

Cube with two handles 上の p.l. involutions について

東海大 尾形 正和

① f が top. sp. M 上の involution

$$\stackrel{\text{def}}{\iff} \begin{cases} f \text{ は } M \text{ から } M \text{ へ の homeo} \\ f \neq \text{identity} \\ f^2 = \text{identity} \end{cases}$$

② f と g が M 上の involution であるとき

f と g が equivalent

$$\stackrel{\text{def}}{\iff} \begin{cases} \exists h: M \rightarrow M : \text{homeo} \\ f = hg h^{-1} \end{cases}$$

③ M 上の involution f の fixed point set $\text{Fix}(f)$ を

$$\text{Fix}(f) \stackrel{\text{def}}{=} \{x: x \in M, f(x) = x\}$$

と定める

④ f と g が equivalent なら $\text{Fix}(f)$ と $\text{Fix}(g)$ は同相

⑤ $M = S^1$ or B^1 or B^2

のとき M 上の involutions の equivalent class は 決定

さしづいる

(Eilenberg, S. [1])

⑦ $M=S^2$ $\text{Fix}(f) \neq \emptyset$

のときも同様

⑧ $M=S^3$ のとき

$$\text{Fix}(f) = \begin{cases} \emptyset \\ S^0 \\ S^1 \\ S^2 \end{cases}$$

の4種がある

(Smith, P.A. [2])

⑨ M 上の involutions の equivalent class は

$\text{Fix}(f) = \emptyset$ のとき unique (Livesay, G.R. [3])

$\text{Fix}(f) = S^0$ のとき unique (Hirsch, M.H. - Smale, S. [4], Livesay, G.R. [5])

$\text{Fix}(f) = S^1$ なる f が p.l. のとき unique

(Waldhausen, F. [6])

Montgomery, D. - Samelson, H [7])

$\text{Fix}(f) = S^2$ なる f が p.l. のとき unique

(容易にわかる)

⑩ $M=B^3$ のとき M 上の p.l. involutions の

equivalent class は S^3 の p.l. involutions の決定の方法により決定できる。(予定である)

$$\textcircled{1} M^3 = B^3 \cup H_1 \cup H_2$$

B^3 : 3-ball

$$H_i = D_i^2 \times I_i \quad (i=1, 2)$$

$$H_1 \cap H_2 = \emptyset$$

$$B^3 \cap H_i = D_i^2 \times \{0\} \cup D_i^2 \times \{1\}$$

f は p.l. involution on M

とするとき

f の equivalent class は 18 通りのいづれかである

$\therefore B^3, H_1, H_2$ は 3-ball である

3-ball の p.l. involution は判っているから

$H_i \cap B^3$ に気をつけて組合せを全て考え分類

すればよい

(分類はほぼ Fix できる)

