

「論理からカオスへ」*

北大大学院理学研究科 津田 一郎

自然現象をモデル化する新しい方法を提案した。まず、適当な論理を構築し、命題の真理値が $[0, 1]$ の連続値をとるとする。現象を命題の形で組み立て、時間を導入する。時間の導入のしかたは、例えばスペンサーブラウンのやり方に従う。すなわち、一回の推論に時間の一単位を割りあて、推論の各ステップ間の関係を離散力学系の形に書く。これは、ひとが行なう推論形式に近いと思われる。

このようにすると、現象を推論するときの真理値のダイナミックスが記述できる。これにより、いわゆる言語に対する真理値のダイナミックスも議論できる。この場合は単純なウソつきパラドックスは 0(偽) と 1(真) の真理値をくりかえす周期解で表現される。つまり、ふつう真偽が決定できないため落ち入るパラドックスは力学系では周期解に対応する。さらに、真偽は決定されるが自己言及している文章の真理値のダイナミックスは 0 あるいは 1 が不安定不動点になり、一般にカオスになる。真偽に対応する不動点が不安定になるのは、われわれが自己言及文を読んだときに感じる“気持の悪さ”、“違和感”を表現しているように思われる。つまり、このような文章の真偽を判定するときの「信念の強度」が低いことを意味しているように思われる。

われわれは、基本論理として、いわゆるルカシェヴィッチ論理とポピュレーションダイナミックスを意識した新しい論理の二つを考えた。今回は、前者にもとづいた結果を報告した。

具体例として、Kinase-Kinase のネットワークをとりあげた。このネットワークはチャンネルタンパクの形態変化や、DNA を修飾するタンパクの活性化に働いている。そこで、キナーゼとフォスフォターゼに関する命題をこれらタンパクが“観測”しているとし、観測結果をひとつの命題に翻訳したとする。命題はいくつも考えられるが、あまりに単純な命題は現象を簡略化しすぎており本質をみおとしている可能性がある。論理が少し深くなると、命題は自然と高次の自己言及を含むようになる。これは、進化過程で低次の機能しかはたせないタンパクや高次機能まではたせるタンパクが種々存在したであろうことに対応するかも知れない。

単純な命題では、実際ダイナミックスは安定な不動点 (0) にすぐに落ち込み、偽であるという結論がでる。つまり、このレベルの論理では、タンパクは Kinase-Kinase ネットワークの活動の観測によって機能できない。しかし、論理のステップをあげて命題をつくると、対応するダイナミックスは“カオス的”になる。しかも、真理値 1 の近傍を頻繁におとづれるようになる。つまり、このレベルの論理をもつ観測者としてのタンパクは、かなりの頻度で機能発現が可能になる。

真理値の複雑なふるまいは、実際には“カオス”ではないことが、リアプノフ指数の計算であきらかになる。最大リアプノフ指数は 0 で、この方向ではべき的に軌道は分離する。このアトラクターといたるところ微分不可能なアトラクターとの関係を調べることは興味深いことであろう。

さらに、ファジー論理を導入し、真理値のたしからしさの尺度に関する関数方程式をつくることができる。現在このダイナミックスをしらべているところである。

タンパクが観測する真理値が 1 の近傍をおとづれる時間間隔やその測度も興味深い量である。Kinase-Kinase ネットワークは細胞分裂の時間を決めるのに関与しているからである。こういった問題は現在研究中であるので、結果ができれば機会を得て公表したいと考えている。

*題名は変更しました。