

単一気泡の倍周期振動に伴う音波吸収の不連続現象

村田 嘉孝 渡辺 好章

(同志社大学工学部)

1. はじめに

通常、空気面と接している水の中にはその飽和条件まで空気が溶け込んでいるが、この状態における音波伝搬は、理想的な単相媒質と見なせる脱気水中の伝搬性状と比べて極端な差異はない。従ってこの場合の水は音波伝搬に対して単相媒質として扱うことができる。一方、空気が水の飽和溶存度を越えて析出し微小気泡として水中に存在するようになると、音波は空気が溶存している場合と比べて大きく異なる伝搬性状を呈するようになる。気泡の内部気体である空気の体積弾性率は水に比べて極端に小さいため、気泡は入射音波によって励振され膨張・収縮運動を行う。気泡径より十分長い波長の音波が入射した場合、気泡壁面は周囲から等しい圧力変動を受けて球対称の呼吸運動を行う (Fig.1.1.)。

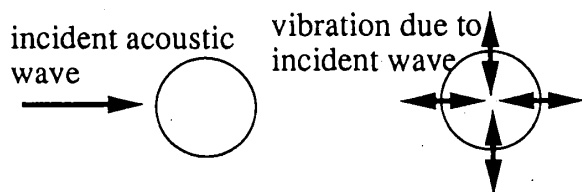


Fig. 1.1. Bubble vibration model.

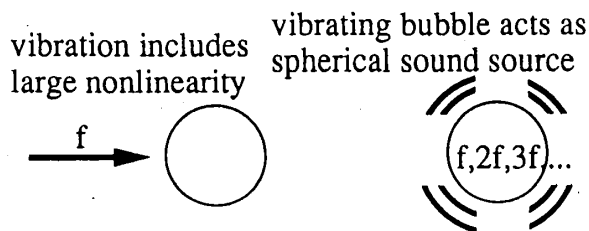


Fig. 1.2. Sound radiation caused by nonlinear bubble vibration.

この気泡の運動は、入射音波の音圧が小さいときは気泡初期半径と入射音波の周波数で決定される単一共振系となる。この場合共振周波数近傍では音波の入射に伴って気泡の振動振幅が大きくなるため、入射音波のエネルギーはこの振動によって失われ、共振付近では大きな音波減衰を生じる¹⁾。こうした音波減衰が起こる一方で、気泡の呼吸運動は気泡に球面状に音波を放射するという点音源としての機能を付加する (Fig.1.2.)。また気泡振動は強い非線形性を示すために、この点音源としての機能を積極的に利用すると、パラメトリックアレイの効率改善²⁾や位相共役鏡³⁾等への応用が可能となることから、水中微小気泡の利用は超音波の応用技術に多様性を与えると期待されている。これら気泡の音波に対する応答を利用する場合には、種々の入射音波条件に対する単一気泡の挙動の解明が必要となる。しかし、単一気泡と音波の関連については音圧を連続的に変化させてその気泡応答を系統的に実測した例は報告されている⁴⁾ものの、気泡半径の連続的な変化に対する応答についてはその報告例はほとんどない。これは水中に径が連続的に変化する単一気泡を安定に存在させることが困難であることに主として起因していると考えられる。一方、筆者等は実験装置を工夫することによって、単一気泡の径変化に対する音波応答が計測できることを既に報告している⁵⁾。

そこで、本報告では連続的に径変化する単一気泡の存在によって生じる音波減衰について理論と実測の両面から検討を試みる。

特に、気泡の振動形態には鋭敏な初期値依存性があることに着目し、これが音波減衰量に与える影響について検討する。

2. 気泡の音波に対する挙動と初期値依存性

ここでは気泡の入射音波に対する振動挙動を数値計算によって確認し、大音圧音波の入射に対して、気泡振動が気泡初期半径の僅かな変化によって全く異なる挙動を示すことを明らかにする。そして、この鋭敏な初期値依存性が音波減衰に対してどのような影響を与えるのか検討する。

