 \in \mathbb{N}$ が存在して、 $n > n_0$ ならば $T^{-n}(U) \cap V \neq \emptyset$ が成り立つときをいう。従って、topological mixing ならば hypercyclic である。

¹This work was supported by Research Institute for Mathematical Sciences, an International Joint Usage/Research Center located in Kyoto University. Also it is partially supported by JSPS Grant-In-Aid No.24K06704.

例 1.1. (1) (S.Rolewicz 1969) $X = l^2(\mathbb{N}) = \{f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{C} \mid \sum_{n \in \mathbb{N}} |f(n)|^2 < \infty\}$, $\lambda > 1$ とする. X 上の有界線型作用素 B を $B : X \ni (a_1, a_2, a_3 \dots) \mapsto (a_2, a_3, a_4 \dots) \in X$ とすると, λB は, X 上で hypercyclic となる.

(2) (H.N.Salas 1995) $X = l^2(\mathbb{Z}) = \{f : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{C} \mid \sum_{n \in \mathbb{Z}} |f(n)|^2 < \infty\}$, $\lambda > 1$ とする. $B_\lambda : X \rightarrow X$ を, $a = (\dots a_{-1}, a_0, a_1 \dots) \in X$ について,

$$(B_\lambda(a))(j) = \begin{cases} \lambda^{-1} a_{j+1} & (j < 0), \\ \lambda a_{j+1} & (0 \leq j) \end{cases}$$

となる作用素とすると, B_λ は X 上で hypercyclic となる ([4] Theorem 2.1).

1.2 directed tree

頂点の集合 V と有向辺の集合 $E \subset V \times V$ で構成される有向グラフ $T = (V, E)$ が, ① T の underlying グラフ (辺の方向を無視したグラフ) が連結で, ② underlying グラフがサイクルを持たず, ③ 任意の $v \in V$ に対して, $(u, v) \in E$ となる $u \in V$ は高々 1 つであるときに T は directed tree という.

T が directed tree であるとき, $(u, v) \in E$ である $u \in V$ を持たない $v \in V$ は, 高々 1 つであることが示される. このような $v \in V$ が存在すれば, それを T の root という.

directed tree に関して記号を次のように定義する. 任意の $v \in V$ に対して, $Chi(v) \stackrel{\text{def}}{=} \{u \in V \mid (v, u) \in E\}$, $Chi^0(v) \stackrel{\text{def}}{=} \{v\}$ として, $Chi^n(v) \stackrel{\text{def}}{=} Chi(Chi^{n-1}(v))$ ($n \in \mathbb{N}$) とする. また, 任意の $v \in V \setminus \{root\}$ に対して, $par(v)$ は $(u, v) \in E$ を満たす $u \in V$ として, $par^0(v) \stackrel{\text{def}}{=} v$, $par^n(v) \stackrel{\text{def}}{=} par(par^{n-1}(v))$ ($n \in \mathbb{N}$) とする.

directed tree $T = (V, E)$ が $|Chi(v)| > 0$ ($v \in V$) を満たす場合, $v_0 \in V$ を固定する (ただし $root$ を持つ場合は $v_0 = root$) と, 任意の $v \in V$ に対して, $n, n_0 \in \mathbb{N}_0 = \mathbb{N} \cup \{0\}$ が存在して, $par^{n_0}(v_0) = par^n(v)$ とすることができ, $\gamma(v) \stackrel{\text{def}}{=} n - n_0$ が, $n, n_0 \in \mathbb{N}_0$ の取り方によらずに決まり, γ は $\mathbb{Z}$ ($root$ を持たない場合) または $\mathbb{N}_0$ ($root$ を持つ場合) への全射グラフ準同型写像となる.

以下では, directed tree は $|Chi(v)| > 0$ ($v \in V$) を満たすと仮定し, $v_0 \in V$ が固定されていて (ただし, $root$ を持つ場合は $v_0 = root$), 上記の全射グラフ準同型写像 γ が v_0 によって与えられているとする.