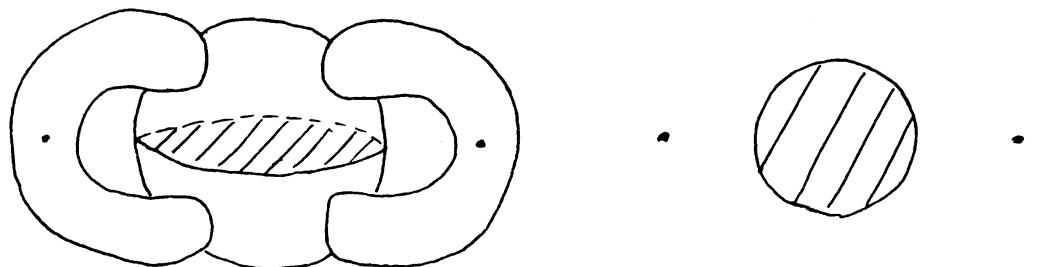
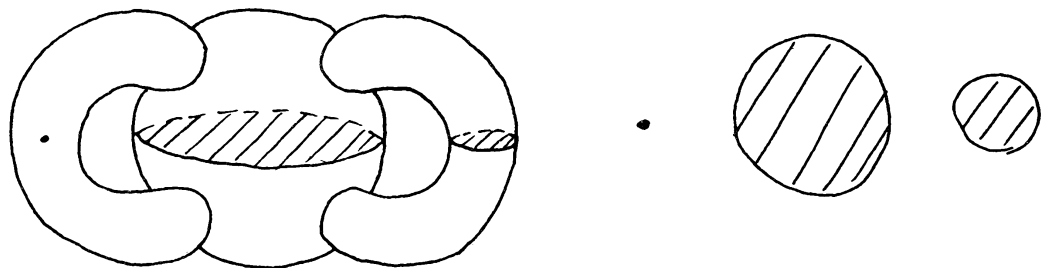
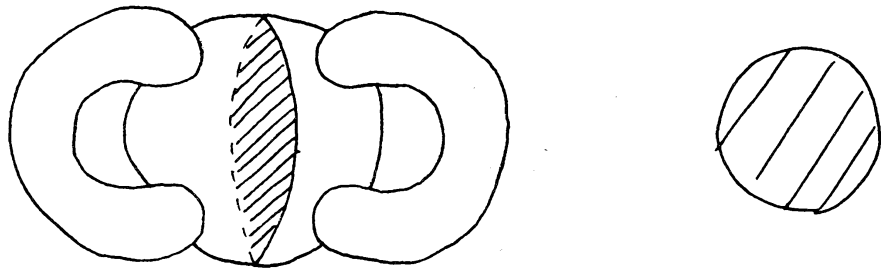
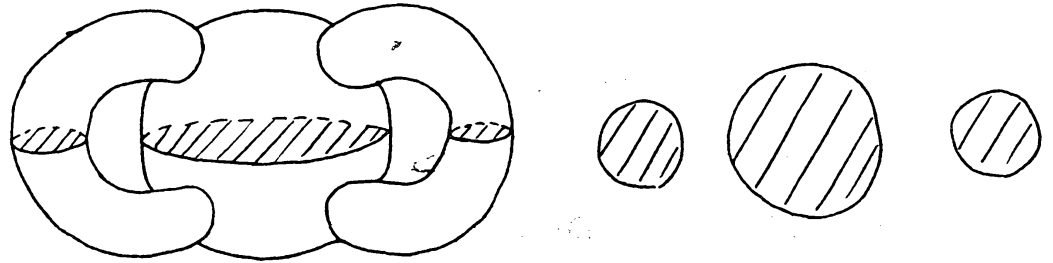
1 組だけは fixed point set の embedding
を用いる)

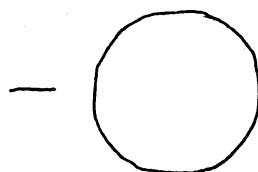
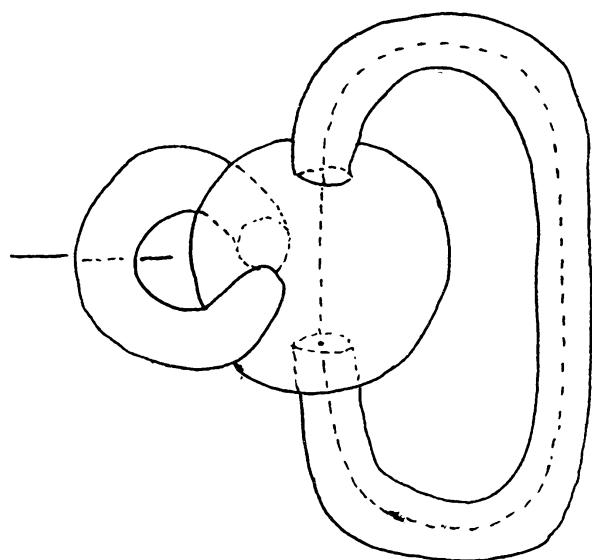
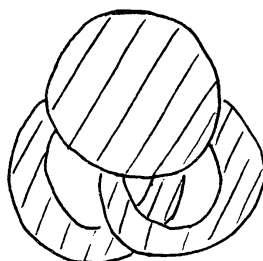
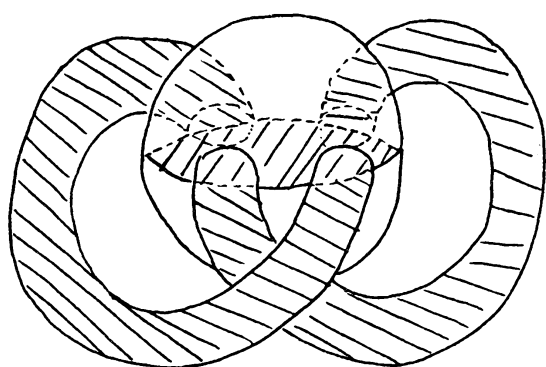
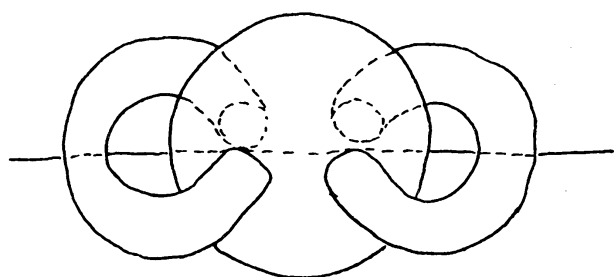
以下、各 involution type の fixed point set と