2.1. 気泡の運動方程式と大音圧下での挙動

気泡の半径に比べて十分長い波長の音波が入射した場合、気泡振動は球対称の呼吸運動となる。この気泡振動は、液体の圧縮性を考慮に入れると次の運動方程式によって記述される⁶⁾。

$$\begin{aligned} R \frac{d^2 R}{dt^2} \left(1 - \frac{1}{c} \frac{dR}{dt} \right) + \frac{3}{2} \left(\frac{dR}{dt} \right)^2 \left(1 - \frac{1}{3c} \frac{dR}{dt} \right) \\ = \left(1 + \frac{1}{c} \frac{dR}{dt} \right) \frac{P(R, t)}{\rho} + \frac{R}{\rho c} \frac{dP(R, t)}{dt} \\ P(R, t) = \left(p_0 + \frac{2\sigma}{R_0} - p_v \right) \left(\frac{R_0}{R} \right)^{3\gamma} \\ + p_v - p_\infty - \frac{2\sigma}{R} - \frac{4\mu}{R} \frac{dR}{dt} \end{aligned}$$

ここで、 μ は液体の粘性、 σ は表面張力、 p_v は水の蒸気圧、 p_∞ は無限遠での圧力、 ρ は液体の密度、 γ は気泡内部気体の比熱比、 R_0 は気泡初期半径、 R は気泡壁面変位、 t は時間を表している。この式で、気泡壁面速度を $U = dR/dt$ と置くことによって Runge-Kutta 法を用いて計算した。計算は初期値として入射音波の音圧 P と周波数 f を与え、気泡初期半径 R_0 を順次変化させて各気泡半径における時間に対する気泡瞬時半径 R (R - t 曲線) と壁面の瞬時速度 U (U - t 曲線) を求めた。Fig.2.1. に 100 [kHz] 100 [kPa] の初