1.3 $l^p(V)$ 空間, $c_0(V)$ 空間と重み付き backward shift 作用素

$T = (V, E)$ を directed tree とする. V 上の数列空間 $l^p(V)$ ($p \in [1, \infty)$) と $c_0(V)$ を

$$l^p(V) \stackrel{\text{def}}{=} \{f \in \mathbb{C}^V \mid \sum_{v \in V} |f(v)|^p < \infty\},$$

$$c_0(V) \stackrel{\text{def}}{=} \{f \in \mathbb{C}^V \mid \forall \epsilon > 0 \text{ に対して } \exists F(\text{有限集合}) \subset V \text{ s.t. } |f(v)| < \epsilon \ (v \in V \setminus F)\}$$

とする. $l^p(V)$ と $c_0(V)$ は, それぞれ $\|f\|_{l^p} = \left(\sum_{v \in V} |f(v)|^p\right)^{\frac{1}{p}}$, $\|f\|_{c_0} = \sup_{v \in V} |f(v)|$ をノルムとして Banach 空間である. (V が無限集合の場合, $l^\infty(V) = \{f \in \mathbb{C}^V \mid \sup_{v \in V} |f(v)| < \infty\}$ は可分ではないので, $l^\infty(V)$ 上の有界線型作用素は hypercyclic にはならない. そのため, $c_0(V)$ を考えている.)

定義 1.2 (重み付き backward shift 作用素). X を directed tree $T = (V, E)$ 上の $l^p(V)$ ($1 \leq p < \infty$) または $c_0(V)$ とする. $\lambda = (\lambda_v)_{v \in V}$ ($\lambda_v \in \mathbb{C}$) について, λ を重みとする backward shift $B_\lambda : X \rightarrow X$ を

$$B_\lambda f(v) \stackrel{\text{def}}{=} \sum_{u \in \text{Chi}(v)} \lambda_u f(u) \ (v \in V)$$

によって定義する.

以下本稿を通して, 重み付き backward shift B_λ の重み λ は $\lambda_v > 0$ ($v \in V$) を満たすと仮定する. また, $p \in (1, \infty)$ に対して, p^* を p の共役値, すなわち $\frac{1}{p} + \frac{1}{p^*} = 1$ を満たす値とする.

定理 1.3 ([3]Prop.3.1.8; [2]Prop.2.3). X は directed tree $T = (V, E)$ 上の $l^p(V)$ ($1 \leq p < \infty$) または $c_0(V)$, B_λ は $\lambda = (\lambda_v)_{v \in V}$ を重みとする backward shift とすると, B_λ が X 上の有界線型作用素となる必要十分条件は

$$\begin{aligned} \sup_{v \in V \setminus \{\text{root}\}} \lambda_v &< \infty \ (X = l^1(V)), \\ \sup_{v \in V} \left(\sum_{u \in \text{Chi}(v)} \lambda_u^{p^*} \right) &< \infty \ (X = l^p(V) \ p \in (1, \infty)), \\ \sup_{v \in V} \left(\sum_{u \in \text{Chi}(v)} \lambda_u \right) &< \infty \ (X = c_0(V)). \end{aligned}$$

が成り立つことである.

1.4 Hypercyclicity Criterion と Grosse-Erdmann and Papathanasiou の定理

定理 1.4. (C.Kitai, etc) $T : X \rightarrow X$ を可分な Banach 空間 X 上の有界線型作用素とする. X の稠密な部分集合 X_0, Y_0 , 増大自然数列 $(n_k)_{k \in \mathbb{N}}$, 及び写像の列 $(S_{n_k} : Y_0 \rightarrow X)_{k \in \mathbb{N}}$ が存在して,

- (i) $\lim_{k \rightarrow \infty} T^{n_k}(x) = 0 \ (\forall x \in X_0)$,
- (ii) $\lim_{k \rightarrow \infty} S_{n_k}(y) = 0 \ (\forall y \in Y_0)$,
- (iii) $\lim_{k \rightarrow \infty} T^{n_k} \circ S_{n_k}(y) = y \ (\forall y \in Y_0)$

とできるとき, T は hypercyclic である.

特に, 増大自然数列 $(n_k)_{k \in \mathbb{N}}$ として, $\mathbb{N}$ がとれるとき, T は topological mixing である.

Hypercyclicity Criterion は, 当初 C.Kitai によって与えられ, 適宜に改良されている Criterion であり, 作用素の Hypercyclicity を示す際によく使われる重要な定理である. 次に述べる [2]Theorem4.4 及び Theorem5.3 の証明にも Hypercyclicity Criterion が使われている.