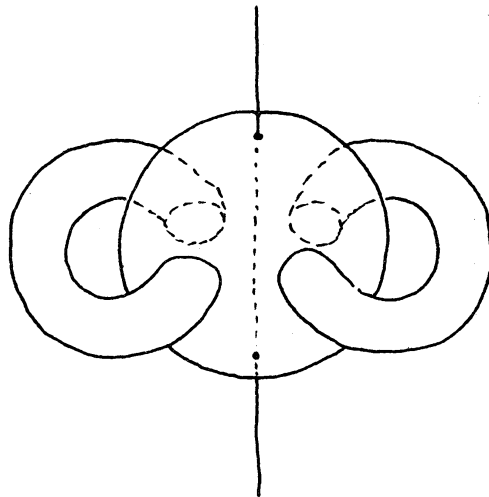
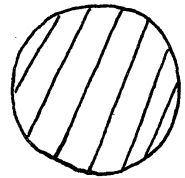
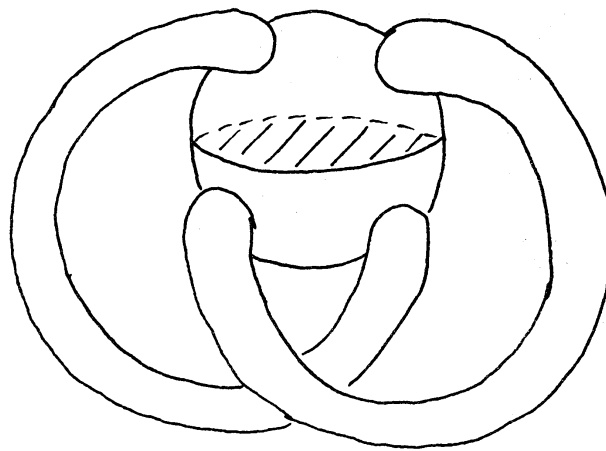
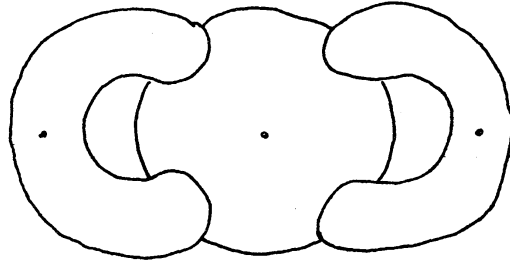
その embeddings を示す

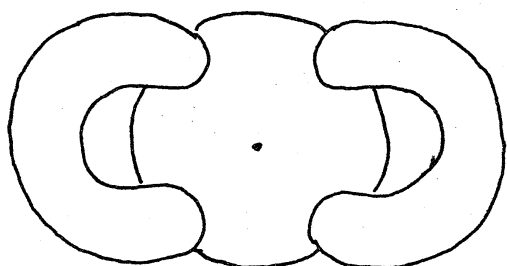
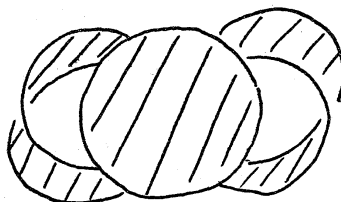
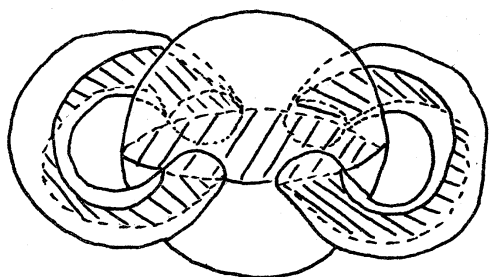
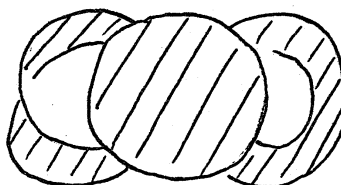
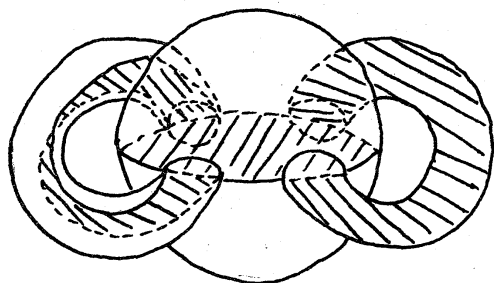
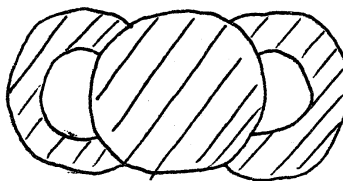
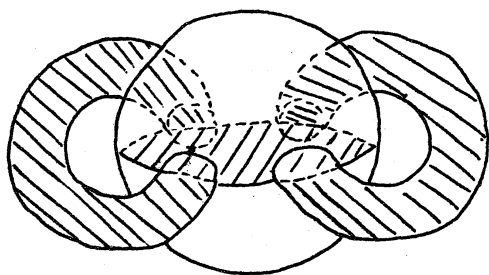
ball 上及び handles 上の involution は