期条件における気泡壁面変位の時間波形(R - t 曲線)を気泡初期半径をパラメータとして示す。図中の縦軸は気泡の初期半径に対する比として規格化して示してある。

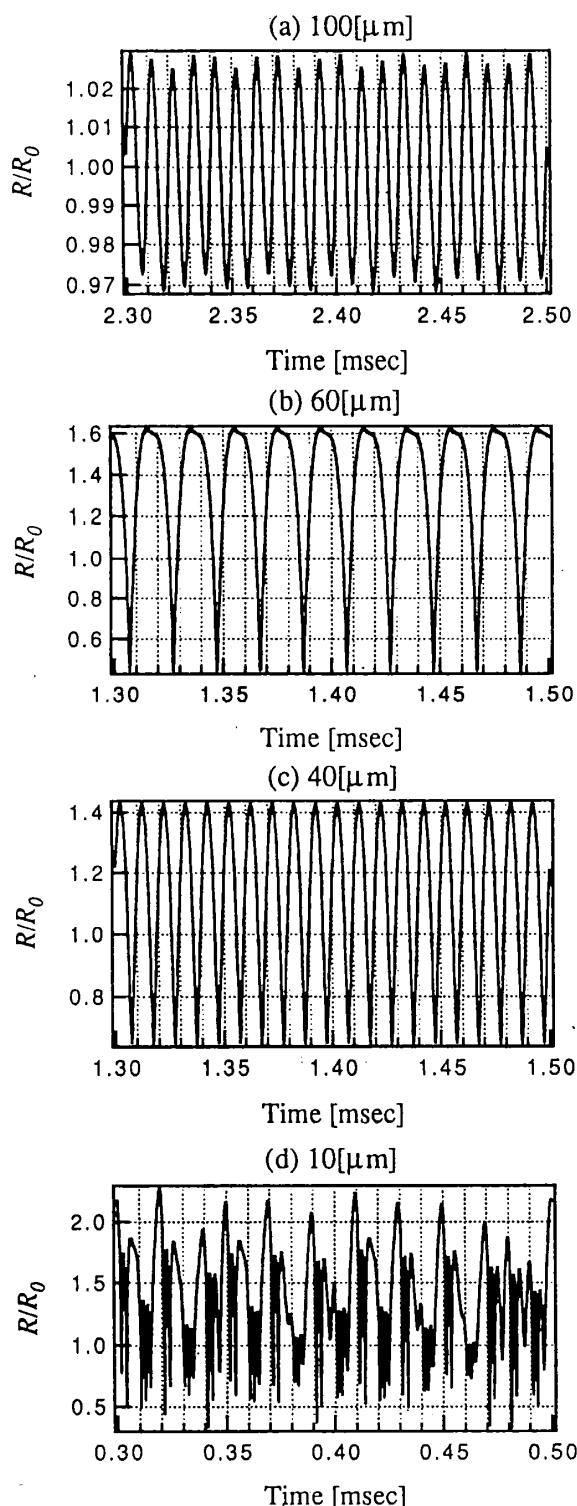


Fig.2.1. Radius-time curves (at 100[kHz] 100[kHz]).

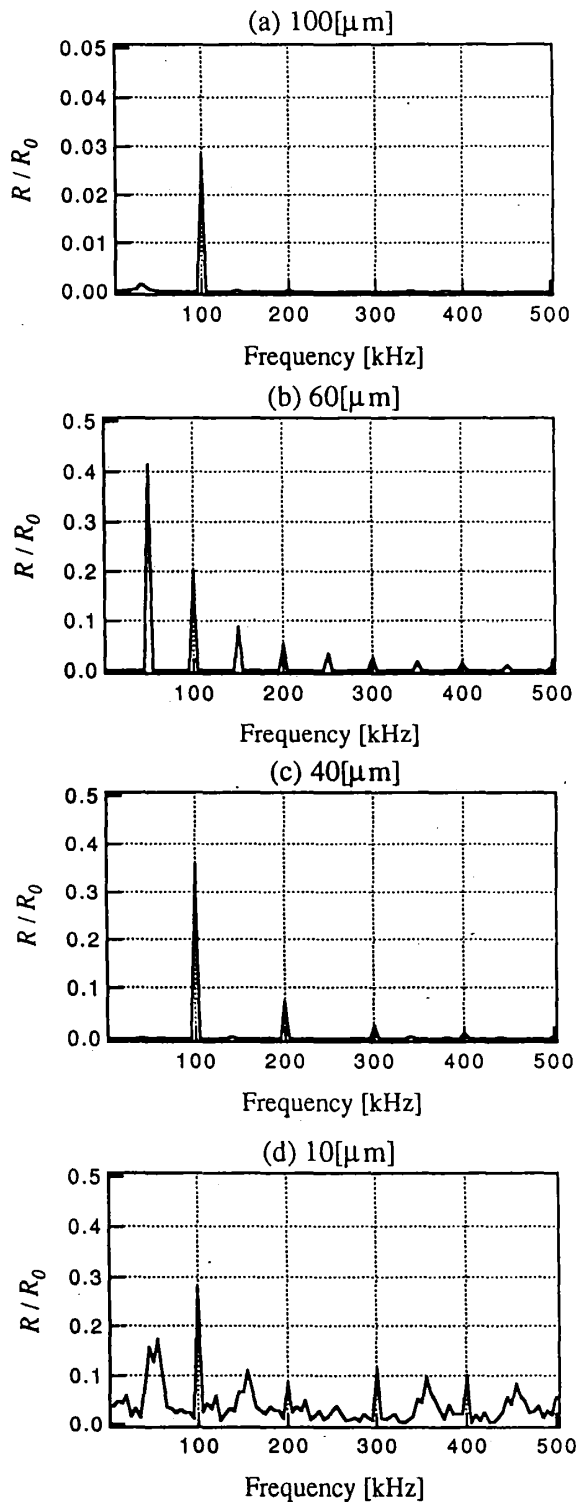


Fig. 2.2. Fourier spectrum of the radius-time curves showed in Fig. 2.1..