以下, directed tree $T = (V, E)$ 上の l^p あるいは c_0 空間上で定義された backward shift 作用素の重みを λ とするとき, $u \in Chi^n(v)$ (すなわち $v = par^n(u)$) である $u, v \in V$ について, $\prod_{j=0}^{n-1} \lambda_{par^j(u)}$ を $\lambda(v \rightarrow u)$ で表す. また, $n \in \mathbb{N}$ について, $u <_n v$, $u \sim_n v$ は, それぞれ $u \in Chi^n(v)$, $u \in Chi^n(par^n(v))$ を意味する.

定理 1.5 ([2], Theorem4.4). T は root を持つ directed tree, X は $l^p(V)$ ($p \in [1, \infty)$) 又は $c_0(V)$, 重み付き backward shift $B_\lambda : X \rightarrow X$ は有界とする.

(1) このとき以下は同値である.

- (i) B_λ は hypercyclic
- (ii) 増大自然数列 $\{n_k\}_{k \in \mathbb{N}}$ が存在して, 以下が成り立つ. 任意の $v \in V(T)$ に対して,

$$\begin{aligned} \lim_{k \rightarrow \infty} \sup_{u <_{n_k} v} \lambda(v \rightarrow u) &= \infty \quad (X = l^1(V)), \\ \lim_{k \rightarrow \infty} \sum_{u <_{n_k} v} \lambda(v \rightarrow u)^{p^*} &= \infty \quad (X = l^p(V), \\ \lim_{k \rightarrow \infty} \sum_{u <_{n_k} v} \lambda(v \rightarrow u) &= \infty \quad (X = c_0(V)). \end{aligned}$$

(2) B_λ が topological mixing である必要十分条件は, (ii) で $\{n_k\}_{k \in \mathbb{N}}$ として, $\mathbb{N}$ がとれることである.

定理 1.6 ([2], Theorem5.3). T は root を持たない directed tree, X は $l^p(V)$ ($p \in [1, \infty)$) 又は $c_0(V)$, 重み付き backward shift $B_\lambda : X \rightarrow X$ は有界とする.

(1) このとき以下は同値である.

(i) B_λ は hypercyclic である.

(ii) 増大自然数列 $\{n_k\}_{k \in \mathbb{N}}$ が存在して, 任意 $v \in V(T)$ に対して, 以下が成り立つ.

$$\begin{cases} \lim_{k \rightarrow \infty} \sup_{u <_{n_k} v} \lambda(v \rightarrow u) = \infty \\ \lim_{k \rightarrow \infty} \max\left(\frac{1}{\lambda(\text{par}^{n_k}(v) \rightarrow v)}, \frac{\sup_{u \sim_{n_k} v} \lambda(\text{par}^{n_k}(u) \rightarrow u)}{\lambda(\text{par}^{n_k}(v) \rightarrow v)}\right) = \infty \end{cases} \quad (X = l^1(V)), \quad (1.1)$$

$$\begin{cases} \lim_{k \rightarrow \infty} \sum_{u <_{n_k} v} \lambda(v \rightarrow u)^{p^*} = \infty \\ \lim_{k \rightarrow \infty} \max\left(\frac{1}{\lambda(\text{par}^{n_k}(v) \rightarrow v)}, \frac{\sum_{u \sim_{n_k} v} \lambda(\text{par}^{n_k}(u) \rightarrow u)^{p^*}}{\lambda(\text{par}^{n_k}(v) \rightarrow v)^{p^*}}\right) = \infty \end{cases} \quad (X = l^p(V)),$$

$$\begin{cases} \lim_{k \rightarrow \infty} \sum_{u <_{n_k} v} \lambda(v \rightarrow u) = \infty \\ \lim_{k \rightarrow \infty} \max\left(\frac{1}{\lambda(\text{par}^{n_k}(v) \rightarrow v)}, \frac{\sum_{u \sim_{n_k} v} \lambda(\text{par}^{n_k}(u) \rightarrow u)}{\lambda(\text{par}^{n_k}(v) \rightarrow v)}\right) = \infty \end{cases} \quad (X = c_0(V)).$$

(2) B_λ が topological mixing である必要十分条件は, (ii) で $\{n_k\}_{k \in \mathbb{N}}$ として, $\mathbb{N}$ がとれることである.

