

7. フォノン・ロトン, ロトン・ロトン相互作用

阪大・教養 西 山 敏 之

He II 中の素励起間の相互作用は輸送係数や超音波吸収に寄与するだけでなく、中性子散乱で観測されるスペクトラムの幅、2分枝励起、ロトンの束縛状態を議論するときにも重要となる。

ここでは波数 $k < k_D = 1.09 \text{ \AA}^{-1}$ の励起は、観測値に繰りこまれた振動数をもつフォノンによって与えられ¹⁾、 $k > k_D$ 励起(ロトン)は、有効ポテンシャル V^s をもつほとんど自由なボーズ粒子によって与えられるものとする¹⁾。有効ポテンシャルとしては第1近似において、観測される構造因子 $S(\mathbf{k})$ を与えるものを採用した。したがって第1近似のスペクトラムは Feynman 近似の値 $\hbar^2 k^2 / 2mS(\mathbf{k})$ と一致している。これらのロトンは有効ポテンシャルで相互作用するほかに、フォノンの媒介により、双極子型の相互作用をもっている。この相互作用を導く正準変換により、Feynman の波動関数は Feynman-Cohen の波動関数に変換することが示され、有効質量 $m^* = 3m/2$ が得られる。双極子形 $V^{(c)}$ のほかに、フォノンの媒介によって現われるポテンシャルとして $V^{(a)}$ があり、波数の高い所 ($> 3 \text{ \AA}^{-1}$) では、この方が利いてくる。 $k = 1.94 \text{ \AA}^{-1}$ では $V_{\mathbf{k}}^{(c)} = -2K$, $V_{\mathbf{k}}^{(a)} = -4.3K$ で Feynman の値と Feynman-Cohen の値との差は

$$E_{\mathbf{k}}^{F \cdot C} - E_{\mathbf{k}}^F = V_{\mathbf{k}}^{(a)} + V_{\mathbf{k}}^{(c)} \quad \text{となっている。} \quad (\text{Woods 実験では } E^F =$$

$18 K$)、エネルギー幅はおもに $V_{\mathbf{k}}^{(c)}$ の複素部分によって与えられる。この幅は観測値よりかなり小さい ($k = 5 \text{ \AA}^{-1}$ で約 $1/3$)。これは弾性散乱も同時に考える必要があることを示している。

Greytak²⁾ や Ruvalds³⁾ などがラマン散乱から求めたロトン対の結合エネルギーを導くにはさらに高次のフォノン・ロトン相互作用を採用しなければならない。この相互作用から得られるロトン間の長距離ポテンシャルは $V^{(c)}$ と似た形であるが、対エネルギーの D-成分が負になっている。 $V^{(c)}$ は $S(\mathbf{k})$ を含む複雑な関数であるが、その対エネルギーの部分 $V_{\text{pair}}^{(c)}$ は k の小さい所 ($k < k_s$) では

西山敏之

$$V_{\text{pair}}^{(c)} = \frac{1}{2} \sum V^{(c)}(\mathbf{k}, \mathbf{k}') a_{\mathbf{k}}^+ a_{-\mathbf{k}}^+ a_{-\mathbf{k}'} a_{\mathbf{k}'}$$

$$V^{(c)}(\mathbf{k}, \mathbf{k}') = \hbar^2 \mathbf{k} \cdot (\mathbf{k} + \mathbf{k}') \mathbf{k} \cdot (\mathbf{k} + \mathbf{k}') / (mN |\mathbf{k} + \mathbf{k}'|^2)$$

となり、この D 成分は正の値をもち

$$\begin{aligned} V_D^{(c)}(\mathbf{k}, \mathbf{k}') &= \int_{-1}^1 V^{(c)}(\mathbf{k}, \mathbf{k}^1) P_2(\cos \theta) d(\cos \theta) \\ &= \frac{\hbar^2}{32mN k^3 k'^3} (3k^4 + 3k'^4 + 2k^2 k'^2) (k^2 - k'^2)^2 \\ &\quad \times \log \left| \frac{k + k'}{k - k'} \right| \end{aligned}$$

これに対し、朝永の理論⁴⁾ にでてくる相互作用は

$$V^{(T)}(\mathbf{k}, \mathbf{k}') = \hbar^2 [S(\mathbf{k} - \mathbf{k}')]^2 (k^2 - k'^2)^4 / (4mN |k - k'|^6)$$

で、この D 成分は

$$\begin{aligned} V_D^{(T)} &= -\hbar^2 (kk' / 2m^2 c^2) \left[\log \left| \frac{k + k'}{k - k'} \right| \right]^{-1} V_D^{(c)} + \\ &\quad O[(k^2 - k'^2)^4] \end{aligned}$$

で負となる。こゝで

$$S(\mathbf{k} - \mathbf{k}') = \hbar |\mathbf{k} - \mathbf{k}'| / (2mC) \quad \text{とおいた。}$$

ロトン間相互作用の D 成分はフォノンを媒介とするものだけでなく直接相互作用 $V^{(s)}$ も同時に考えなければならない。これについては現在計算中である。

参 考 文 献

- 1) T.Nishiyama, Prog.Theor. Phys. 38 (1967) 1062 : 45 (1971) 730
- 2) T.J.Greytak and J.Yan, Phys. Rev. Letters 22 (1969) 987
- 3) V.Celli and J.Ruvalds, Phys. Rev. Letters 28 (1972) 539
- 4) S.Tomonaga, Prog.Theor. Phys. 13 (1955) 467