また、この $R-t$ 曲線の周波数成分を Fig.2.2. に示す。同図から気泡半径 100 [μm] では周波数成分は入射音波と同じ 100 [kHz] 以外は存在しない。ところが、気泡半径 40 [μm] では入射音波の周波数の 2 倍 3 倍の高調波成分が発生しているのがわかる。ただ、どちらの場合も、時間波形は入射音波の周期に追従しており、気泡が同期振動することを表している。一方、気泡半径が 60 [μm] となると高調波成分の間に入射音波の周波数の 1/2 倍や 3/2 倍にあたるサブハーモニックが現れてくるのがわかる。この事は時間波形からは、振動周期が入射音波の 2 倍になっており気泡が 2 倍周期振動している事によって確認できる。また、気泡半径が 10 [μm] においてはスペクトルは幅広く広がり、また、連続的となるため時間波形では周期が無くなっているのがわかる。以上のように、大音圧下における気泡の挙動は気泡初期半径によって大きく異なる性状を呈することがわかる。

2.2. 気泡振動の初期値依存性

ある時刻における気泡振動を気泡半径 R と気泡壁面速度 U の 2 つのパラメータを用いてポアンカレ断面として示す。

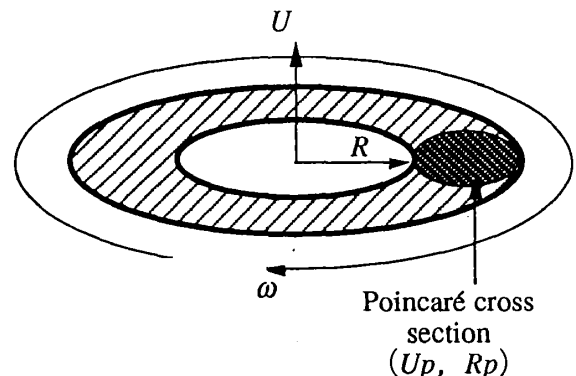


Fig. 2.3. Poincaré cross section and the torus.

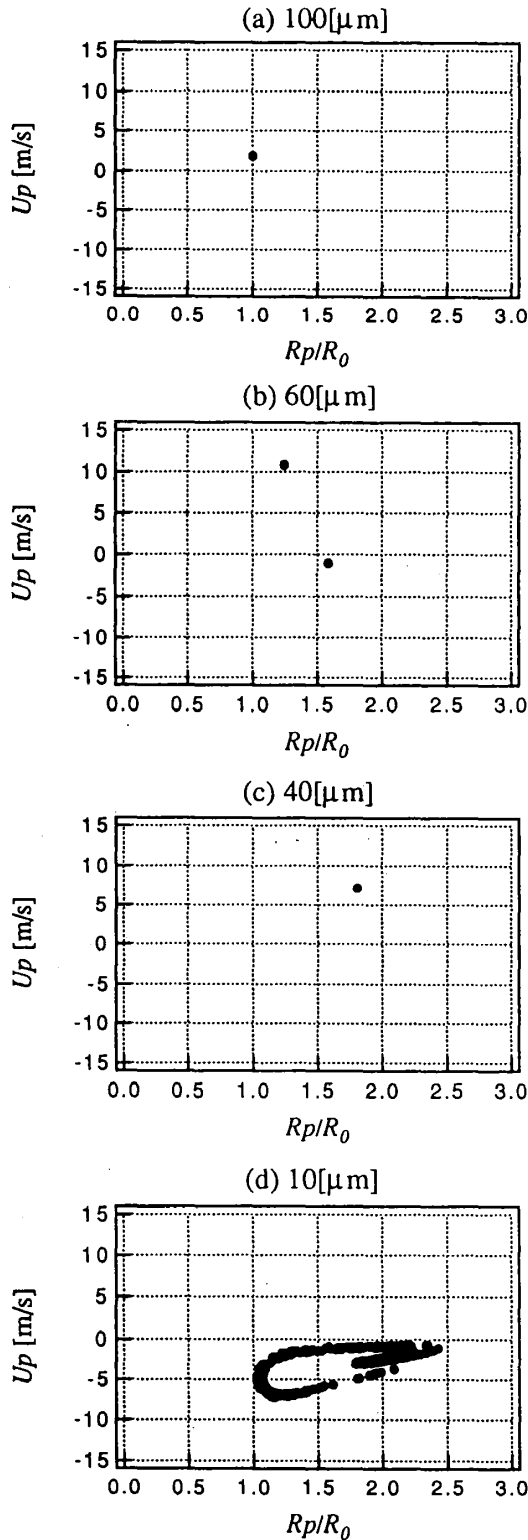


Fig.2.4. Poincaré maps showed in Fig.2.1..