2 準備と主定理

主定理は, 定理 1.5, 定理 1.6 を基に, directed tree の境界を考えて, 作用素の重み関数 λ が境界上に連続的に拡張できる場合に, tree の分岐増大度と λ の境界での値に着目して, hypercyclicity, topological mixing の条件を考察したものである. Tree の分岐増大度を測る指標として, 頂点 v に対する n の関数 $|Chi^n(v)|$, $|Chi^n(\text{par}^n(v))|$ の n に関する増大度を表す関数を用いる.

以下では, $0 < |Chi(v)| < \infty$ ($v \in V$) を満たす directed tree を考える.

2.1 directed tree の境界及び分岐度関数

定義 2.1. (directed tree の境界と位相)

(1) $T = (V, E)$ を root を持つ directed tree とする. また, $\gamma: V \rightarrow \mathbb{N}$ は 1.2 節で定めた全射グラフ準同型写像とする.

- (i) 頂点の列 $\omega = (v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ で $v_0 = \text{root}, v_{n-1} = \text{par}(v_n)$ ($n \in \mathbb{N}$) を満たすものを T の geodesic ray と呼び, $\partial_+ T$ で T の geodesic ray 全体をあらわす. $\bar{T} \stackrel{\text{def}}{=} V \cup \partial_+ T$ として, $\partial_+ T$ を T の境界と呼ぶ.
- (ii) $v \in V$ について, $E(v) \stackrel{\text{def}}{=} (\cup_{n \in \mathbb{N}} \text{Chi}^n(v)) \cup \{\omega \in \partial_+ T \mid v \in \omega\}$ とする. $\bar{T}$ の各点について, V の頂点の近傍系は離散位相の近傍系, $\omega = (v_n)_{n \in \mathbb{N}} \in \partial_+ T$ の基本近傍系は $\{E(v_j) \mid j \in \mathbb{N}\}$ とすることによって, $\bar{T}$ の位相を定める. この時, $\bar{T}$ は, 完全不連結なコンパクト距離化可能空間である.

(2) $T = (V, E)$ を root を持たない directed tree とする. また, $\gamma: V \rightarrow \mathbb{Z}$ は 1.2 節で定めた全射グラフ準同型写像とする.

- (i) 頂点の列 $\omega = (v_n)_{n \in \mathbb{Z}}$ で $v_{n-1} = \text{par}(v_n)$ ($n \in \mathbb{Z}$), $\gamma(v_0) = 0$ を満たすものを T の geodesic line と呼び, $\partial_+ T$ で T の geodesic line 全体をあらわす. $\bar{T} \stackrel{\text{def}}{=} V \cup \partial_+ T \cup \{-\infty\}$ として, $\partial_+ T \cup \{-\infty\}$ を T の境界と呼ぶ.
- (ii) $\bar{T}$ の各点について, V の頂点の近傍は離散位相の近傍系, $\omega = (v_n)_{n \in \mathbb{N}} \in \partial_+ T$ の基本近傍系は $\{E(v_j) \mid j \in \mathbb{N}\}$, $-\infty$ の基本近傍系は $\{F_n \mid n \in \mathbb{N}\}$ とすることによって, $\bar{T}$ の位相を定める. ここで, $F_n \stackrel{\text{def}}{=} \{v \in V \mid \gamma(v) < -n\}$ である.

定義 2.2. (directed tree T の分岐度をあらわす関数)

(1) T の頂点 v と $n \in \mathbb{N}$ について,

$$\bar{\beta}(v) \stackrel{\text{def}}{=} \overline{\lim_{n \rightarrow \infty}} \frac{1}{n} \log |\text{Chi}^n(v)|, \quad \underline{\beta}(v) \stackrel{\text{def}}{=} \underline{\lim_{n \rightarrow \infty}} \frac{1}{n} \log |\text{Chi}^n(v)|$$

とする. このとき, $\omega = (v_j)_j$ を T の geodesic ray または line とすると, $\bar{\beta}(v_j), \underline{\beta}(v_j)$ は, j について, 単調非増大であることがわかり, $\omega = (v_j)_j \in \partial_+ T$ について,

$$\bar{\beta}(\omega) \stackrel{\text{def}}{=} \lim_{j \rightarrow \infty} \bar{\beta}(v_j) \in [0, \infty], \quad \underline{\beta}(\omega) \stackrel{\text{def}}{=} \lim_{j \rightarrow \infty} \underline{\beta}(v_j) \in [0, \infty]$$

が定義できる.