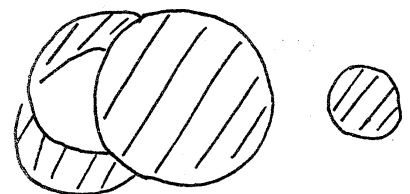
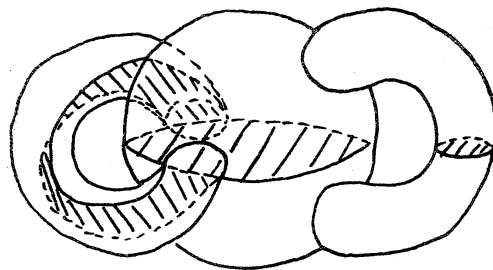
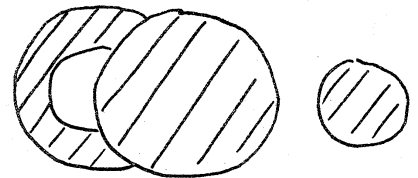
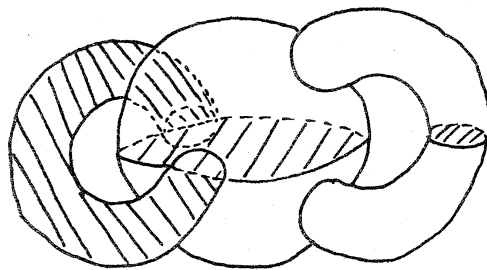
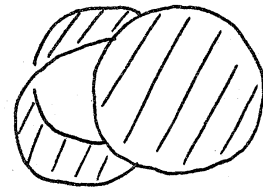
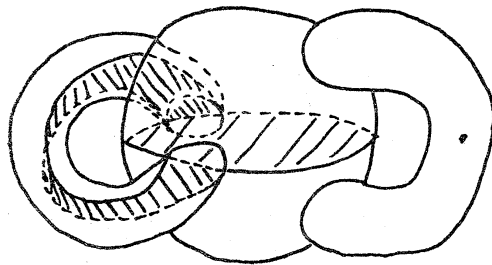
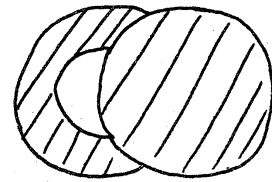
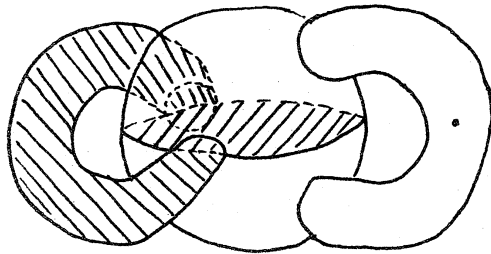
fixed point set に対する対称変換と equivalent











References

- [1] Eilenberg, S. : Sur les transformations
périodiques de la surface de sphère.
Fund. Math., XXII (1934), 28-41.
- [2] Smith, P.A. : Fixed points of periodic
transformations.
Appendix B in Lefschetz,
Algebraic Topology, New York, (1942), 350-373.
- [3] Livesay, G.R. : Fixed point free involutions
on the 3-sphere.
Ann. of Math., 72 (1960), 603-611
- [4] Hirsch, M.W. & Smale, S.
On Involutions of the 3-Spheres.
Amer. J. Math., 81 (1959), 893-900
- [5] Livesay, G.R.
Involutions with two fixed points on the
three-Sphere.
Ann. of Math., 78 (1963), 582-593.
- [6] Waldhausen, F.
Über Involutionen der 3-Sphäre

Top., 8(1959), 81-91.

[7] Montgomery, D. & Samelson, H.

A theorem on fixed points of involutions
in S^3 ,

Canad. J. Math., 7(1955), 208-220.