Fig 2.3. に示すようにこの2つの値は入射音波の強制駆動力の周期 ω で1回転するトラス状の三次元空間を回る軌道を取る。

Fig 2.1. のそれぞれの場合について、入射音波の零位相時における R と U のポアンカレ断面を Fig 2.4. に示す。同図から気泡半径が $100\text{ [}\mu\text{m]}$ と $40\text{ [}\mu\text{m]}$ では1点のみが現れている事が分かり、これは気泡振動が1周期毎に常に同じ気泡半径 R と気泡壁面速度 U を取り、駆動力と同期振動していることを表している。ところが気泡半径が $60\text{ [}\mu\text{m]}$ となると、ポアンカレ断面上には2点が現れており、気泡半径 R と気泡壁面速度 U は強制駆動力の2周期で元の値に戻り、気泡は2倍周期振動する事になる。さらに、気泡半径が $10\text{ [}\mu\text{m]}$ になるとポアンカレ断面にはストレンジアトラクタが現れ、気泡振動はカオス状態となる。周波数を 100 [kHz] 一定として入射音圧を 1 [kPa] から 150 [kPa] まで変化させた場合の分岐図をそれぞれ

Fig. 2.5.(a) ~ (d) に示す。これらの結果から最初音圧が小さい場合には、現れていなかった分岐が、駆動音圧の上昇に伴って出現し始め、また、その分岐領域も広がっていくことが分かる。すなわち駆動音圧が 1 [kPa] の時には全ての領域で気泡は同期振動するが、駆動音圧が 20 [kPa] 程度となると kR_0 の値が 0.027 付近で2倍周期の分岐が現れ始めている。さらに駆動音圧が 100 [kPa] と大きくなると、2倍周期振動の領域は広がるが、 kR_0 の値が 0.024 付近で分岐は2点から1点へと不連続的に戻り、分岐現象が終了している。ここで、 $kR_0 = 0.024$ の付近では kR_0 の値が僅かに変化しただけでも気泡の振動形態が大きく変化するという事に注意を要する。この事は、気泡振動が鋭敏な気泡初期半径依存性があることを示している。さらに音圧を上昇させ 150 [kPa] とした場合の結果を (d) 図に示すが、この図