(2) T の頂点 v と $n \in \mathbb{N}$ について, $G_n(v), g_n(v), \bar{g}(v)$ を

$$G_n(v) \stackrel{\text{def}}{=} |\text{Chi}^n(\text{par}^n(v))|, \quad g_n(v) \stackrel{\text{def}}{=} \frac{1}{n} \log G_n(v), \quad \bar{g}(v) \stackrel{\text{def}}{=} \overline{\lim_{n \rightarrow \infty}} g_n(v)$$

とする. ある正数 M が存在して $|Chi(v)| < M$ ($v \in V$) であれば, 任意の $u, v \in V$ について, $\bar{g}(u) = \bar{g}(v)$ であることがわかり, $v \in V$ に選び方に依存しない量

$$\Gamma_T \stackrel{\text{def}}{=} \bar{g}(v)$$

が定義できる.

2.2 主定理

定理 2.3 (*root* がある場合). $T = (V, E)$ は *root* を持ち, $0 < |Chi(v)| < \infty$ ($v \in V$) である directed tree で, X は $l^p(V)$ ($p \in [1, \infty)$) または $c_0(V)$ とする. また, backward shift B_λ は X 上で有界線型作用素であり, $\lambda = (\lambda_v)_{v \in V}$ は, $\bar{T}$ 上で連続拡張 $\bar{\lambda}: \bar{T} \rightarrow (0, \infty)$ を持つとする.

(1) 任意の $\omega \in \partial_+(T)$ について, 以下を満たすならば, B_λ は topological mixing である.

$$\begin{cases} \bar{\lambda}_\omega > 1 & (X = l^1(V)), \\ \bar{\lambda}_\omega \exp(\underline{\beta}(\omega)/p^*) > 1 & (X = l^p(V), p \in (1, \infty)), \\ \bar{\lambda}_\omega \exp(\underline{\beta}(\omega)) > 1 & (X = c_0(V)). \end{cases} \quad (2.1)$$

(2) B_λ が hypercyclic ならば, 任意の $\omega \in \partial_+(T)$ について以下をみたす.

$$\begin{cases} \bar{\lambda}_\omega \geq 1 & (X = l^1(V)), \\ \bar{\lambda}_\omega \exp(\bar{\beta}(\omega)/p^*) \geq 1 & (X = l^p(V), p \in (1, \infty)), \\ \bar{\lambda}_\omega \exp(\bar{\beta}(\omega)) \geq 1 & (X = c_0(V)). \end{cases} \quad (2.2)$$

定理 2.4 (*root* がない場合). $T = (V, E)$ は *root* を持たず, $0 < |Chi(v)| < \infty$ ($v \in V$) である directed tree で, X は $l^p(V)$ ($p \in [1, \infty)$) または $c_0(V)$ とする. また, backward shift B_λ は X 上で有界線型作用素であり, $\lambda = (\lambda_v)_{v \in V}$ は, $\bar{T}$ 上で連続拡張 $\bar{\lambda}: \bar{T} \rightarrow (0, \infty)$ を持つとする.

(1) 定理 2.3 の (2.1) を満たし, かつ以下の (b.1) 又は (b.2) を満たすならば, B_λ は topological mixing である.

$$(b.1) \quad \bar{\lambda}_{-\infty} < 1,$$

$$(b.2)$$

(i) $\rho > 0$ が存在して $\lambda(\zeta) > \rho$ ($\zeta \in \bar{T}$), かつ $\Gamma_T > 0$ ($X = l^p(V)$ or $c_0(V)$),

$$(ii) \quad \sup_{n \in \mathbb{N}} \frac{\sup_{u \sim_n v} \lambda(par^n(u) \rightarrow u)}{\lambda(par^n(v) \rightarrow v)} = \infty \quad (X = l^1(V)).$$

(2) B_λ が hypercyclic ならば, 定理 2.3 の (2.2) を満たし, かつ以下の (i) 又は (ii) を満たす.