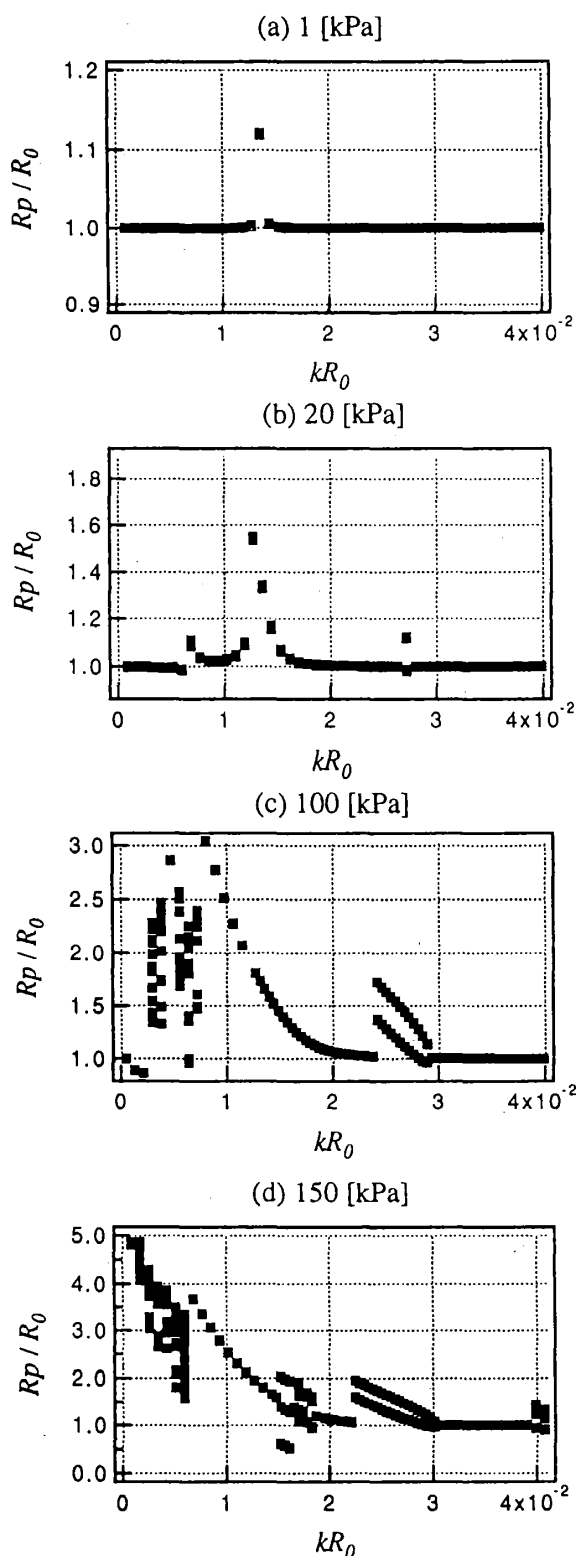


Fig.2.5. Bifurcation diagram of bubble vibration.

からは音圧の上昇によって2分岐以外の新たな分岐が発生する事がわかる。また、2分岐の発生する領域は(c)図と比べるとさらに拡大し、これに伴い、2分岐が終了する時には2倍周期振動と同期振動との間で壁面変位 R_p/R_0 の差は増加する事がわかる。つまり、音圧上昇によって2分岐終了時の気泡振動の変化は大きなものとなる。

2.3. 気泡振動の初期値依存性が入射音波の伝搬に与える影響について

さて、前述の分岐図上では、ある特定の位相での壁面変位しか表現していない。そこで、気泡初期半径 R_0 に対する壁面速度振幅 $|U|$ および壁面変位振幅比 $|R/R_0|$ の関係を Fig.2.6. に示す。図は音圧 100 [kPa] の正弦波入射に対する気泡壁面振幅の入射音波の周波数成分 100 [kHz] の応答を示してある。

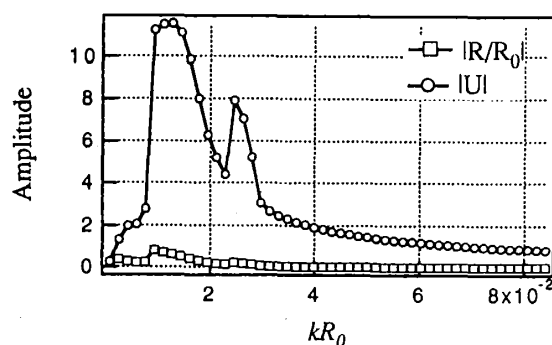


Fig.2.6. Amplitude of bubble vibration.

図から、 $kR_0 = 0.014$ の付近では気泡共振の影響によって大きな振動振幅となっていることが確認できる。また、前述の分岐図で確認したように $kR_0 = 0.024$ の付近では kR_0 の値が僅かに変化しただけでも大きな振動変化が起こる事がこの図からも確認できる。さらに、前述の分岐図では kR_0 の値が 0.029 から 0.024 の領域で気泡は2倍周期振動と

なったが、Fig.2.6. からも、この領域では前後の領域における同期振動よりも気泡壁面は激しく振動することがわかる。さて、この様な2倍周期振動による大きな気泡壁面振動が、音波の伝搬にどのような影響を与えるかを考える。最初に述べたように、気泡の共振付近での激しい振動は、音波減衰を引き起こすと共に高調波成分をもつ球面波を2次波として放射する。この音波減衰は入射音波のエネルギーが激しい気泡振動によって熱へと変換されて生じ、また、放射は一部のエネルギーが気泡の非線形性により高調波成分へと変換されるために生じる。そこで、現象を理解しやすくするために入射音波の周波数と同じ成分だけに着目すると、振動による音波の吸収量を調べることができる。すると、気泡の共振位置での振動振幅の増大が大きな音波吸収を伴うのと同様に、 kR_0 の値が0.029から0.024の領域での2倍周期振動時においても大きな音波吸収が生じる事が予想される。さらに、 $kR_0=0.024$ の付近では気泡初期半径の僅かな変化で急激な振動振幅の変化を伴う。この事は、気泡径の変化に伴う入射音波の減衰量がこの付近では大きく変化して測定されることを意味している。

3. 実験方法

前章において検討した、気泡の径変化が音波伝搬に与える影響を、気泡による音波吸収に着目して実験により検討した。実験系をFig.3.1.に示す。長さ1500 [mm] 内径2 [mm] のガラス管を用い、上端から下端に向けて脱気水を環流させ、適当な大きさの気泡1個を注入した。音源にはPZT振動子を用いて管面反射の影響を除くためパースト波として送波した。この気泡に管内を伝搬する音波を入射させると、気泡は振動すると同時に内部気体が脱気水に徐々に溶け込

むため時間経過と共にその径が小さくなる、従って、この系を用いると周波数一定の条件下で気泡径の変化に対する音波減衰量を連続的に容易に観測できる。また受波器には medicoteknisk 社製のニードル型 PVDF ハイドロホン(直径0.6 [mm])を用い、気泡のない状態における音圧値を基準として気泡存在時の気泡径変化に対する音波減衰量を測定した。

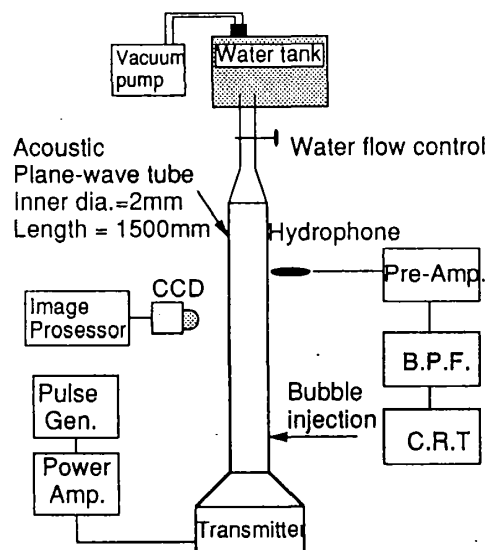


Fig. 3.1. Measuring apparatus using a plane-wave tube.

4. 結果と考察

周波数を70 [kHz]一定とし、入射音圧を変化させたときの観測結果をFig.4.1.に示す。図の横軸は入射音波の波数 k と気泡初期半径 R_0 で規格化して示してある。図から $kR_0=0.014$ 付近に気泡の共振による大きな減衰が確認できる。一般に、気泡の共振周波数 ω_0 は次式で与えられる⁷⁾

$$\omega_0^2 = \frac{3\gamma P_0}{\rho R_0^2}$$

この式を kR_0 の値に変形すると,

$$kR_0 = \sqrt{\frac{3\gamma P_0}{\rho c^2}}$$

となる. 式中で, P_0 は静圧力, ρ は液体の密度, γ は気泡内部気体の比熱比を表している. この式より得られる気泡共振の値は $kR_0 = 0.014$ であり, 実験で得られた結果と良く一致する. さて次に, $kR_0 = 0.024$ 付近に減衰量が不連続的に変化している領域が存在している事が確認できる. この不連続現象の原因は次の様に考える事ができる. 最初大きかった気泡半径が時間の経過と共に減少し, 2倍周期分岐を生じて気泡は次第に大きく振動し始める. 気泡の共振位置でも見られるように気泡の振動振幅の増大は大きな音波吸収を伴う事から, kR_0 の値が 0.029 から 0.024 付近における 2倍周期振動時においても大きな吸収が生じる. ところが, $kR_0 = 0.024$ 付近では気泡半径の僅かな変化によって 2分岐が急に終わり気泡振動振幅も急に減少する. これに伴い音波の吸収も急に低下する. この現象が入射音波の減衰量の不連続性となって現れていると考えられる. この考察を裏付ける結果としては, 数値計算結果から音波減衰に大きな変化が起こると考えた $kR_0 = 0.024$ 付近で不連続現象が発生していること. さらに, 音圧を上昇させると不連続点での不連続量が增加していることが挙げられる. ただ, 数値計算結果から考えるなら音圧を上昇させると 2分岐の起こる領域が拡大し不連続現象の発生する kR_0 の値が変化するはずである. この点について, 数値計算結果と細部