(i) $\bar{\lambda}_\infty \leq 1$,

(ii) $\lim_{n \rightarrow \infty} G_n(v) = \lim_{n \rightarrow \infty} |Chi^n(par^n(v))| = \infty \quad (v \in V)$.

注意 2.5. 定理 2.4(b.2) について

(1) B_λ が有界である (従って, 定理 1.3 の条件を満たす) こと, 及び $\bar{\lambda}(\zeta) > \rho \quad (\zeta \in \bar{T})$ であることから, $|Chi(v)| < M \quad (v \in V)$ をみたす正数 M が存在することが従い, Γ_T の存在が保証される.

(2) $X = l^1(V)$ のときの (b.2)(ii) の条件は, 定理 1.6(1.1) 式に現れているものであり, $\bar{\beta}, \underline{\beta}, \bar{g}$ を使って言い換えられていない.

注意 2.6. 例 1.1 の (1), (2) は, それぞれ定理 2.3(1), 定理 2.4(1) を適用して得ることができる.

注意 2.7. directed tree T が, ある $d \in \mathbb{N}$ について $|Chi(v)| = d \quad (v \in V)$ を満たすとき, 分岐 d の homogeneous directed tree という. $d \geq 2$ として, T_1, T_2 を, それぞれ root をもつ分岐 d の homogeneous directed tree, root をもたない分岐 d の homogeneous directed tree とすると, 任意の geodesic ray, あるいは geodesic line $\omega = (v_j)_j$ について, $\bar{\beta}(v_j) = \underline{\beta}(v_j) = \log d$, $j \in \mathbb{N}$ (or $\mathbb{Z}$) だから, $\bar{\beta}(\omega) = \underline{\beta}(\omega) = \log d$ である. また, T_2 については $|Chi^n(par^n)| = d^n$ だから $\Gamma_{T_2} = \log d$ となる.

分岐 $d \geq 2$ の homogeneous directed tree T 上の l^p 空間において, $\bar{T}$ に連続的に拡張される重みを持った backward shift B_λ で, hypercyclic であり, かつ topological mixing でないものが構成できる.

2.3 最後に

最後に, 今後の問題として, directed tree を拡張したグラフにおいて hypercyclicity (あるいは topological mixing property) を考察することに触れて, 本稿を終わりにする.

directed tree を拡張したグラフとして, directed semi-tree, generalized directed semi-tree が定義されている ([5]Def.2.2, Def.2.3). directed tree と同様にして, これらの拡張されたグラフ上で l^p 空間, c_0 空間を考えることができる. generalized directed semi-tree G で,

(i) G から $\mathbb{N}$ 又は $\mathbb{Z}$ への全射グラフ準同型写像が存在する

(ii) $u, v \in V$ に対して $u, v \in Chi(w)$ となる $w \in V, n \in \mathbb{N}$ がとれる
 という 2 つの条件を満たすものを考え, G 上の l^p 空間, c_0 空間において自然に定義される shift 作用素について, hypercyclicity (あるいは topological mixing property) の研究すること, 特にグラフの適切な境界を定義したうえで, 分岐を表す関数やグラフの重み関数と hypercyclicity (topological mixing property) との関係を調べることは興味深い.

参考文献

- [1] F.Bayart and É.Matheron, *Dynamics of linear operators*, Cambridg Tracts in Math. 179(2009), Cambridge.
- [2] K-G. Grosse-Erdmann and D. Papathanasiou, *Dynamics of weighted shifts on directed trees*, Indiana Univ. Math. J. 72(2023), 263-299.
- [3] Z.J. Jabłoński, B.Jung and J.Stochel, *weighted shifts on directed trees*, Mem. Ame. Math. Soc. 216(2012), No. 1017.
- [4] H. Salas, *Hypercyclic weighted shifts*, Trans. Amer. Math. Soc., 347(1995). 993-1004.
- [5] G. Ghosh and S. Hazra, *On analytic struture of weighted shifts on generalized directed semi-trees*, ArXv 2201.09226v1 [math. FA], 23 Jan. 2022.
- [6] A. Han and K. Kawamura, *Hypercyclicity of weighted backward shifts and branching growth of directed trees*, submitted.