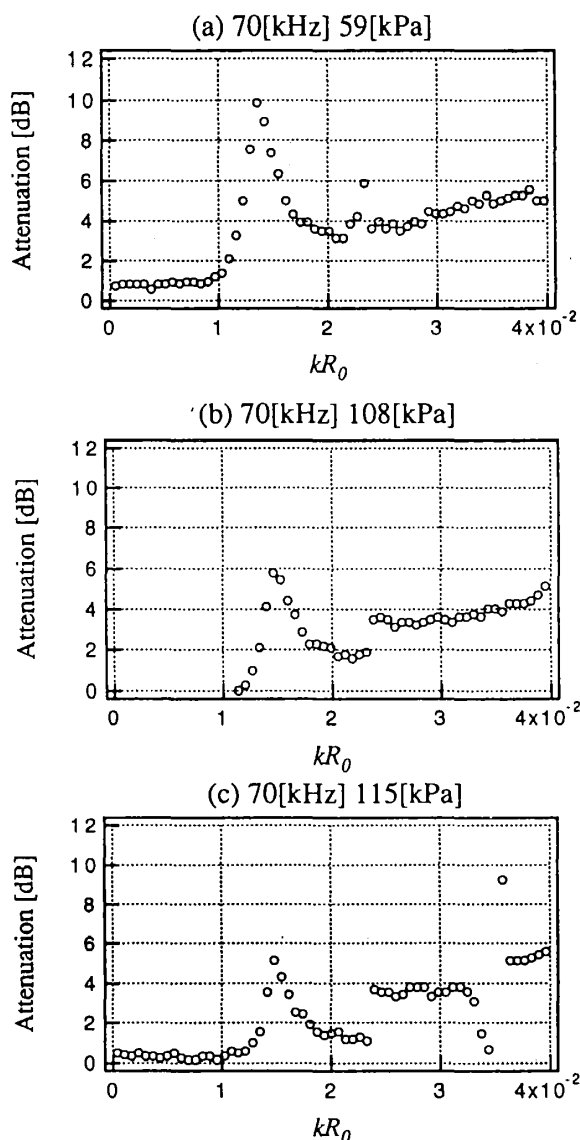


Fig. 4.1. Sound attenuation curves.

における定量的な一致は得られていない. これは, 今回の実験系では気泡径の読み取りにはある程度の誤差(最大 8 [μ m] 程度)が含まれているため, 微小変化量である, 音圧上昇に伴う不連続点の kR_0 の変化が測定できなかったためと考えられる. しかしながら, 音波減衰量の測定値は気泡径の読み

取りよりも高精度であり、さらに、不連続点における音圧上昇に伴う不連続量の明らかな増加が観測されていることから、この不連続現象は2倍周期振動の効果が現れている結果であると推察できる。

5. まとめ

気泡振動の非線形性によって分岐が生じると、気泡はその前後での同期振動よりも大きな壁面振動が生じ、気泡振動による音波吸収量の増大が音波減衰となって現れる。この様な音波減衰量に見られる不連続性は、気泡の2倍周期振動の気泡半径に対する鋭敏な初期値依存性によって生じると考えられる。

参考文献

- 1)早坂靖雄,吉川昭吉郎,音響振動論,(丸善株式会社,東京,1974) p.510.
- 2)7)浅田隆昭,渡辺好章,ト部泰正,"気泡の非形挙動を用いた水中パラメトリックアレイの効率改善に関する検討,"日本音響学会誌,46.622-627(1992).
- 3)谷口和隆,渡辺好章,"水中気泡の非線形性を用いた位相共役波の発生について,"電子情報通信学会技術報告,US89-65(1992).
- 4)W.Lauterborn, *Frontiers of Nonlinear Acoustic 12th ISNA*, (Elsevier Science Publishers Ltd, London,1990) p64.
- 5)Y.Watanabe,T.Asada, *Advances in nonlinear acoustic* (World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd, Singapore, 1993) p202.
- 6)浅田隆昭,渡辺好章,"2周波駆動に伴う水中気泡の非線形振動の数値解析,"日本音響学会誌,48.375-381(1992).